

磁流变阻尼器滞环模型非线性动力学分析

张倩¹, 陈璐^{2*}, 华梅³

¹扬州大学广陵学院, 江苏 扬州

²国网浙江省电力有限公司金华供电公司, 浙江 金华

³南京国联电力工程设计有限公司, 江苏 南京

收稿日期: 2021年9月13日; 录用日期: 2021年10月12日; 发布日期: 2021年10月27日

摘要

由于磁流变阻尼器(Magneto-Rheological Damper, MRD)具有屈服、滞环饱和等强非线性特性, 这使得磁流变(MR)悬架系统在不平路面激励的作用下产生复杂的非线性动力学行为, 这是目前影响MR悬架系统得到实际推广应用的重要制约因素之一。本文基于改进天棚控制的二自由度悬架模型, 分析了Sigmoid模型、修正Bouc-Wen模型、S型模型三种MRD计算模型在谐波路面激励下对MR悬架系统混沌响应的影响。结果表明在相同路面激励下, 基于不同MRD滞环模型的悬架系统非线性动力学行为存在差异, 基于Sigmoid模型的悬架系统在路面激励变化时的混沌抑制能力优于修正Bouc-Wen悬架系统和S悬架系统。

关键词

磁流变阻尼器, 天棚控制, Sigmoid模型, 修正Bouc-Wen模型, S型滞环模型

Nonlinear Dynamic Analysis of Hysteresis Model of Magnetorheological Damper

Qian Zhang¹, Lu Chen^{2*}, Mei Hua³

¹Guangling College of Yangzhou University, Yangzhou Jiangsu

²Jinhua Power Supply Company of State Grid Zhejiang Electric Power Co., Ltd., Jinhua Zhejiang

³Nanjing Guolian Electric Power Engineering Design, Co. Ltd., Nanjing Jiangsu

Received: Sep. 13th, 2021; accepted: Oct. 12th, 2021; published: Oct. 27th, 2021

Abstract

Magneto-Rheological Damper (MRD) has strong nonlinear characteristics such as yield and hyste-

*通讯作者。

resis saturation, which makes the magneto-rheological (MR) suspension system produce complex nonlinear dynamic behavior under uneven road excitation, which is one of the important constraints affecting the practical application of MR suspension system. Based on the 2-DoF suspension model with improved skyhook control, this paper analyzes the influence of Sigmoid model, modified Bouc-Wen model and S model on the chaotic response of MR suspension system under harmonic road excitation. The results show that the nonlinear dynamic behavior of the suspension system based on different MRD hysteresis models is different under the same road excitation. The chaotic suppression ability of the suspension system based on Sigmoid model is better than that of the modified Bouc-Wen suspension system and the S suspension system when the road excitation changes.

Keywords

Magneto-Rheological Damper, Skyhook Control, Sigmoid Model, Modified Bouc-Wen Model, S Model

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 前言

MRD 作为智能控制的执行器或被控对象应用于车辆半主动悬架系统, 具有可控性强、频率响应高、阻尼力可调范围广、低成本低能耗等特点[1], 在动态特性上更能满足减振防护的要求, 因此 MR 悬架系统具有良好的发展前景。

由于 MRD 本身固有的高度非线性和滞环特性, MR 悬架系统在路面不平度激励下可能导致车辆产生诸如分岔、混沌等复杂的非线性振动[2], 这种非线性动力学现象不利于大多机械振动系统。一是混沌振动时极大程度上会增大系统噪声, 加剧悬架振动, 二是造成机械系统内部零件磨损, 甚至存在轮跳和翻车的危险, 严重影响行车安全。因此国内外学者对 MR 悬架非线性动力学行为进行了大量研究。

准确模拟 MRD 非线性特性和耗能特性是保证半主动精准控制的前提和出。目前应用较为广泛的是参数化模型有 Bingham 模型[3]、非线性双粘性模型[4]、Sigmoid 模型[5]、Bouc-Wen 模型及其修正 Bouc-Wen 模型[6]。李等[7]考虑电流控制和激励性质对 MRD 输出阻尼力的影响, 提出了双 Sigmoid 模型。徐等[8]充分考虑温升效应对 MRD 力学性能的影响, 提出了包括质量元素的温度唯象模型, 仿真结果表明该模型不仅能呈现 MRD 的静摩擦黏滞效应和力衰减现象, 同时模拟出其内部阻尼力 - 位移($F-x$)阻尼力 - 速度($F-v$)非线性关系。臧等[9]引入行为指数 n 并且结合遗传算法获得最优模型参数, 得到了改进的 S 型滞环模型, 仿真表明该模型能准确地描述高速度区的饱和特性。陶[10]讨论了 MRD 参数化模型的优缺点, 指出利用神经网络等智能算法拟合的非参数化模型不仅可以描述 MRD 工作特性, 还能准确地反映 MRD 的逆向动态特性。

在车辆悬架模型的非线性动力学研究领域, 黄等[11]采用 Sigmoid 模型建立二自由度悬架模型, 研究了系统在谐波激励频率、幅值变化下的分岔特性, 结果表明系统运动状态对路面激励变化非常敏感。张等[12]基于修正 Bouc-Wen 模型系统地分析了单频激励下二自由度悬架系统的非线性动力学特性, 并进一步设计了线性反馈控制器抑制系统混沌振动。吴[13]通过相平面图、分岔图和庞加莱截面图揭示了路面变化或 MR 悬架系统自身参数变导致系统发生混沌振动。

目前对非线性悬架系统的建模及动力学响应问题已有研究,然而有关 MRD 输出阻尼力计算模型的成果多局限于拟合阻尼器的实验数据,追求得到精确的非线性滞环模型,尚缺乏研究 MRD 滞环模型对悬架的非线性动力学特性的影响。

揭示非线性动力系统的分岔、复杂混沌运动一直是提升悬架动力学性能的热点。本文以二自由度 MR 悬架为研究对象,针对国际上已提出的三种典型模型: Sigmoid 模型、修正 Bouc-Wen 模型、S 型模型,结合天棚(Skyhook)半主动控制原理,采用数值方法研究三种滞环模型的 MR 悬架在路面激励频率、幅值变化下通向混沌振动的路径,分析比较不同 MRD 滞环模型悬架系统的振动响应。

2. MRD 滞环模型

本文采用的 MRD 滞环模型考虑了电流控制,将电流控制对 MRD 输出阻尼力的滞环特性从模型中分离出来[14],通过改变 MRD 的外加电流控制外加磁场,进而改变 MRD 中磁性颗粒的黏滞特征,实现 MRD 输出阻尼力 F_d 连续可调。得到电流控制 MRD 的通用滞环模型表现为

$$F_d = f_i(i) F_h(x, \dot{x}, \ddot{x}) \quad (1)$$

式中, F_d 表示 MRD 的输出阻尼力, i 表示 MRD 的控制电流, x 表示 MRD 活塞的相对位移, \dot{x} 表示 MRD 活塞运动的相对位移速度, \ddot{x} 表示 MRD 活塞运动的相对位移加速度, $f_i(i)$ 表示 MRD 的电流控制函数, $F_h(x, \dot{x}, \ddot{x})$ 表示 MRD 非线性滞环算子。

电流控制函数 $f_i(i)$, 如下式

$$f_i(i) = 1 + \frac{k_2}{1 + \exp(-a_2(i + I_0))} - \frac{k_2}{1 + \exp(-a_2 I_0)} \quad (2)$$

2.1. Sigmoid 模型

基于对称和不对称的 Sigmoid 函数,王等[15]构建了一种通用 MRD 滞环模型,其结构简图如图 1 所示,对称的 Sigmoid 函数反映 MRD 在特定激励和控制电流下的典型 F - v 特性较为接近,其滞环算子为

$$F_h(v) = f_0(1 + \exp(a_1 v_m)) \frac{1 - \exp(-\sigma(v + v_h))}{1 + \exp(-\sigma(v + v_h))} (1 + k_v |v|) \quad (3)$$

$$v_h = \text{sgn}(\ddot{x}) k_4 v_m \left(1 + \frac{k_3}{1 + \exp(-a_3(i + I_1))} - \frac{k_3}{1 + \exp(-a_3 I_1)} \right) \quad (4)$$

$$\sigma = \frac{a_0}{1 + k_0 v_m} \quad (5)$$

$$k_v = k_1 \exp(-a_4 v_m) \quad (6)$$

$$v_m = \sqrt{\dot{x}^2 - \ddot{x}x} \quad (7)$$

式中 $F_h(v)$ 为滞环算子函数; v_h 表示阻尼力过零点时的速度; σ 表示滞环的斜率; k_v 表示激励性质变化时对阻尼力的影响系数; v_m 表示激励信号的峰值速度。

2.2. 修正 Bouc-Wen 模型

为了能拟合实验结果, Wen [16] 对 Bouc 提出的迟滞模型加以发展和完善,提出了 Bouc-Wen 模型。Spencer 等[17]提出了基于 Bouc-Wen 模型的现象模型,简称现象模型,该模型结构如图 2 所示,由 Bouc-Wen 单元、粘滞阻尼单元和弹簧元件组成。

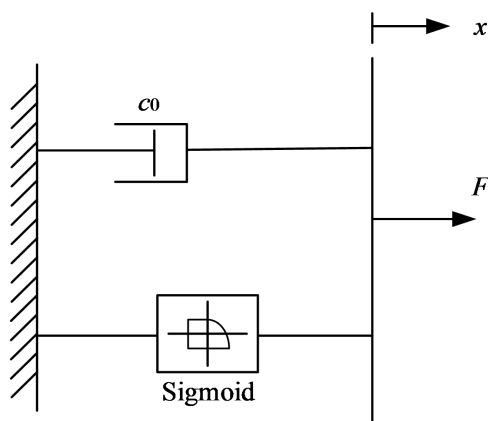


Figure 1. Sigmoid model

图 1. Sigmoid 模型

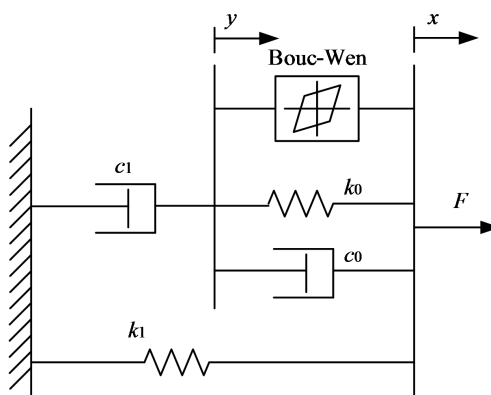


Figure 2. Modified Bouc-Wen model

图 2. 修正 Bouc-Wen 模型

计算滞环式子的表达式

$$F_h = c_1 \dot{y} + k_1 (x - x_0) \quad (8)$$

$$\dot{y} = \frac{1}{c_0 + c_1} [\alpha z + c_0 \dot{x} + k_0 (x - y)] \quad (9)$$

$$\dot{z} = -\gamma |\dot{x} - \dot{y}| z |z|^{n-1} - \beta (\dot{x} - \dot{y}) |z|^n + A (\dot{x} - \dot{y}) \quad (10)$$

式中, k_0 表示弹簧元件的刚度系数; k_1 表示 MRD 蓄能器刚度系数; c_0 表示高速情况下粘滞阻尼系数; c_1 表示低速情况下粘滞阻尼系数; x_0 表示弹簧 k_1 的初始位移; y , x 为内变量; 通过调整参数 β 、 γ 、 n 和 A 可以改变 F - v 曲线的形状。

2.3. S 型滞环模型

杨[18]采用神经网络理论中神经元 S 型传递函数, 并结合改进的非线性 Bingham 模型, 即将非线性 Bingham 模型中的符号函数用双曲正切 S 型传递函数 tansgn 代替, 提出了 S 型滞环模型, 其计算滞环式子为:

$$F_h = k_v \text{tansgn}(\sigma(\dot{x} + \dot{x}_h)) + c_p \dot{x} + kx \quad (11)$$

$$\sigma = \frac{a_0}{1 + k_0 v_m} \quad (12)$$

$$k_v = k_1 \exp(-a_4 v_m) \quad (13)$$

$$\dot{x}_h = \text{sgn}(\ddot{x}) k_4 v_m \quad (14)$$

式中, c_p 表示磁流变材料屈服后塑性粘度系数; k 表示气体蓄能腔所形成的刚度系数; tansgn 表示神经网络模型的神经 S 型传递函数。

3. 基于 MRD 的车辆悬架模型

3.1. 二自由度 MR 悬架系统模型

车辆悬架是由弹簧、阻尼器、轮胎等非线性器件组成的复杂系统[19], 当仅考虑汽车悬架系统的平顺性, 即车辆垂直方向的振动特性时, 可以根据研究对象的不同进行简化, 本文为了探究 MRD 滞环模型对车辆悬架非线性影响采用二自由度车辆悬架模型。该模型中参数少、结构简单, 但是能基本反映车辆悬架行驶过程中车身垂直方向的振动加速度、悬架动行程以及轮胎动载荷这些本质特征。

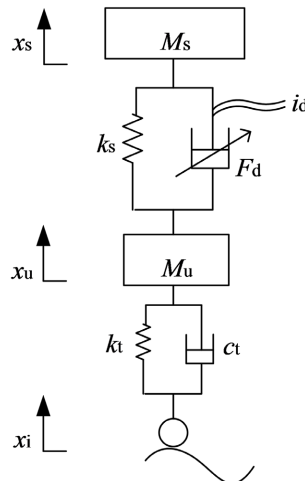


Figure 3. 2-DoF MR suspension system dynamics model
图 3. 二自由度 MR 悬架系统动力学模型

图 3 示出了二自由度 MR 悬架系统模型。其中 m_s 、 m_u 分别为簧载质量和非簧载质量; k_s 、 k_t 分别为悬架弹簧刚度和车轮等效刚度; c_t 为车轮阻尼系数, x_s 、 x_u 分别为簧载质量位移和非簧载质量位移; x_{in} 为路面激励位移; F_d 为 MRD 输出的可控阻尼力。根据牛顿运动定律, 该悬架系统的动力学方程为:

$$m_s \ddot{x}_s + k_s (x_s - x_u) + F_d = 0 \quad (15)$$

$$m_u \ddot{x}_u - k_s (x_s - x_u) + k_t (x_u - x_{in}) + c_t (\dot{x}_u - \dot{x}_{in}) - F_d = 0 \quad (16)$$

3.2. 基于改进 Skyhook 的半主动控制策略

半主动悬架中控制策略的好坏直接影响到控制效果的优劣, 结合实际应用的要求, 本文采用基于改进天棚半主动控制策略。

“天棚”(Skyhook)阻尼控制策略是由 Karnopp [20]提出的一种经典车辆悬架阻尼控制方法, 目前在车辆半主动悬架系统振动控制中被广泛采用。理想模型如图 4(a)所示, 假设将系统中的阻尼器位于簧载

质量与某固定的“天棚”之间，使其作用力方向与簧载质量相反，从而抑制车身振动。理想的阻尼力为：

$$f_{\text{sky}} = -c_{\text{sky}} \dot{x}_s \quad (17)$$

其中， c_{sky} 是天棚阻尼系数，根据悬架系统参数优化确定。

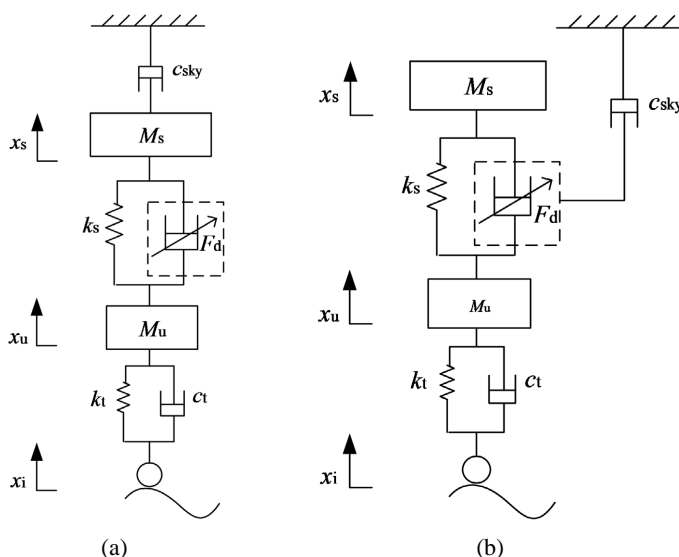


Figure 4. Skyhook control. (a) Ideal skyhook damping system model; (b) Improved skyhook damping system model

图 4. 天棚阻尼控制。(a) 理想天棚阻尼系统模型；(b) 改进型天棚阻尼系统模型

如图 4(a)所示的天棚阻尼是一种理想模型，没有考虑到在 \dot{x}_s ($\dot{x}_s - \dot{x}_u$) 时的控制状态以及各状态变量测量等问题，所以单纯的天棚很难实现，可以采用等效性在一定的范围内实现天棚阻尼控制如图 4(b)所示，在簧载质量与非簧载质量之间的半主动控制阻尼器的阻尼力可以根据控制策略的变化而变化。为实现天棚阻尼控制，结合 MR 阻尼器的工作特点基于改进型天棚阻尼控制器的系统框图如图 5 所示，改进型天棚阻尼控制方案以驱动电流的形式给出：

$$i_d = \begin{cases} c_{\text{sky}} \dot{x}_s^2 & \dot{x}_s \dot{x}_u > 0 \\ 0 & \dot{x}_s \dot{x}_u \leq 0 \end{cases} \quad (18)$$

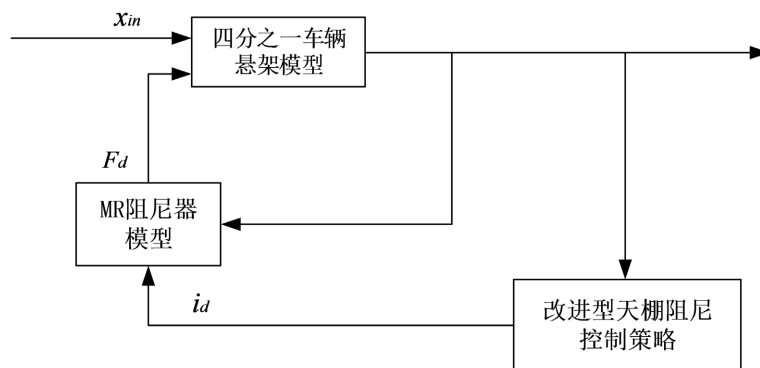


Figure 5. System framework of improved skyhook damping controller

图 5. 改进型天棚阻尼控制器的系统框架

4. MR 悬架系统非线性动力学分析

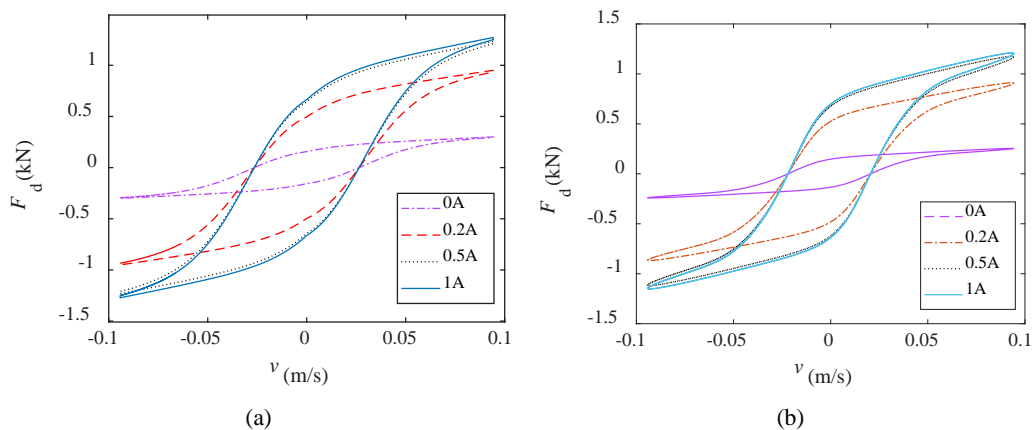
4.1. MRD 滞环模型验证

Table 1. Three hysteresis model parameters

表 1. 三种滞环模型参数

Sigmoid 通用滞环模型		修正 Bouc-Wen 滞环模型		S 型滞环模型	
模型参数	数值	模型参数	数值	模型参数	数值
a_0	992.749	α	20,373.739	a_0	371.779
a_1	3.104	β	233,849.189	a_4	-0.918
a_4	4.452	γ	8816.960	k_0	99.763
k_0	139.946	$c_0/(\text{N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1})$	1368.714	k_1	221.870
k_1	6.418	$c_1/(\text{N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1})$	6222.717	k_4	-0.297
k_4	-0.281	$k_0/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	184.113	$c_p/(\text{N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1})$	724.182
F_0/N	91.795	$k_1/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	1528.143	$k_1/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	300.476
k_2	8.378	n	2	k_2	6.795
a_2/A^{-1}	7.293	A	20.603	a_2/A^{-1}	7.769
I_0/A^{-1}	0.063	x_0/m	-0.004	I_0/A^{-1}	0.026
		k_2	10.092		
		a_2/A^{-1}	7.526		
		I_0/A^{-1}	0.069		

为验证MRD滞环模型对悬架性能的影响,首先对三种滞环模型 F - v 特性曲线计算结果进行比较分析,采用模型参数如表1所示。图6示出了不同控制电流下三种模型的滞环 F - v 特性曲线,正弦激励信号的幅值为0.01 m,幅值为1.5 Hz,控制电流分别为0 A、0.2 A、0.3 A、0.5 A。从图6中可以看出,在不同控制电流下,三种模型具有良好的一致性,表明非线性饱和的电流控制函数准确描述了电流对阻尼力的控制特性。



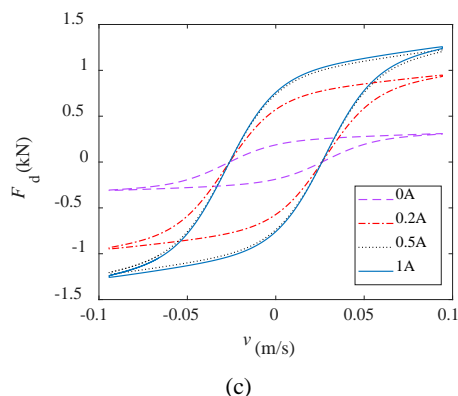


Figure 6. F - v characteristic curve at different control currents. (a) Sigmoid; (b) Modified Bouc-Wen; (c) S
图 6. 控制电流不同时 F - v 特性曲线。(a) Sigmoid; (b) 修正 Bouc-Wen; (c) S

图 7 示出了正弦激励信号频率为 1.5 Hz, 控制电流为 0.2 A, 正弦激励信号幅值分别为 0.01 m、0.02 m、0.06 m、0.08 m 时滞环 F - v 特性曲线。图 8 示出了正弦激励信号幅值为 0.01 m, 控制电流为 0.2 A, 正弦激励信号幅值分别为 1.5 Hz、5 Hz、15 Hz 时滞环 F - v 特性曲线。

由图 7(a)、图 8(a)可以看出, 当改变路面激励幅值和频率时, Sigmoid 模型滞环 F - v 特性曲线没有改变; 而从图 7(b)、图 8(b)可以看出, Bouc-Wen 模型在低速时 F - v 特性曲线坡度变小, 能够描述 MRD 在低速时的滞回性能。并且随着激励幅值和频率的增加, 滞回宽度增大, 最大屈服力在增加, 阻尼力明显增大; 对于 S 模型而言, 从图 7(c)、图 8(c)可以看出若增大激励幅值和频率, 在低速时 F - v 特性曲线坡度变小, 非线性变大。

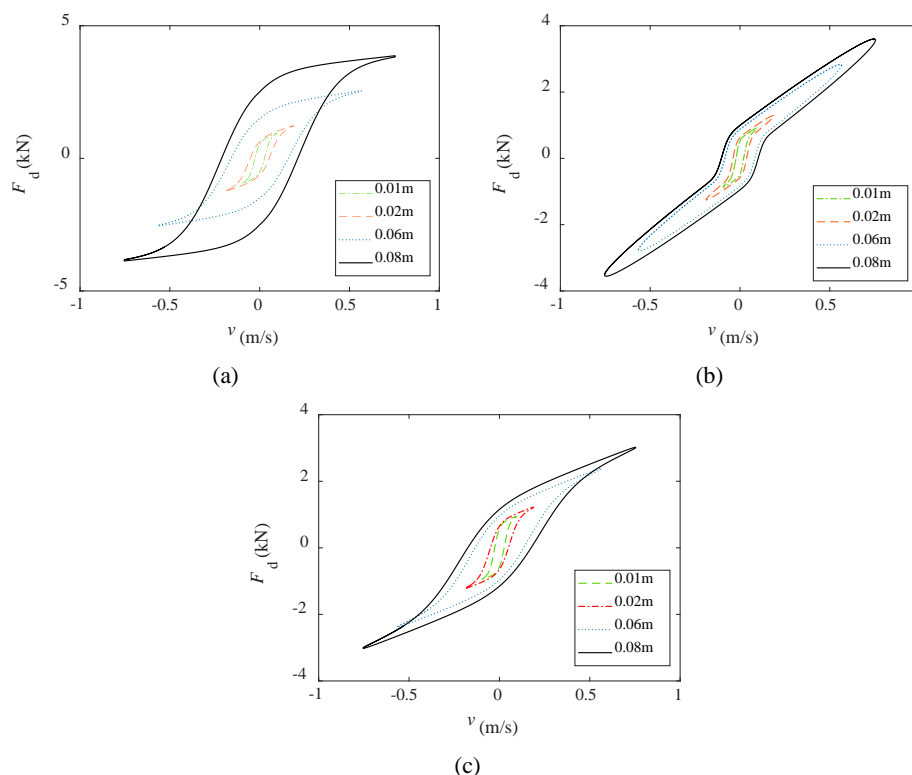


Figure 7. F - v characteristic curve with different excitation amplitudes. (a) Sigmoid; (b) Modified Bouc-Wen; (c) S
图 7. 激励幅值不同时 F - v 特性曲线。(a) Sigmoid; (b) Bouc-Wen; (c) S

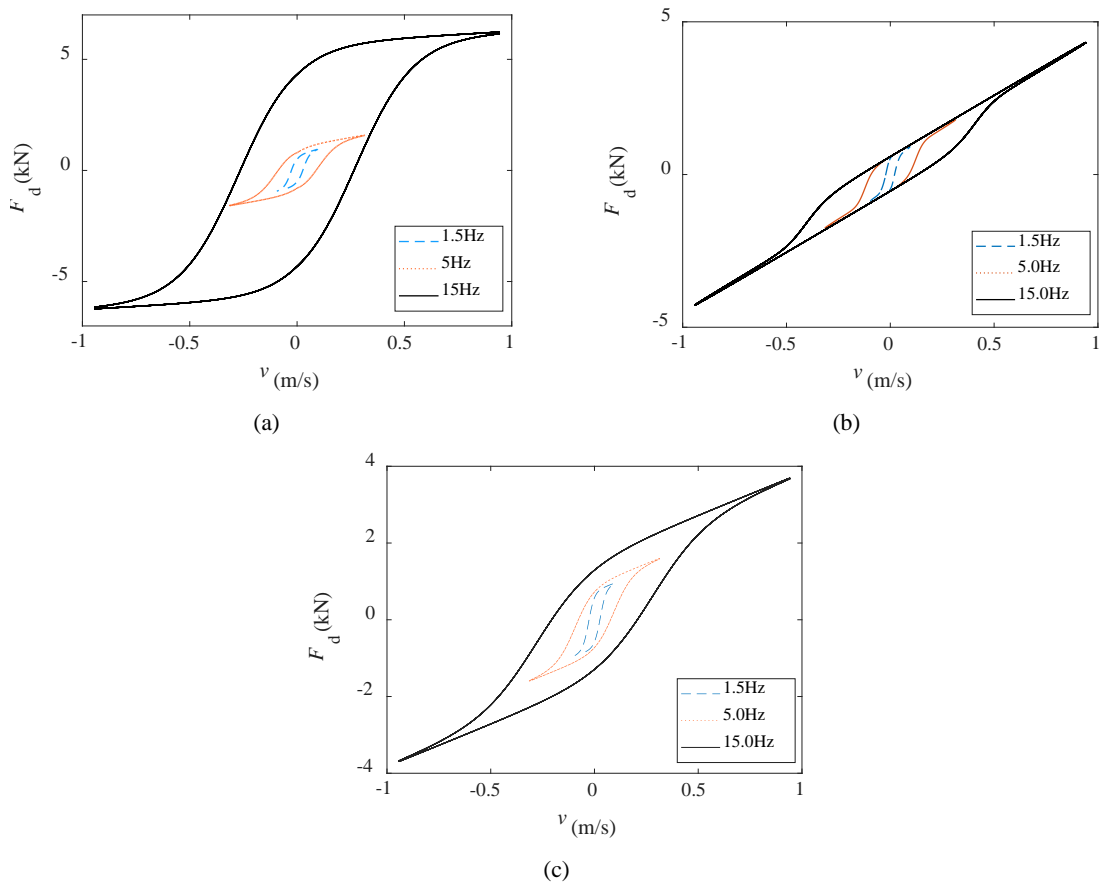


Figure 8. F - v characteristic curve with different excitation frequency. (a) Sigmoid; (b) Modified Bouc-Wen; (c) S
图 8. 激励频率不同时 F - v 特性曲线。(a) Sigmoid; (b) 修正 Bouc-Wen; (c) S

上述仿真结果表明, Sigmoid 模型、修正 Bouc-Wen 模型、S 型模型均可以描述 MRD 非线性饱和的电流控制特性, 且 F - v 特性曲线对激励幅值、频率变化较为敏感, 但控制电流对其影响较小。同时也可以反映出 Sigmoid 模型在激励性质变化时适应能力优于修正 Bouc-Wen 模型和 S 型模型。

4.2. MR 悬架系统非线性动力学仿真结果

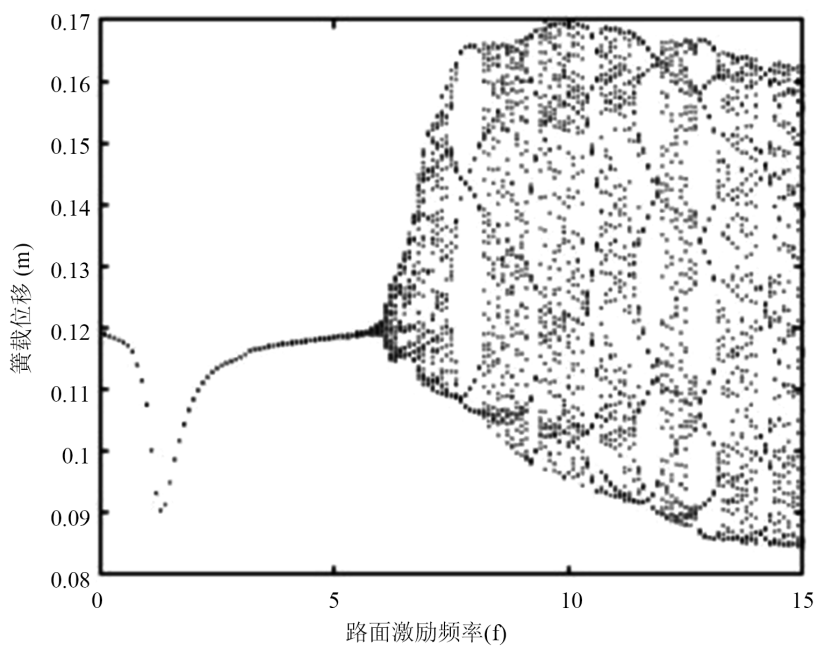
在分析路面随机激励下系统发生分岔、混沌等非线性动力学行为时, 很少涉及 MRD 滞环模型对系统振动响应的影响。因此研究 MRD 滞环模型对 MR 悬架系统非线性振动的影响, 有利于 MRD 结构改进与滞环模型设计, 避免混沌运动造成车辆失稳影响悬架整体性能, 对半主动悬架控制具有重要的理论意义与工程价值。

选择谐波路面作为路面输入, 即 $x_{in} = amp \cdot \sin(2\pi f \cdot t)$, 其中 f 表示激励频率, amp 表示激励幅值。系统参数簧载质量 $m_s = 288.9$ kg, 非簧载质量 $m_u = 28.58$ kg, 悬架刚度系数 $k_s = 19,960$ N/m, 轮胎刚度系数 $k_t = 155,900$ N/m, 轮胎等效阻尼系统 $c_t = 100$ N/(m·s⁻¹)。

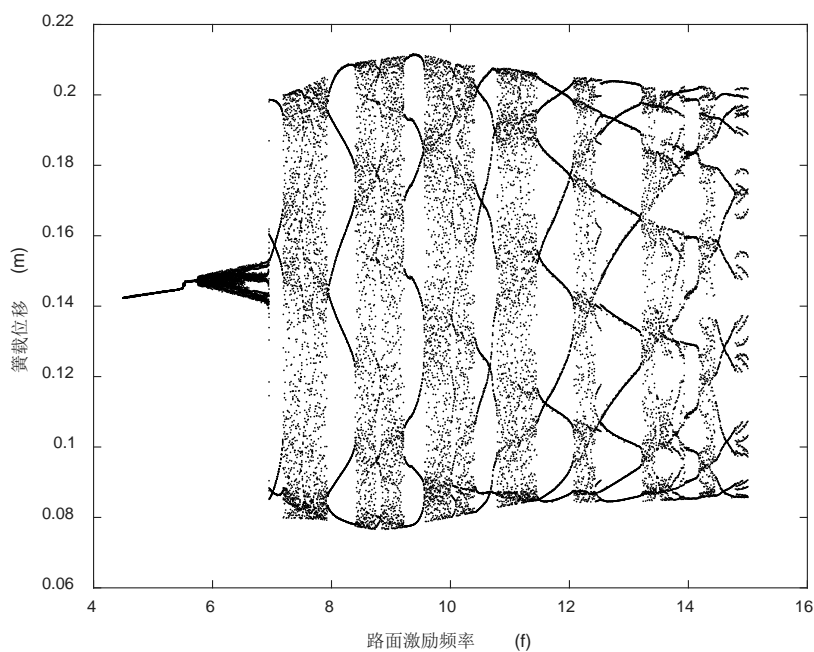
1) 激励频率 f 变化时 MR 悬架系统的非线性特性

实际路面扰动的幅值通常为 1~10 cm, 幅值越大, 表明当前路面不平整度越大, 影响车辆行驶时平顺性和操控性。当悬架系统幅值保持不变, 但车速产生变化时, 路面对车辆的激励频率将随之发生变化。因此, 本小节考虑两种路况下即 $amp = 2$ cm 和 $amp = 8$ cm, 对基于三种不同滞环模型的 MR 悬架系统簧载质量位移 x_s 进行时域仿真。

图9所示的是 $amp = 2\text{ cm}$ 路况较好时的局部分岔图, 由图中可以看出, Sigmoid 模型悬架系统在 6.5 Hz 时最先进入混沌运动, 随后进入周期与混沌运动交替的状态。修正 Bouc-Wen 模型悬架系统在 6.4 Hz 时由周期 3 运动随后短暂进入周期 5, 在 7.2 Hz 时系统出现混沌运动。S 模型悬架系统在 9.2 Hz 时由周期 1 进入混沌运动。从图中可以直接观察到, 系统随着激励频率的增大, MR 悬架会处于周期与混沌运动交替的状态, 当系统处于混沌振动时, 其运动的不稳定和无规律会加剧系统内部振动, 减短零部件使用寿命, 威胁到行车安全。



(a)



(b)

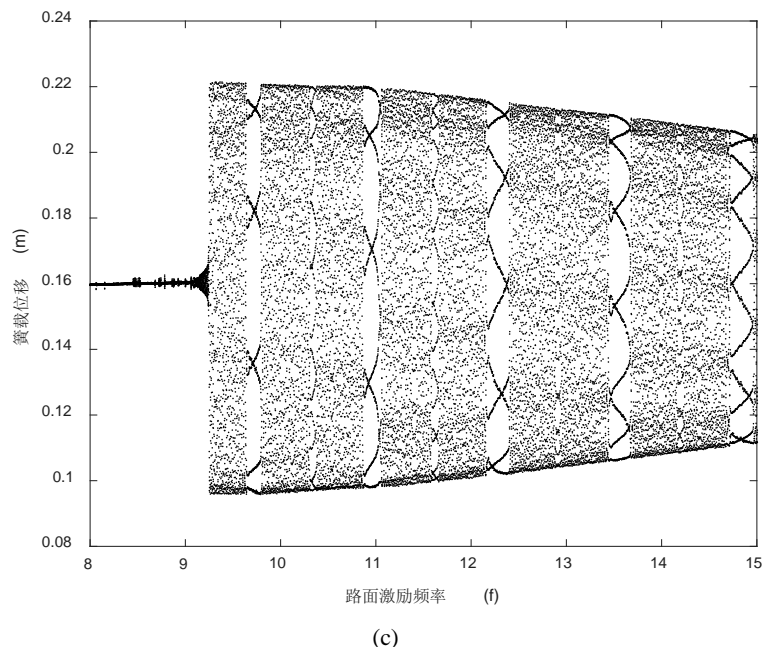
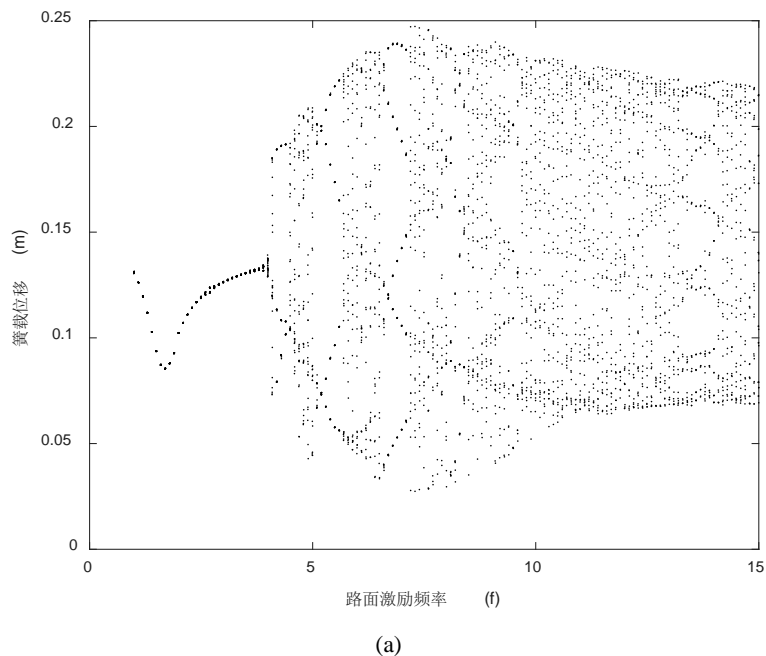


Figure 9. Bifurcation diagram of suspension system sprung mass displacement at $amp=2cm$. (a) Sigmoid; (b) Modified Bouc-Wen; (c) S

图 9. $amp = 2\text{ cm}$ 悬架系统簧载质量位移 x_s 分岔图。(a) Sigmoid; (b) 修正 Bouc-Wen; (c) S

图 10 所示的是悬架模型在路况较差 $amp = 8\text{ cm}$ 时的分岔图，由图 10(b)可以看出修正 Bouc-Wen 模型悬架系统相较于图 9(b)路况较好时，随着 f 的增加悬架系统在 $f = 3.3\text{ Hz}$ 时更早进入周期与混沌运动交替的状态。由图 10(a)、图 10(c)可知 Sigmoid 模型悬架系统和 S 模型悬架系统分别在 4.5 Hz 、 8.9 Hz 时由周期 1 进入混沌运动，说明修正 Bouc-Wen 模型悬架系统在路面激励增大的情况下提前进入混沌运动状态，而 Sigmoid 模型悬架系统和 S 模型悬架系统响应受影响较小。



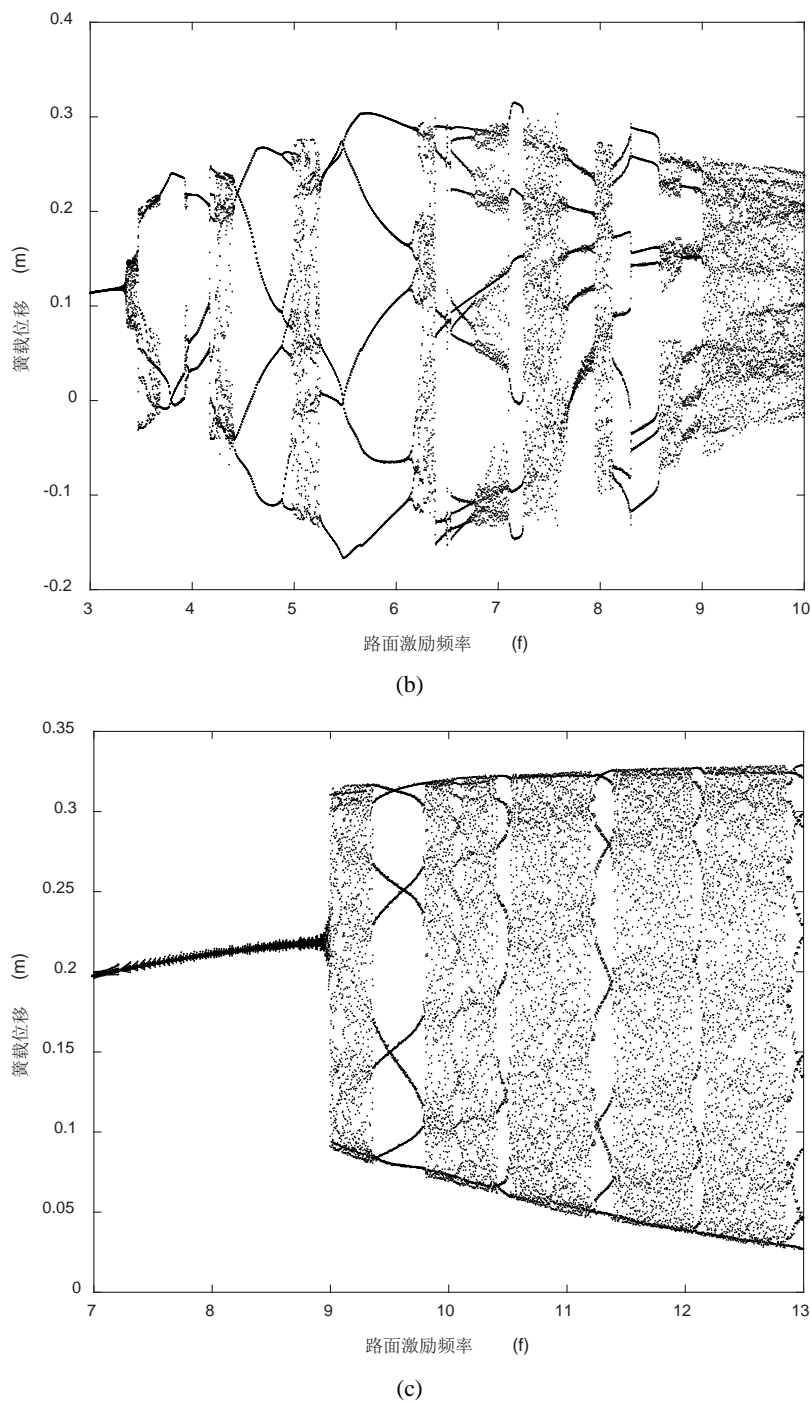


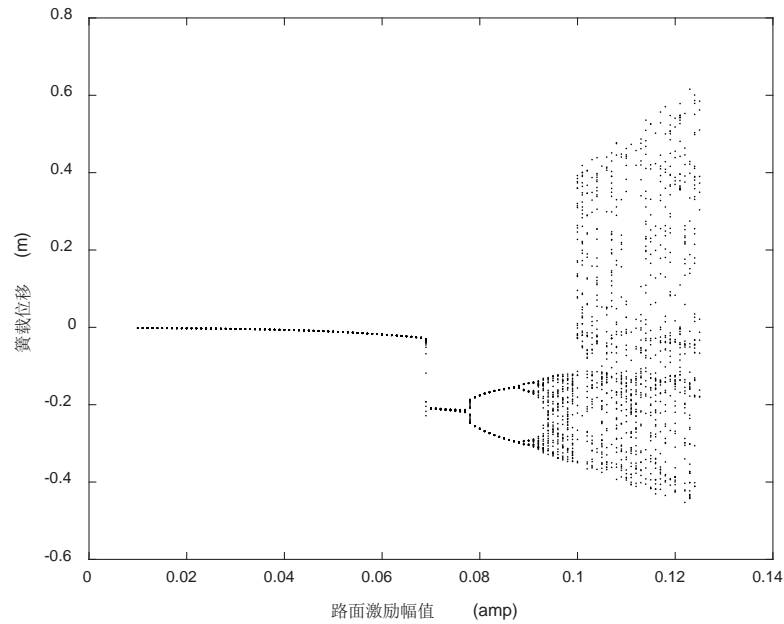
Figure 10. Bifurcation diagram of suspension system sprung mass displacement at $amp = 8$ cm. (a) Sigmoid; (b) Modified Bouc-Wen; (c) S

图 10. $Amp = 8$ cm 悬架系统簧载质量位移 x_s 分岔图。(a) Sigmoid; (b) 修正 Bouc-Wen; (c) S

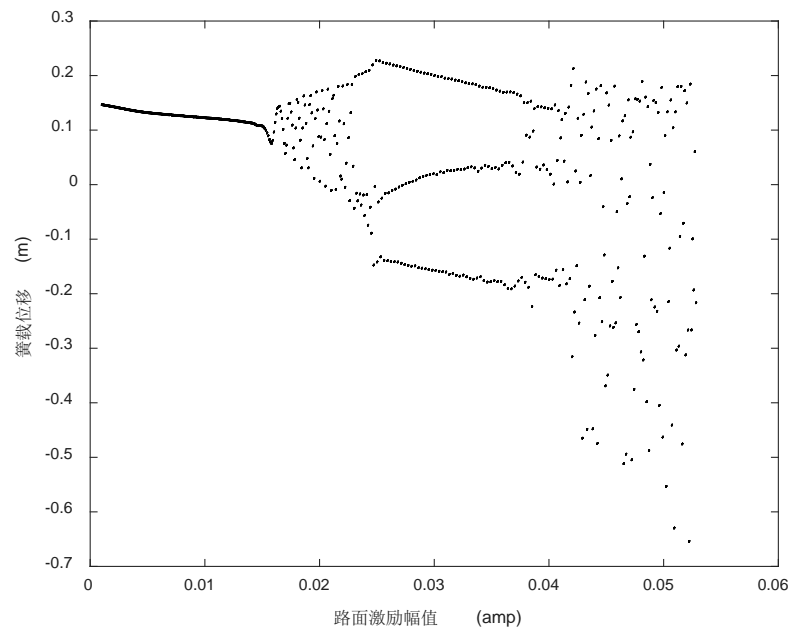
2) 激励幅值 amp 变时 MR 悬架系统的非线性特性

车辆悬架系统存在两个固有频率，分别是低频段的簧载固有频率和高频段的非簧载固有频率。本节选取路面输入激励频率分别为 3.2 Hz 和 11.5 Hz 对三种不同计算模型的 MR 悬架系统动力学特性进行分析。

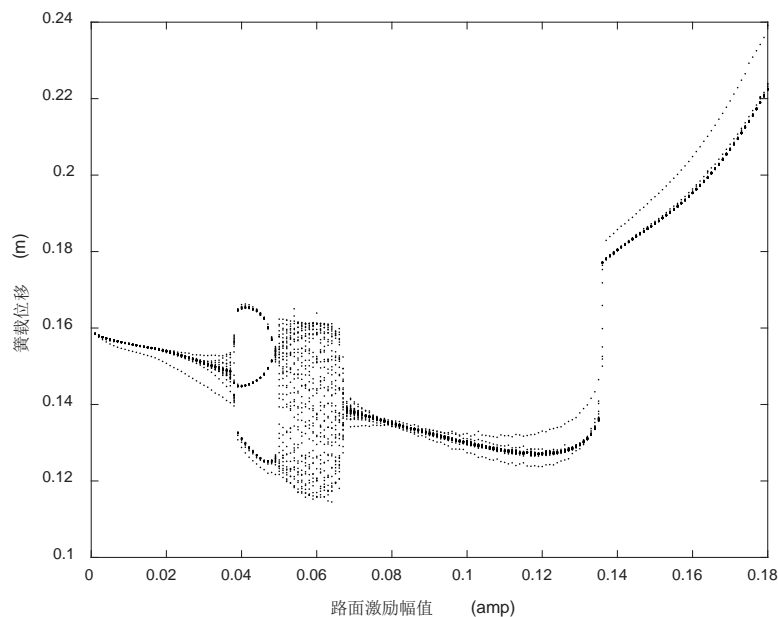
图 11 为 $f = 3.2 \text{ Hz}$ 时三种滞环模型 MR 悬架系统簧载质量位移 x_s 随激励幅值变化的分岔图。从图 11(a) 可以看出, Sigmoid 悬架系统在激励幅值变化过程中, 系统主由倍周期分岔联至混沌运动。当 amp 小于 6.8 cm 时, 系统处于稳定周期 1; 随着激励幅值的增大, 系统由稳定的周期 1 进入周期 2; 当 amp 大于 9.2 cm 时, 系统进入混沌运动状态。图 11(b) 反映修正 Bouc-Wen 悬架系统在 $[1.5 \text{ cm}, 2.5 \text{ cm}]$ 区间内和大于 4 cm 区间内系统发生混沌振动。图 11(c) 直观描述了 S 模型悬架系统在 $[0.1 \text{ cm}, 3.8 \text{ cm}]$ 区间内系统处于稳定周期 1; 在 $[3.8 \text{ cm}, 5.0 \text{ cm}]$ 区间系统处于周期 3, 随后系统进入混沌运动, 当激励幅值大于 6.5 cm 时, 系统重新进入周期 1。



(a)



(b)

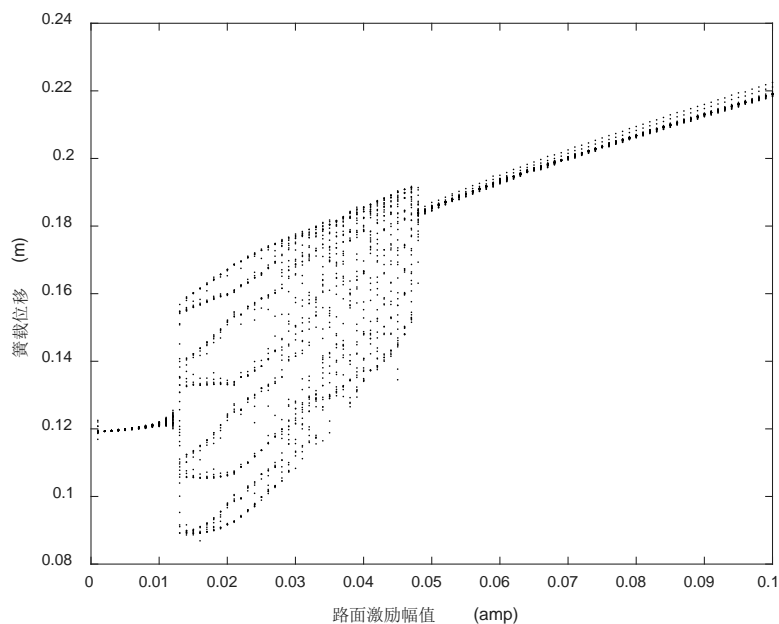


(c)

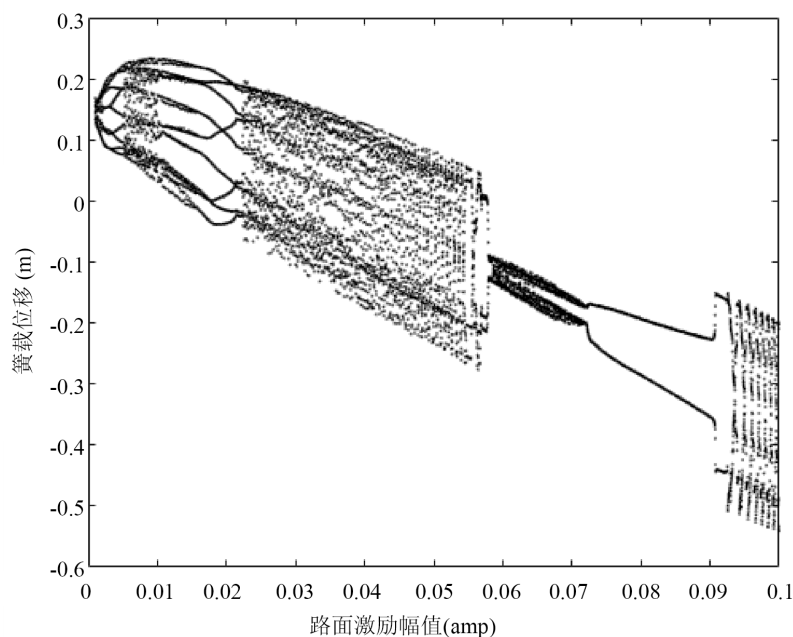
Figure 11. Bifurcation diagram of suspension system sprung mass displacement at $f = 3.2$ Hz. (a) Sigmoid; (b) Modified Bouc-Wen; (c) S

图 11. $f = 3.2$ Hz 悬架系统簧载质量位移 x_s 分岔图。(a) Sigmoid; (b) 修正 Bouc-Wen; (c) S

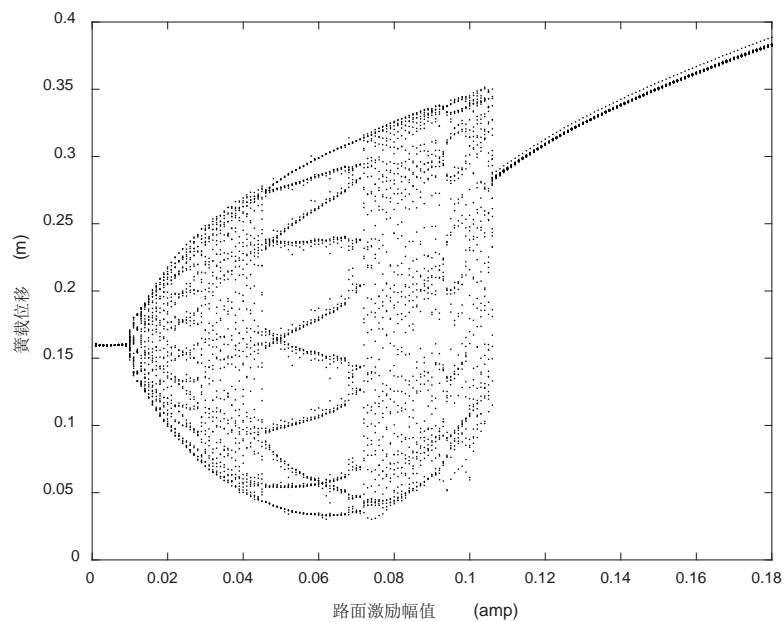
图 12 为 $f = 11.5$ Hz 时三种滞环模型 MR 悬架系统簧载质量位移 x_s 随激励幅值变化的分岔图。从图 12(a)可以看出, Sigmoid 模型悬架系统在 amp 小于 1.2 cm 时, 系统处于稳定周期 1; 随着激励幅值的增大, 系统由稳定的周期 1 进入周期 8; 当在 [3 cm, 4.8 cm] 区间内时, 系统进入混沌运动状态; 当 amp 大于 4.8 cm 时, 系统重新进入周期 1。图 11(b)描述了修正 Bouc-Wen 悬架系统在小幅值时就进入周期 9;



(a)



(b)



(c)

Figure 12. Bifurcation diagram of suspension system sprung mass displacement at $f = 11.5$ Hz. (a) Sigmoid; (b) Modified Bouc-Wen; (c) S

图 12. $f = 11.5$ Hz 时悬架系统簧载质量位移 x_s 分岔图。(a) Sigmoid; (b) 修正 Bouc-Wen; (c) S

在 $amp = 0.9$ cm 时系统发生极为短暂的混沌运动, 随后系统进入周期 9; 当 $amp = 2$ cm 时系统发生混沌运动; 在 amp 在区间[5.5 cm, 9.1 cm]内系统进入周期 2; amp 大于 9.1 cm 时系统发生混沌运动。从图 12(c) 可以看出 S 悬架系统在区间[0.001 cm, 0.016 cm]内系统处于稳定周期 1, 随后进入混沌运动; 在区间[2.0 cm, 2.9 cm]内系统短暂处于周期 19, 随后系统进入混沌运动; 当激励幅值大于 4.2 cm 时, 系统重新进入

周期 10; 当 $amp = 7.2$ cm 系统又进入混沌运动; 当 amp 大于 10.5 cm 时, S 模型悬架系统进入稳定周期 1。

上述仿真结果表明, 在路面激励幅值变化时, 三种悬架系统均经历了周期运动、混沌运动等丰富动力学行为。在低频段时, Sigmoid 模型悬架系统在小幅值激励响应下能保持稳定的周期 1 状态, 修正 Bouc-Wen 模型悬架系统和 S 模型悬架系统均出现混沌区域, 而随着幅值增大 S 模型悬架系统能恢复到稳定状态。在高频段时, 随着幅值增大 Sigmoid 模型悬架系统和 S 模型悬架系统能摆脱混沌状态进入周期运动, 而修正 Bouc-Wen 模型悬架系统无法脱离不稳定的非线性振动。

5. 结论

本文基于二自由度 MR 悬架系统的动力学模型, 通过簧载质量位移 x_s 的分岔图系统地研究了路面激励信号频率和幅值变化时, 三种 MRD 滞环模型对悬架系统非线性振动的影响, 根据观测 MR 悬架系统的动力学演化过程, 得出以下结论。

1) 路况较好时, MR 悬架系统对频率变化较为敏感。当路面激励信号频率较小时, 基于三种模型的悬架系统均能长久保持周期运动; 随着路面激励信号频率增大, 悬架系统会多次出现混沌振动, 基于 Sigmoid 模型的悬架系统最先进入混沌振动, 但振动幅值最小。

2) 路况较差时, 基于修正 Bouc-Wen 模型的悬架系统提前进入混沌振动, 而对 Sigmoid 模型悬架系统和 S 模型悬架系统影响较小。

3) 路面激励信号频率较小时, Sigmoid 模型悬架系统能长久保持周期运动, 仅在 amp 大于 0.092 m 即路况极其糟糕的情况下, 才会进入混沌振动; S 模型悬架系统在 0.05 m~0.065 m 出现混沌振动, 修正 Bouc-Wen 悬架系统则在大于 0.04 m 情况下长期处于混沌振动。

4) 路面激励信号频率较大时, Sigmoid 模型悬架系统在 0.03 m~0.048 m 区间内, S 模型悬架系统在 0.016 m~0.020 m、0.029 m~0.042 m、0.072 m~0.0105 m 区间, 修正 Bouc-Wen 模型悬架系统在 0.020 m~0.055 m 区间内均出现不同程度的混沌振动。

上述研究表明: MR 悬架系统属于强非线性系统, 在路面激励输入下系统极易出现复杂的非线性动力学行为。MRD 滞环模型的不同也会改变悬架系统非线性动力学行为, Sigmoid 模型悬架系统在抑制混沌振动中优于修正 Bouc-Wen 模型悬架系统和 S 模型悬架系统, 因此 Sigmoid 模型非常适用于 MRD 的工程设计和应用。本文研究结果对 MR 系统半主动控制策略的研究有着十分重要的指导意义, 可以通过修正 MRD 滞回模型和完善控制器设计来有效抑制 MR 悬架系统混沌振动的发生。

参考文献

- [1] Pang, H., Pei, L., Sun, C. and Gong, X. (2018) Normal Stress in Magneto-Rheological Polymer Gel under Large Amplitude Oscillatory Shear. *Journal of Rheology*, **62**, 1409-1418. <https://doi.org/10.1122/1.5030952>
- [2] Zhang, H.L., Wang, E.R., Min, F.H. and Zhang, N. (2016) Hysteresis-Induced Bifurcation and Chaos in a Magneto-Rheological Suspension System under External Excitation. *Chinese Physics B*, **25**, Article No. 030503. <https://doi.org/10.1088/1674-1056/25/3/030503>
- [3] 付一博. 磁流变阻尼器时滞效应研究[J]. 科技创新导报, 2020, 17(9): 75-77.
- [4] Yang, M.G., Li, C.Y. and Chen, Z.Q. (2013) A New Simple Non-Linear Hysteretic Model for MR Damper and Verification of Seismic Response Reduction Experiment. *Engineering Structures*, **52**, 434-445. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.03.006>
- [5] 王璐, 于海龙, 江民, 朱洪涛. 装甲车辆悬挂系统模糊 PID 控制仿真研究[J]. 噪声与振动控制, 2020, 40(5): 152-158.
- [6] Zhang, G., Li, Y., Yu, Y., Wang, H. and Wang, J. (2020) Modeling the Nonlinear Rheological Behavior of Magnetorheological Gel Using a Computationally Efficient Model. *Smart Materials and Structures*, **29**, Article ID: 105021. <https://doi.org/10.1088/1361-665X/aba809>
- [7] 李秀领, 李宏男. 磁流变阻尼器的双 sigmoid 模型及试验验证[J]. 振动工程学报, 2006, 19(2): 168-172.

- [8] 徐赵东, 李爱群, 程文灏, 叶继红. 磁流变阻尼器带质量元素的温度唯象模型[J]. 工程力学, 2005, 22(2): 144-148.
- [9] 臧传相, 侯保林, 谈乐斌. 磁流变阻尼器 S 型滞环模型的改进及辨识[J]. 燕山大学学报, 2010, 34(5): 401-404.
- [10] 陶柯免. 磁流变阻尼器参数化模型的研究综述[J]. 山西建筑, 2020, 46(23): 46-48.
- [11] 黄苗玉, 王恩荣, 闵富红. 磁流变车辆悬架系统的混沌振动分析[J]. 振动与冲击, 2015, 34(24): 128-134.
- [12] 张海龙, 闵富红, 王恩荣. 磁流变阻尼器的车辆悬架系统混沌分析与控制[C]//第三十一届中国控制会议论文集. 中国合肥: 中国自动化学会控制理论专业委员会, 2012: 425-428.
- [13] 吴参, 王维锐, 徐博侯, 李兴林, 江伟光. 路面激励下车辆悬架滞回模型的混沌研究[J]. 浙江大学学报(工学版), 2011, 45(7): 1259-1264+1287.
- [14] 王皖君, 应亮, 王恩荣. 可控磁流变阻尼器滞环模型比较[J]. 机械工程学报, 2009, 45(9): 100-108.
- [15] Wang, E.R., Ma, X.Q. and Su, C.Y. (2004) Generalized Asymmetric Hysteresis Model of Controllable Magnetorheological Damper for Vehicle Suspension Attenuation. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, **17**, 301-305. <https://doi.org/10.3901/CJME.2004.02.301>
- [16] Wen, Y.K. (1976) Method for Random Vibration of Hysteretic Systems. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, **102**, 249-263. <https://doi.org/10.1061/JMCEA3.0002106>
- [17] Spencer, B.F., Dyke, S.J., Sain, M.K. and Carlson, J.D. (1997) Phenomenological Model for Magnetorheological Dampers. *Journal of Engineering Mechanics*, **123**, 230-238. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1997\)123:3\(230\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1997)123:3(230))
- [18] 杨礼康. 基于磁流变技术的车辆半主动悬挂系统理论与试验研究[D]: [博士学位论文]. 杭州: 浙江大学, 2004.
- [19] 宁东红, 贾志娟, 董明明, 杜海平. 车辆座椅悬架减振系统研究进展[J]. 中国计量大学学报, 2018, 29(2): 113-120.
- [20] Karnopp, D., Crosby, M.J. and Harwood, R.A. (1974) Vibration Control Using Semi-Active Force Generators. *Journal of Engineering for Industry*, **5**, 619-629. <https://doi.org/10.1115/1.3438373>