

基于改进模糊层次分析法的环境空气质量综合评价

李振华, 丁 春

华北电力大学数理学院, 北京

收稿日期: 2021年11月17日; 录用日期: 2021年12月21日; 发布日期: 2021年12月28日

摘 要

针对大气环境质量评价中广泛存在的指标测量值精度不高的特点, 给出基于改进的层次分析法确定指标权重的模糊综合评价方法, 并对天津市环境空气质量进行综合评价。该方法借助单指标污染情况, 参照环境质量等级基准值, 建立三角模糊数形式的模糊判断矩阵。基于改进的模糊层次分析法确定指标权重的模糊综合评价方法避免了传统模糊层次分析对专家主观判断的依赖, 且所得结果较为合理。

关键词

环境质量评估, 模糊层次分析法, 三角模糊数, 污染指数

Comprehensive Evaluation of Ambient Air Quality Based on Enhanced Fuzzy Analytic Hierarchy Process

Zhenhua Li, Chun Ding

School of Mathematics and Physics, North China Electric Power University, Beijing

Received: Nov. 17th, 2021; accepted: Dec. 21st, 2021; published: Dec. 28th, 2021

Abstract

Aiming at the low precision of the index measurement value widely existing in the air environmental quality evaluation, a fuzzy comprehensive evaluation method based on the improved analytic hierarchy process to determine the index weight is given, and a comprehensive evaluation of the environmental air quality in Tianjin is carried out. This method builds a fuzzy judgment ma-

trix in the form of triangular fuzzy numbers with the help of single-indicator pollution conditions and reference values of environmental quality grades. The fuzzy comprehensive evaluation method based on the improved fuzzy analytic hierarchy process to determine the index weight avoids the dependence of the traditional fuzzy analytic hierarchy process on the subjective judgment of experts, and the results obtained are more reasonable.

Keywords

Environmental Quality Assessment, Fuzzy Analytic Hierarchy Process, Triangular Fuzzy Number, Pollution Index

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

环境质量评价是识别环境问题并制定合理修复方案进行环境治理的基础。目前常见的环境质量评价方法有单因子评价法[1]、综合指数法[2]、灰色系统评价法[3]、模糊综合评价法[4] [5]、人工神经网络法[6]和云模型方法[7]等。例如, Zhang Q [4]等采用基于熵权的模糊综合评价方法对地下水质量进行评价。吕铃钥[7]等运用模糊综合评价法对 2013 年京津冀地区 13 个城市的环境空气质量进行评价。Zhang H 等[8]采用层次分析法和模糊综合评价法, 以永定河为例进行了风险等级评估。Yuan J [9]等提出一种结合风险评分等值线和模糊综合评价模型的空气质量评价方法。合理确定评价指标的相对重要性权重是综合评价的关键内容之一。目前常用的指标权重确定方法主要可分为三种, 即以熵权法和超标倍数法[10]等为代表的客观赋权法; 以专家打分法、层次分析法[11]和模糊层次分析法[12]等为代表的主观赋权法以及以主客观相结合为代表的综合赋权法。例如, 周荣喜等[13]利用熵权法从指标平均水平达标的一致性和变化幅度的趋同性两方面筛选评价作用显著的指标, 对太湖水域的水质数据进行评价。张智等[14]建立了基于层次分析法与模糊可变集的水环境质量评价模型, 为水环境质量综合评价提供新思路。张红日和尹晓林以评价因子的指数为标度进行了大气环境质量评价[15], 但其构造的判断矩阵仍具有模糊性和不确定性, 因此许多专家学者引入三角模糊数的概念, 通过构造三角模糊数判断矩阵, 充分利用具有模糊性和不确定性的数据, 使指标权重的确定更为合理。李滨等[16]采用三角模糊数表征专家的判断信息, 减少了人为主观因素对评价结果的影响。同时, 依据三角模糊数特征参数的模进行决策, 简化了指标权重的计算过程。王金燕[17]等提出一种改进模糊概率算法, 用模糊概率算法将判断矩阵特征向量中的三角模糊数转换成准确值。黄智力[18]等提出一种基于三角模糊数比较可能度关系的指标权重确定方法。缪叶旻子[19]等改进三角模糊数比较的可能度定义, 提出新的模糊三角数比较算法和新的权重算法。Tyagi S [12]等提出改进的三角模糊数层次分析法, 解决当两个三角模糊数不相交时, 假设可能性度的值为零时的不恰当评价。主观赋权法和客观赋权法各有其优点, 但也存在各自的不足。例如, 层次分析法等依赖专家的主观判断, 熵权法等客观赋权方法对数据的变化敏感, 难以准确反映评价指标的相对重要性。AQI 突出主要污染物的作用, 但存在对环境质量等级低估的可能。为此, 给出一种基于改进的模糊数层次分析法确定指标权重模糊综合评价模型, 并对天津市 2020 年 1~12 月的环境空气质量进行评价。结果表明, 与其他方法相比, 本文方法的评价结果更能反映实际情况。

2. 大气环境质量综合评价指标选择与分级标准

设考虑 n 个评价指标 f_1, f_2, \dots, f_n , 对 m 个评价对象 u_1, u_2, \dots, u_n 的环境质量等级进行评价, 设 c_{ij} 是第 i 个评价对象在第 j 个指标上的测量值, $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ 。根据《环境空气质量标准》(GB3095-2012) 和《环境空气质量评价技术规范(试行)》(HJ663-2013) 的规定, 并考虑实际数据获取情况, 本文选取大气环境质量评价指标集 $F = \{PM_{2.5}, PM_{10}, SO_2, NO_2, CO, O_3\}$ 。结合《环境空气质量标准》(GB3095-2012) 和天津市各区的实际污染状况, 本文将评价等级分为优(I)、良(II)、轻度污染(III)、中度污染(IV)和重度污染(V)等五个等级, 并给出大气环境质量指数分级标准, 见表 1。

Table 1. Ambient air quality classification standards

表 1. 环境空气质量分级标准

大气环境评价指标	I	II	III	IV	V
PM _{2.5}	15	35	75	120	165
PM ₁₀	40	70	140	210	320
SO ₂	20	60	100	140	180
NO ₂	20	40	60	80	100
CO	2	4	6	8	10
O ₃	100	160	220	280	340

注: 除 CO 质量浓度为 mg/m³, 其余评价指标单位为斗 ug/m³。

3. 三角模糊数的定义及运算

定义 1 [20] 称 M 是论域 R 上的模糊数, 记做 $M = (l, m, u)$, 若 M 的隶属函数

$$\mu_M = \begin{cases} \frac{x-l}{m-l} - \frac{l}{m-l}, & l \leq x \leq m; \\ \frac{x-u}{m-u} - \frac{u}{m-u}, & m < x \leq u; \\ 0, & \text{else.} \end{cases} \quad (1)$$

式中, $l < m < u$, l 和 u 分别是 M 的下界和上界, m 为 M 的中值即最可能值。

设三角模糊数 $M_1 = (l_1, m_1, u_1), M_2 = (l_2, m_2, u_2)$, 其运算如下:

$$1) M_1 + M_2 = (l_1 + l_2, m_1 + m_2, u_1 + u_2)$$

$$2) M_1 - M_2 = (l_1 - l_2, m_1 - m_2, u_1 - u_2)$$

$$3) M_1 M_2 = (l_1 l_2, m_1 m_2, u_1 u_2)$$

$$4) \frac{1}{M_1} = \left(\frac{1}{u_1}, \frac{1}{m_1}, \frac{1}{l_1} \right)$$

4. 基于改进模糊层次分析法的环境质量评价

针对大气环境质量评价问题, 本文给出一种基于改进的模糊层次分析确定指标权重的模糊综合评价方法。具体实现过程可描述如下。

4.1. 基于单指标污染情况建立模糊判断矩阵

下面给出建立模糊判断矩阵的方法, 其具体步骤包括:

Step 1 单指标污染情况建模。为分析各评价指标相应污染物的污染情况, 我们以各评价等级的基准平均值为参照, 定义污染指数, 即 $d_j = c_j/s_j, j=1,2,\dots,n$ 。其中 s_j 为第 j 个指标的各级标准值的算数平均值, c_j 是第 j 个指标的实测值。它反映评价对象在该指标下的环境质量水平。 d_j 越大表明环境中该指标相应的主要污染物含量越高, 其环境危害也就越严重。相应的, 其在环境质量评价中的相对重要性也就应该越高。

Step 2 确定判断矩阵中三角模糊数的峰值点。由单项指标的污染指数的比值确定三角模糊 $a_{ij} = (a_{ij}, a_{mij}, a_{uij})$ 的中值 a_{mij} , 即

$$a_{mij} = d_i/d_j, i, j = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

a_{mij} 越大表示指标 f_i 相对于 f_j 的重要程度越高。

Step 3 确定三角模糊数的上下边界。设 n 个评价指标的平均污染水平为 $\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d_j$ 。基于该均值可确定相对重要性的下界和上界

$$a_{lij} = \max\{0, d_i/d_j - \bar{d}/d_i\}, a_{uij} = d_i/d_j + \bar{d}/d_i \quad (3)$$

Step 4 确定模糊判断矩阵。根据以上步骤, f_i 与 f_j 的相对重要性可建模为三角模糊数 $a_{ij} = (a_{lij}, a_{mij}, a_{uij}), i, j = 1, 2, \dots, n$ 。对 n 个评价指标 f_1, f_2, \dots, f_n 的相对重要性进行两两比较, 得到三角模糊数判断矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 。

4.2. 基于改进模糊层析分析法确定指标权重

给出改进的模糊层析分析法确定指标权重的计算过程:

Step 1 对模糊判断矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 作行归一化处理,

$$\bar{a}_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} / \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}, i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

Step 2 计算三角模糊数排序的可能度矩阵。根据文献[21]的方法计算各三角模糊数两两比较的可能度, 建立可能度矩阵 $(p_{ij})_{n \times n}$ 。

Step 3 计算各指标的权重

$$W = (w_1, w_2, \dots, w_n) = \left(\sum_{j=1}^n p_{1j} / \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij}, \sum_{j=1}^n p_{2j} / \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij}, \dots, \sum_{j=1}^n p_{nj} / \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij} \right) \quad (5)$$

4.3. 基于改进模糊层析分析法确定指标权重的模糊综合评价方法

综上, 可给出基于改进模糊层次分析法确定指标权重的模糊综合评价方法具体实施步骤:

Step 1 构建评价因素集。根据评价标准及实际情况, 进行评价指标的选取, 建立指标集 F

$$F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\} = \{\text{PM}_{2.5}, \text{PM}_{10}, \text{SO}_2, \text{NO}_2, \text{CO}, \text{O}_3\} \quad (6)$$

Step 2 建立评价集。依据各评价指标的取值范围结合专家经验, 建立评语集 V

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\} = \{\text{I}, \text{II}, \text{III}, \text{IV}, \text{V}\} \quad (7)$$

Step 3 利用改进的模糊层次分析方法确定指标权重向量 W 。

Step 4 确定各指标的等级隶属函数 r_{jk} , $j=1,2,\dots,n; k=1,2,3,4,5$ 。本文选用梯形分布隶属函数[5]。当质量级别 $k=1$ 时

$$r_{j1} = \begin{cases} 1, c_j \leq \mu_{j1}; \\ \frac{\mu_{j2} - c_j}{\mu_{j2} - \mu_{j1}}, \mu_{j1} < c_j \leq \mu_{j2}; \\ 0, \mu_{j2} < c_j. \end{cases} \quad (8)$$

当质量级别 $2 \leq k \leq 4$ 时

$$r_{jk} = \begin{cases} \frac{c_j - \mu_{j(k-1)}}{\mu_{jk} - \mu_{j(k-1)}}, \mu_{j(k-1)} < c_j \leq \mu_{jk}; \\ \frac{\mu_{j(k+1)} - c_j}{\mu_{j(k+1)} - \mu_{jk}}, \mu_{jk} < c_j \leq \mu_{j(k+1)}; \\ 0, c_j \leq \mu_{j(k-1)} \text{ or } \mu_{j(k+1)} < c_j. \end{cases} \quad (9)$$

当质量级别 $k=5$ 时

$$r_{j5} = \begin{cases} 0, c_j \leq \mu_{j4}; \\ \frac{c_j - \mu_{j4}}{\mu_{j5} - \mu_{j4}}, \mu_{j4} < c_j \leq \mu_{j5}; \\ 1, \mu_{j5} < c_j. \end{cases} \quad (10)$$

其中, c_j 为第 j 个评价指标实际测量的值, μ_{jk} 为第 j 个评价指标的 5 个评价等级的分界线(见表 1)。确定隶属矩阵 $R = (r_{jk})_{n \times 5}$ 。

Step 5 模糊综合评价。常用的模糊合成运算的算子有 $M(\wedge, \vee), M(\bullet, \oplus)$, 其中 \wedge 为取小运算, \vee 为取大运算, \bullet 为乘法运算, \oplus 为求和运算, 本文采用 (\bullet, \oplus) 算子进行矩阵合成运算, 并按最大隶属度原则确定评价等级。

$$B = W \circ R = (b_1, b_2, b_3, b_4, b_5) \quad (11)$$

5. 实例分析

5.1. 数据及来源

天津市主要大气污染物为 NO_2 、 PM_{10} 、 SO 、 $\text{PM}_{2.5}$ 、 CO 、 O_3 , 根据中国空气质量在线监测分析平台获取 2020 年天津月统计历史数据, 如表 2 所示, 对天津市 2020 年的空气质量进行评价, 环境空气质量评价标准见表 1。

Table 2. Statistical historical data of Tianjin from January to December 2020

表 2. 天津市 2020 年 1~12 月统计历史数据

月份	$\text{PM}_{2.5}$	PM_{10}	SO_2	NO_2	CO	O_3
2020-1	101	105	12	60	1.448	50
2020-2	61	62	9	33	0.931	68
2020-3	43	67	8	37	0.7	89
2020-4	40	79	9	34	0.68	123

Continued

2020-5	35	63	7	32	0.732	129
2020-6	38	76	8	29	0.83	171
2020-7	41	53	5	23	0.852	163
2020-8	34	45	5	26	0.942	136
2020-9	29	44	7	35	0.86	113
2020-10	54	80	10	52	0.852	78
2020-11	47	76	10	53	0.89	47
2020-12	53	78	12	56	0.984	38

注: 除 CO 质量浓度为 mg/m^3 , 其余评价指标单位为 ug/m^3 。

5.2. 指标权重的确定

根据评价指标间相对污染程度的比较, 可得到三角模糊数判断矩阵, 进而利用改进的模糊层次分析法确定各指标的权重。以 2020 年 5 月为例, 其基于污染指数的相对重要性建模可得到的三角模糊数判断矩阵如下所示。

$$\begin{pmatrix} (0.1635, 1.1.8365) & (0.2204, 1.0569, 1.8935) & (5.2610, 6.0976, 6.9341) & (0, 0.8003, 1.6369) & (2.6621, 3.4986, 4.3351) & (0, 0.7279, 1.5645) \\ (0.0620, 0.9462, 1.8303) & (0.1158, 1.1.8842) & (4.8851, 5.7692, 6.6534) & (0, 0.7572, 1.6414) & (2.4261, 3.3102, 4.1944) & (0, 0.6887, 1.5729) \\ (0, 0.1640, 5.2649) & (0, 0.1733, 5.2742) & (0, 1.6.1009) & (0, 0.1313, 5.2321) & (0, 0.5738, 5.6747) & (0, 0.1194, 5.2203) \\ (0.5800, 1.2495, 1.9190) & (0.6511, 1.3206, 1.9901) & (6.9496, 7.6190, 8.2885) & (0.3305, 1.1.6695) & (3.7021, 4.3716, 5.0411) & (0.2401, 0.9096, 1.5791) \\ (0, 0.2858, 3.2126) & (0, 0.3021, 3.2288) & (0, 1.7429, 4.6696) & (0, 0.2288, 3.1555) & (0, 1.3.9267) & (0, 0.2081, 3.1348) \\ (0.7648, 1.3738, 1.9827) & (0.8430, 1.4519, 2.0609) & (7.7677, 8.3766, 8.9856) & (0.4905, 1.0994, 1.7084) & (4.1973, 4.8063, 5.4152) & (0.3911, 1.1.6089) \end{pmatrix}$$

借助改进的模糊层次分析方法, 可得到天津市 2020 年 5 月份各指标的权重。

$$W = (0.1782, 0.1203, 0.1153, 0.2416, 0.0453, 0.2994)$$

重复上述过程, 可获得的天津市 2020 年其他月份的指标权重。

5.3. 确定模糊隶属矩阵

根据 4.3 节给出的隶属函数确定模糊隶属矩阵。同样以 2020 年 5 月为例, 获得的模糊评价矩阵如下

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2333 & 0.7667 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4000 & 0.6000 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5167 & 0.4833 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

同理可得天津市其他月份的模糊评价矩阵。

5.4. 评价结果

通过获得的指标权重和模糊评价矩阵, 可计算隶属函数, 进而可以得到天津市 2020 年空气质量评价等级, 见表 3。由表 3 可以看出改进模糊层次分析法与熵权法、中国空气质量在线监测分析平台公布的 AQI 指数所确定的评价等级基本一致。

Table 3. Evaluation results from January to December 2020
表 3. 2020 年 1~12 月评价结果

月份	隶属度					评价结果		
	优	良	轻度污染	中度污染	重度污染	改进模糊层次分析法	熵权法	AQI
2020-1	0.2662	0.0910	0.4665	0.1762	0	轻度污染	优	轻度污染
2020-2	0.4082	0.3942	0.1977	0	0	优	优	良
2020-3	0.3413	0.6105	0.0484	0	0	良	优	良
2020-4	0.3917	0.5693	0.0391	0	0	良	良	良
2020-5	0.4400	0.5601	0	0	0	良	良	良
2020-6	0.2618	0.6537	0.0846	0	0	良	良	轻度污染
2020-7	0.3889	0.5608	0.0504	0	0	良	良	轻度污染
2020-8	0.563	0.4372	0	0	0	优	优	良
2020-9	0.5825	0.4175	0	0	0	优	优	良
2020-10	0.2728	0.4032	0.3241	0	0	良	优	良
2020-11	0.2656	0.4466	0.2878	0	0	良	优	良
2020-12	0.2606	0.3621	0.3774	0	0	轻度污染	优	良

熵权法是从整体数据出发所得的权重,不具有针对性。所得结果整体偏好。AQI 所确定的环境质量等级比模糊层次分析法和熵权法所得的环境质量等级整体偏差,是因为 AQI 指数评价方法只关注每月首要污染物,而忽略整体污染物的作用。若某两个月的首要污染物相同且 AQI 指数相同,但其他指标差异较大, AQI 确定的等级为同一等级,而本文方法所确定的等级是不同的。因此,改进模糊层次分析法的模糊综合评价法更能关注环境空气质量的整体情况。

6. 结论

1) 2020 年天津市的大气环境质量整体处于较好的水平,2020 年 1 月和 12 月的评价等级为“轻度污染”,其余月份均为“优”和“良”。

2) 基于污染指数改进的模糊层次分析方法不依赖专家经验,能够更合理地确定各评价指标在环境质量评价中的相对重要性。

3) 采用模糊综合评价不仅可以给出环境质量的等级评价,还同时给出更具体的等级隶属度信息,可为环境质量决策提供更多的数据支持。

参考文献

- [1] 王志垠, 张克峰, 刘雷. 地下水污染评价中单因子指数法的优化[J]. 环境工程, 2016(S1): 810-812.
- [2] 孙涛, 张妙仙, 李苗苗, 等. 基于对应分析法和综合污染指数法的水质评价[J]. 环境科学与技术, 2014, 37(4): 185-190.
- [3] 巩奕成, 张永祥, 丁飞, 等. 地下水水质评价的 FA 优化灰色关联投影寻踪模型[J]. 应用基础与工程科学学报, 2015(3): 97-106.
- [4] Zhang, Q., Xu, P. and Qian, H. (2020) Application of Fuzzy Comprehensive Evaluation Method Using Entropy Weight in Groundwater Quality Evaluation: A Case Study on Xianyang, China. *IOP Conference Series: Earth and Environ-*

- mental Science*, **467**, Article ID: 012146. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/467/1/012146>
- [5] 吕铃钥, 李洪远. 基于模糊综合评判的京津冀地区空气质量评价[J]. 南开大学学报(自然科学版), 2016, 49(1): 62-68.
- [6] 都莎莎, 王红旗, 刘妹媛, 田雅楠. 基于神经网络改进的地下水水质评价模型研究及应用[J]. 北京师范大学学报(自然科学版), 2014, 50(4): 424-428.
- [7] 赵建平, 姚天雨, 王明虎, 等. 基于云模型的长沙市大气环境质量评价[J]. 环境工程, 2017(11): 154-159.
- [8] Zhang, H., Li, W., Miao, P., et al. (2020) Risk Grade Assessment of Sudden Water Pollution Based on Analytic Hierarchy Process and Fuzzy Comprehensive Evaluation. *Environmental Science and Pollution Research*, **27**. <https://doi.org/10.1007/s11356-019-06517-9>
- [9] Yuan, J., Chen, Z., Zhong, L., et al. (2019) Indoor Air Quality Management Based on Fuzzy Risk Assessment and Its Case Study. *Sustainable Cities and Society*, **50**, Article ID: 101654. <https://doi.org/10.1016/j.scs.2019.101654>
- [10] 李晓燕, 张国珍, 张红斌, 等. 基于模糊数学模型的黄河兰州段水环境质量评价与分析[J]. 兰州交通大学学报, 2020, 39(3): 96-102.
- [11] 吴梦军, 方林, 贺欣悦, 王焱. 西南岩溶地区公路隧道生态环境影响评价[J]. 环境科学与技术, 2018, 41(S1): 325-330.
- [12] Tyagi, S., Chambers, T. and Yang, K. (2018) Enhanced Fuzzy-Analytic Hierarchy Process. *Soft Computing: A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications*, **22**, 4431-4443. <https://doi.org/10.1007/s00500-017-2639-y>
- [13] 周荣喜, 单欣涛, 杨杰, 等. 基于熵权的区间型多属性决策方法在湖泊水质评价中的应用[J]. 环境科学学报, 2013, 33(3): 910-917.
- [14] 张智, 浦鹏, 王敏. 层次分析法与可变模糊集耦合的水环境质量评价模型[J]. 重庆大学学报, 2014, 37(5): 117-124.
- [15] 张红日, 尹晓林. 基于层次分析法的 2004 年-2013 年青岛市大气环境质量评价研究[J]. 环境科学与管理, 2015, 40(7): 180-184.
- [16] 李滨, 王亚龙. 基于改进三角模糊数的变电站建设项目后评价[J]. 电力系统及其自动化学报, 2017, 29(7): 103-111.
- [17] 王金燕, 陈卫兵, 周颖, 等. 改进的三角模糊数互反判断矩阵排序算法研究[J]. 计算机工程与应用, 2014, (19): 214-216, 240.
- [18] 黄智力, 罗键. 三角模糊数型不确定多指标决策的可能度关系法[J]. 控制与决策, 2015, 30(8): 1365-1371.
- [19] 缪叶旻子, 吴全聪, 李晓丽, 等. 基于改进模糊层次分析法的茶园土壤肥力评价[J]. 数学的实践与认识, 2019, 49(10): 80-87.
- [20] Dong, M.G., Li, S.Y. and Zhang, H.Y. (2015) Approaches to Group Decision Making with Incomplete Information Based on Power Geometric Operators and Triangular Fuzzy AHP. *Expert Systems with Applications*, **42**, 7846-7857.
- [21] 甘庭聪, 徐义红, 张雨涵. 三角模糊数的一种排序方法[J]. 数学的实践与认识, 2020, 50(13): 116-121.