

# Correlation between the Measured Point Temperature and the Heating Time under the Conditions of One-Dimensional Heat Conduction

Ziwen Liu\*, Chunde Piao#, Liang Xie, Bin Li, Dashuai Yang, Dongyue Pan

School of Resources and Earth Science, China University of Mining, Xuzhou Jiangsu  
Email: liuziwen.clyst@qq.com, #piaocd@126.com

Received: Mar. 28<sup>th</sup>, 2016; accepted: Apr. 18<sup>th</sup>, 2016; published: Apr. 21<sup>st</sup>, 2016

Copyright © 2016 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

---

## Abstract

In order to study the relationship between the changes of linear heating device testing point temperature and heating time in the heat transfer process, we study the relevance between radiation values  $E$  and the power  $P$  at the center of the heating device. Based on the nature of the surrounding conductive medium, we derived one-dimensional heat conduction model which considered the time delay parameters. We verify the suitability of the theoretical model through laboratory experiments by heating bar arrangement. The results show that test point temperature slope is gradually reduced and stabilized when the test point temperature difference gradually rises in the effect of heat conduction. Through the measured temperature values compared with theoretical calculations, it showed that the maximum relative error reached 20% in early experiments, but the temperature difference decreased and tended to zero with the increase of heating time and source of power, showed that theoretical formula derived realistic in this paper.

## Keywords

One-Dimensional Heat Conduction, Temperature Distribution, Temperature Gradient

---

\*第一作者。

#通讯作者。

# 一维热传导条件下测点温度与加热时间的相关性研究

刘子文<sup>\*</sup>, 朴春德<sup>#</sup>, 谢 亮, 李 斌, 杨大帅, 潘东玥

中国矿业大学资源与地球科学学院, 江苏 徐州

Email: liuziwen.clyst@qq.com, #piaocd@126.com

收稿日期: 2016年3月28日; 录用日期: 2016年4月18日; 发布日期: 2016年4月21日

## 摘 要

针对线性加热装置在热传导过程中测试点温度随加热时间的变化问题, 研究了加热装置中心点处辐射值  $E$  与功率  $P$  之间的关系式, 基于周边传导介质的性质, 推导了考虑时间延迟参数的一维热传导模型, 并通过加热棒为装置进行了热传导实验, 验证了理论模型的适宜性。研究表明, 受热传导影响而测试点温差逐渐提高时, 测试点温度变化斜率逐渐减小并趋于稳定。通过对理论计算的温度值与实测温度值进行了对比表明, 实验初期相对误差最大达到20%, 但随着加热时间和热源功率的增加, 两者的温差逐渐减小并趋于零, 说明本文推导的理论计算公式符合实际。

## 关键词

一维热传导, 温度分布, 温度梯度

## 1. 引言

通过温度场研究渗流场是在国内外对于温度示踪法研究的基础上发展起来的, 为研究渗流场提供了新的研究理论和方法[1]。如何有效地了解岩土体温度的变化特征, 对于识别地下渗流的路径及变化特征研究方面具有重要意义。目前, 有关热传导引起的温度变化特性研究方面, 孙培德等应用有限元法模拟了深井巷道围岩地温场中 4 种常见隧道断面的岩石温度分布特征规律, 揭示了地温场内温度分布与地热学参数之间的时空变化关系[2]。赵坚等通过水流在岩石裂隙的循环试验, 研究了岩石裂隙的水力-热力特性, 得出裂隙几何与表面粗糙度对岩石-裂隙热传导起重要作用[3]。王小明等依据南京越江公路隧道浅层温度场以及管片外侧温度进行的长期监测试验结果, 分析了其温度变化规律, 建立了隧道浅埋段传热的三维数值模型[4]。高红贝等对不同温度条件下实验土壤的水分特征曲线、导水率、扩散率和比水容量等土壤水分运动基本参数的温度效应进行了理论研究[5]。曹鼎峰等基于碳纤维加热光缆的分布式测温系统, 对埋设在土壤中的碳纤维加热光缆的温度变化进行测定, 利用其升温过程中的温度特征值与含水率之间的关系测量土壤中的含水率[6][7]。

综上所述, 虽然有关热传导特征和温度识别方法方面取得了不少研究成果, 但有关一维热传导条件下与热源不同距离的测试点温度变化理论模型研究方面还需进一步探索。本文基于傅里叶导热定律, 推导了考虑时间延迟参数的一维热传导模型, 并以加热棒作为热源, 通过加热棒在恒温水槽中的温度变化特性实验, 得到不同功率下的温度分布特征, 验证了理论计算公式的合理性。论文的研究成果对于一维加热环境下岩土体介质等材料的温度传导特性计算及研究方面具有良好的借鉴意义。

## 2. 一维热传导模型

对于一维线性加热装置在热传导过程中测试点温度随加热时间的变化问题, 假设与热源一定距离的目标质点在单位时间、单位面积内接受的热量值为  $E$  (以下简称为辐射值  $E$ ), 该质点在单位时间、单位面积内散失的能量值为  $H_0$ , 则热传导条件下该质点的辐射值与温度  $t$ 、某时间段  $\tau$  的关系为[8]

$$E \cdot d\tau = C \cdot M \cdot \Delta t + H_0 \cdot d\tau \quad (1)$$

式(1)中,  $C$  为质点的比热容;  $M$  为质点的质量;  $d\tau$  为热源加热后某时刻的时间段;  $\Delta t$  为质点的温度升高值。对于已知的实验材料, 除热量的辐射值  $E$  和热量的热损值  $H_0$  外, 其余参数为常数。

式(1)中热量从热源散发到达目标质点时, 其间一部分热量由目标质点吸收, 另一部分则由目标质点与热源之间的填充物所吸收, 即目标质点接受的热量值只是热源散发热量的一部分。热量以热传导方式从热源至目标质点之间传播时, 存在温度传导的时间差, 即时间延迟  $\tau_0$ 。因此, 对于一维热传导条件下目标质点温度与热源功率及时间的变化关系, 应在式(1)的基础上需要考虑目标质点接受的热量值与热源总散发热量的比值关系和时间延迟  $\tau_0$ 。

对于长为  $L$ , 电阻半径为  $r_3$ , 功率为  $P$  的加热棒, 管壁的表面积为  $2 \cdot \pi \cdot L \cdot r_3$ , 因为辐射值为单位面积散发的能量值, 功率为散发的总能量值, 则加热棒管壁任一点处其辐射值与功率之间的关系为

$$E = \frac{n}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot r_3} P \quad (2)$$

式(2)中,  $n$  为目标质点接受的热量值与总热源散发热量的比值。当加热功率和周边材料介质的性质及环境温度保持不变时, 假定目标质点吸收的能量与热源散发的能量的比值为恒定值。因此, 可以把加热装置中心点温度响应特征等效为稳态情况下无限长圆筒壁表面温度的响应特征, 根据稳态无限长圆筒壁的温度分布, 求出目标质点吸收的能量与热源散发的能量的比值。

通过傅立叶导热定律, 可以得到稳态情况下无限长圆筒壁的温度分布方程[8]。有关稳态无限长圆筒温度分布图, 如图 1 所示。图 1 中, 设热源的半径为  $r_1$ , 圆筒内壁半径为  $r_2$ , 外壁半径为  $r_3$ , 热源表面的温度为  $t_1$ , 外壁表面的温度为  $t_2$ 。

根据傅立叶导热定律, 对于无限长圆筒, 距热源中心轴线  $r$  处质点温度为

$$t = t_2 + \frac{t_1 + t_2}{\ln(r_3 - r_1)} \ln(r/r_1) \quad (3)$$

对于某一质点的比热容为  $C$ 、质量为  $M$ , 若其温升为  $\Delta t$ , 则该质点吸收的能量为  $C \cdot M \cdot \Delta t$ 。对式(3)从  $r_1$  至  $r_2$  进行积分, 得到热源传导过程中其它质点吸收总能量  $Q_1$ , 即

$$Q_1 = C_1 \cdot M_1 \cdot \int_{r_1}^{r_2} \left( t_2 + \frac{t_1 - t_2}{\ln(r_3 - r_1)} \ln(r/r_1) - t_0 \right) dr \quad (4)$$

式(4)中  $C_1$ 、 $M_1$  分别为热源与指定质点之间填充物体的比热容及质量,  $t_0$  为质点的初始温度。

当质点距中心  $r_2$  至  $r_3$  之间时, 质点所处位置所吸收的总能量为  $Q_2$ , 即

$$Q_2 = C_2 \cdot M_2 \int_{r_2}^{r_3} \left( t_2 + \frac{t_1 - t_2}{\ln(r_3 - r_1)} \ln(r/r_1) \right) dr \quad (5)$$

式(5)中  $C_2$ 、 $M_2$  分别为圆柱体管壁的比热容及质量。

由式(4)和式(5)可以得到质点吸收的能量占热源散发能量的比值  $n$ , 即

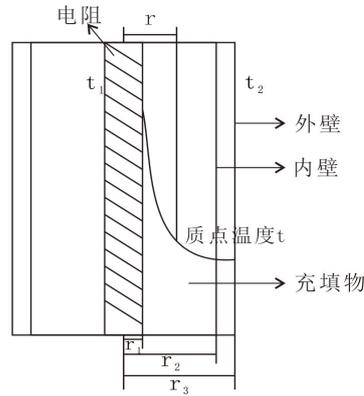


Figure 1. Temperature distribution of infinite cylinder  
图 1. 无限长圆柱体温度分布图

$$n = \frac{Q_2}{(Q_1 + Q_2)} \quad (6)$$

由式(6)可以得到不同功率下目标质点接受的热量值与热源散发热量的比值  $n$ 。

当周边介质的温度保持不变时，距热源一定位置的质点其热量损耗值与温度之间有如下关系[9]，即

$$H_0 = h(t - t_0) \quad (7)$$

式(7)中，当实验在水体环境下进行时  $h$  为热对流系数，若在岩土介质环境时  $h$  为导热系数， $t$  为加热后质点某时刻温度。

在岩土介质环境下，将热量损耗值式(7)及其目标质点辐射值与功率之间的关系式(2)代入式(1)，得到在岩土介质环境下，距热源一定距离的目标质点，其温度的响应特征。即

$$t = t_0 + \frac{\frac{n}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot r_3} P}{h} \left( 1 - e^{\frac{-h\tau}{C \cdot M}} \right) \quad (8)$$

时间延迟量值  $\tau_0$ ，其大小与充填的物体性质有关，可通过实验进行测定。考虑时间延迟影响，将上式(8)时间  $\tau$  改为  $\tau - \tau_0$ ，即

$$t = t_0 + \frac{\frac{n}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot r_3} P}{h} \left( 1 - e^{\frac{-h(\tau - \tau_0)}{C \cdot M}} \right) \quad (9)$$

### 3. 加热棒温度传导模拟实验

#### 3.1. 实验方案

实验时将内有电阻加热丝的加热棒放置于恒温水浴箱，并在玻璃管表面中点处黏贴温度传感器，测量石英壁外壁中点处的温度变化。有关恒温水浴箱尺寸为  $40 \text{ cm} \times 35 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$ ，如图 2 所示。加热棒的结构为空心石英玻璃管的中央放置直径为  $1 \text{ cm}$ 、长度  $18 \text{ cm}$  的电阻加热丝作为热源，加热丝与玻璃管内部由氧化镁粉末充填。有关空心石英玻璃管的尺寸分别为长度  $21.3 \text{ cm}$ ，直径  $2.0 \text{ cm}$ ，壁厚  $0.2 \text{ cm}$ 。有关加热棒结构示意图，如图 3 所示。

实验前将功率为  $200 \text{ W}$  的加热棒放置于充满水的水浴箱并进行加热实验，水浴箱中水的初始温度为

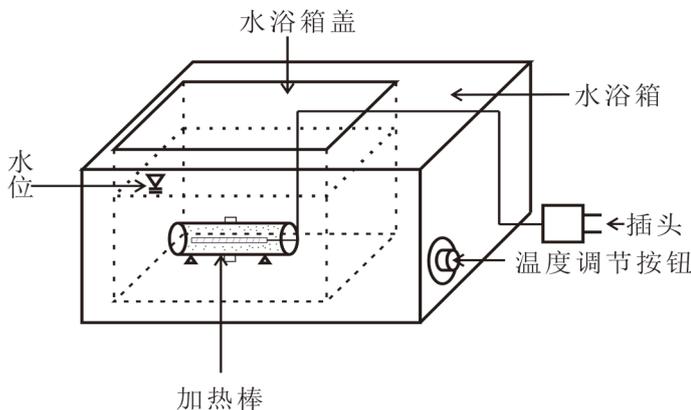


Figure 2. Experimental device diagram  
图 2. 实验装置简图

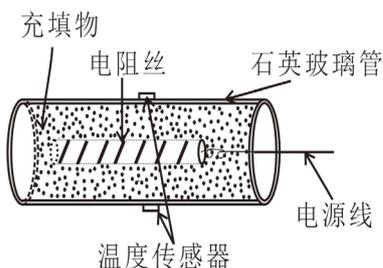


Figure 3. Schematic diagram of heating rod structure  
图 3. 加热棒结构示意图

14℃。试验时将电阻丝加热到石英管壁出现温度变化的时间段作为时间延迟  $\tau_0$ ，并按照一定温度梯度记录加热时间，当玻璃管表面温度不发生变化时终止实验。按以上步骤，更换水浴箱中的水，放置功率为 300 W 加热棒进行下一组实验。

### 3.2. 实验结果与分析

通过加热棒外表面中点处安装的温度传感器，得到加热功率分别为 200 W 和 300 W 时温度随时间的变化关系。此次实验，式(9)中  $t$  为加热棒中点的温度值； $t_0$  为其初始温度，取水温值 14℃； $n$  为加热棒中点接受的热量值与热源散热量的比值，此值与热源功率及目标质点位置有关，可由式(6)求得不同功率下的值； $C$  为加热棒中点(材质为不透明石英玻璃)的比热容 891.8 J/(Kg·K)； $L$  为石英玻璃管长 21.3 cm。

通过加热棒的参数代入式(9)。得中到加热棒外表面中心位置温度随时间的变化曲线，并与实测的温度值进行了对比，计算了相对误差。有关功率分别为 200 W 和 300 W 时加热棒外表面中心温度随时间变化曲线，如图 4、图 5 所示。图中，时间轴的起始值为时间延迟  $\tau_0$ ，温度轴的起始值为初始温度。

由图 4 可知，通过理论计算的温度变化曲线与温度实测值均随加热时间的增加其曲线斜率逐渐减小并趋于稳定。其主要原因为，由于加热初期石英管壁与电阻丝之间的温差较大，石英管的温度上升较快。随着加热时间的增加，石英管壁与电阻丝之间的温差逐渐减小，同时受恒温箱中水温的影响，石英管表面的热量损耗增大，最终管壁接收到的热量与散失热量逐渐相等，石英管壁的温度趋于稳定。通过理论计算的温度值与实测值进行对比表明，加热初期两者相差较大，其相对误差达到 12%，但当加热时间增加至 50 s 后，两者的相对误差将小于 3%，说明此时两者的结果基本一致。

由图 5 可知，功率 300 W 时因热传导引起的石英管温度变化曲线与功率 200 W 时大致相同，即随着

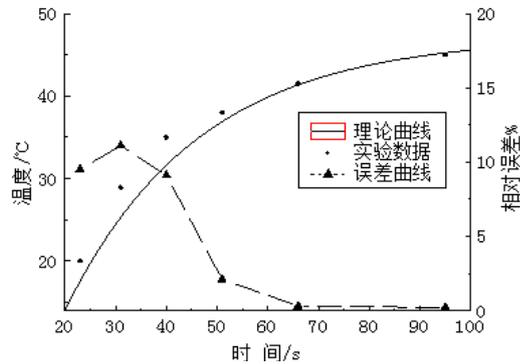


Figure 4. Temperature change curve of outer surface center of 200 W heating rod

图 4. 200 W 加热棒外表面中心温度随时间变化曲线

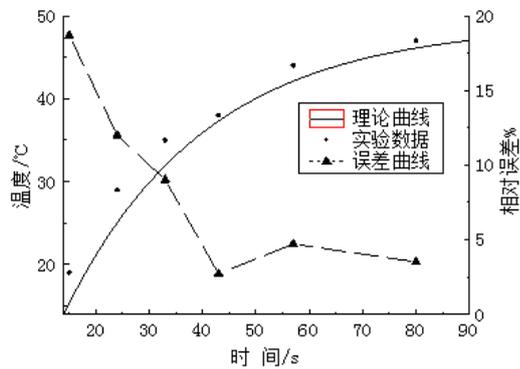


Figure 5. Temperature change curve of outer surface center of 300 W heating rod

图 5. 300 W 加热棒外表面中心温度随时间变化曲线

加热时间的增加而温度逐渐增高，但其变化率却逐渐减小。通过理论计算得到的温度值与实验值进行对比表明，两者在实验初期的相对误差将达到 20%，但随着加热时间的增加两者逐渐趋于一致，特别是当加热时间增加至 40 s 后，两者的相对误差小于 6%。

#### 4. 结论

通过上述分析，得到以下结论：

1) 通过考虑时间延迟参数的一维热传导模型，得到了加热棒表面温度随时间的变化曲线。结果表明，由于加热初期石英管壁与电阻丝之间的温差较大，测试点温度随时间的斜率近似为直线，但随着加热时间的增加，两者的温差减小，温度变化斜率逐渐减小并趋于稳定。

2) 通过不同功率下对理论计算的温度量值与温度实测值进行了对比，其结果两者在实验初期相对误差最大达到 20%，但随着加热时间的增加，两者的温度逐渐趋于一致，说明本文推导的理论计算公式符合实际。

#### 基金项目

国家自然科学基金青年基金(51004103)，江苏省高等学校大学生创新创业训练计划 (201410290007Y)。

#### 参考文献 (References)

- [1] 董海洲, 张小燕. 堤坝渗漏圆柱状热源模型及试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(S2): 3665-3670.

- [2] 孙培德. 深井巷道围岩地温场温度分布可视化模拟研究[J]. 岩土力学, 2005, 26(S2): 222-226.
- [3] 赵坚. 岩石裂隙中的水流 - 岩石热传导[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(2): 119-123.
- [4] 王小明, 丁蓬莱. 越江隧道周围土体温度场的演化规律[J]. 公路交通科技, 2013, 30(4): 76-81.
- [5] 高红贝, 邵明安. 温度对土壤水分运动基本参数的影响[J]. 水科学进展. 2011, 22(4): 484-494.
- [6] 曹鼎峰, 施斌, 严珺凡, 等. 基于 C-DTS 的土壤含水率分布式测定方法研究[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(5): 910-915.
- [7] 严珺凡, 施斌, 曹鼎峰, 等. 基于碳纤维加热光缆的砂性土渗流场 C-DTS 分布式监测试验研究[J]. 岩土力学, 2015, 36(2): 430-436.
- [8] 杨世铭, 陶文铨. 传热学(第四版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- [9] 王家澄, 张立新. 冻土物理学[M]. 北京: 科学出版社, 2001.