

The Study on Simulation Method of 3-DOF Delta Robot Workspace

Yihui Jiang¹, Shengjie Jiao², Liyuan Chang¹

¹School of Construction Machinery, Chang'an University, Xi'an Shaanxi

²National Engineering Laboratory for Highway Maintenance Equipment, Chang'an University, Xi'an Shaanxi

Email: 792273250@qq.com

Received: Oct. 13th, 2017; accepted: Oct. 23rd, 2017; published: Nov. 1st, 2017

Abstract

For solving the problem of workspace simulation of 3-DOF Delta Robot, we propose three representational workspace simulation methods by matlab and catia after summarizing the existing methods. Taking the Delta Robot in laboratory as the research object, three methods are used to simulate workspace by its structure parameters. And the results are compared and verified through the actual measured data. The results show that the workspace models of three simulation methods are same, so all the three methods are feasible. Because the simulation method based on forward position kinematic (FPK) solution in Matlab can change the range of input angle of active rod, its result has the highest data coincidence. Gradually increase the input angle and simulate on the method based on (FPK) solution, the results show that the working space is from the bottom up, from the center to the edge, along the three active bar, gradually increase, until the whole.

Keywords

3-DOF, Delta Robot, Simulation, Workspace, Structure Parameter

三自由度Delta机器人工作空间仿真方法研究

姜轶辉¹, 焦生杰², 常丽园¹

¹长安大学工程机械学院, 陕西 西安

²长安大学公路养护设备国家工程实验室, 陕西 西安

Email: 792273250@qq.com

收稿日期: 2017年10月13日; 录用日期: 2017年10月23日; 发布日期: 2017年11月1日

摘要

为了解决三自由度Delta机器人工作空间的仿真问题,在总结已有的Delta机器人工作空间仿真方法的基础上,基于Matlab和Catia提出了三种具有代表性的Delta机器人工作空间仿真方法,以实验室已有的三自由度Delta机器人为研究对象,按照其结构参数使用三种方法进行工作空间的仿真,对仿真结果进行对比分析,用实验室实物测量的数据进行验证。结果表明:三种仿真方法得到的工作空间相同,说明三种仿真方法都是可行的,其中基于Matlab位置正解法的仿真方法具有主动杆输入角度范围可调的优点,仿真结果与实验室测量数据吻合度最高,将主动杆输入角度逐步增大并使用该方法进行仿真发现:工作空间由下至上,由中心至边缘,沿三根主动杆方向,逐渐增加,直至完整。

关键词

三自由度, Delta机器人, 仿真, 工作空间, 结构参数

Copyright © 2017 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

并联机构是指动平台和定平台通过两个或两个以上独立的闭环运动链相连接,机构具有两个或两个以上的自由度,以并联方式驱动的一种闭环机构[1]。与开环的串联机器人相比,闭环的并联机器人具有更高的刚度,更小的自重负荷比,更大的承载能力,更高的精度[2] [3] [4]。作为目前应用最为成功的并联机器人之一,Delta机器人不但具有上述优点还克服了并联机构的诸多缺点,具有运动耦合弱,力控制容易、安装驱动简单等优点,在3D打印、电子、食品和制药等领域中应用广泛[5] [6]。工作空间是机器人最重要的性能指标之一,对机器人机构综合设计至关重要,但Delta机器人和其它并联机器人相同,都有工作空间相对较小的缺点[7] [8],因此Delta机器人工作空间的确定具有重要意义。文献[9] [10]基于位置正解法,通过蒙特卡洛法在Matlab中确定工作空间。文献[11] [12]基于位置反解法在Matlab中确定工作空间。文献[13]根据位置反解法提出工作空间可转化为三个空间圆环相交的结论,使工作空间可在三维建模软件中直接建模。从上述工作可见,Delta机器人工作空间仿真的方法主要有基于位置正反解法在Matlab中建模和通过三维建模软件直接建模三种。本文在总结已有的仿真方法的基础上,基于位置正解法和反解法在Matlab中建立了更加清晰具体的工作空间仿真模型,并与在Catia中建立的三维工作空间模型进行了对比。在总结三种仿真方法的特点和与实验测量数据对比后得出基于Matlab位置正解法的工作空间仿真结果与实际工作空间更相近的结论,并通过该方法针对主动杆输入角度变化对工作空间产生的影响进行了研究。

2. Delta机构简介

Delta机器人由固定不动的基座,三根相同的主动杆,三个相同的平行四边形从动支链,动平台组成。主动杆与从动支链以及从动支链与动平台之间都由虎克铰连接(结构如图1所示)。每一个主动杆都由固定在基座上的电机驱动,它们控制的输入角 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$,如图2所示。



Figure 1. Figure of Delta robot

图 1. Delta 机器人实物图

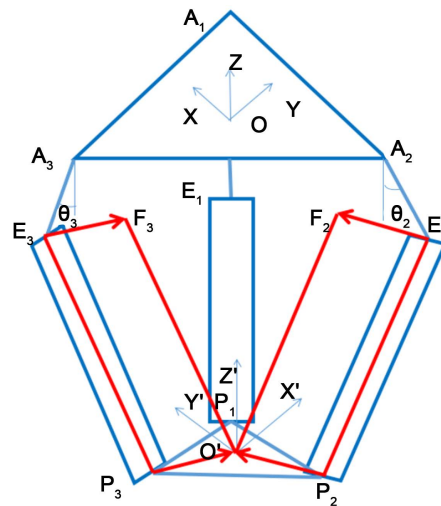


Figure 2. Delta robot kinematic diagram

图 2. Delta 机器人运动学简图

3. 基于 Matlab 位置反解法的工作空间仿真

位置反解问题是已知动平台在基座坐标系中的位置，求解三根主动杆输入角度 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 的问题。如图 2 所示，坐标系 $\{O\}$ 固定在基座上，原点是基座的中心，坐标系 $\{O'\}$ 固定在动平台上，原点是动平台的中心[14]。三角形 $A_1A_2A_3$ 代表基座， A_iE_i ($i=1,2,3$) 代表主动杆， E_iP_i ($i=1,2,3$) 代表从动支链，三角形 $P_1P_2P_3$ 代表动平台。

定义 α_i ($i=1,2,3$) 如图 3 所示。

通过几何关系可得：

$$\begin{aligned} & [(R + L \sin \theta_i - r) \cos \alpha_i - x]^2 + [(R + L \sin \theta_i - r) \sin \alpha_i - y]^2 \\ & + (-L \cos \theta_i - z)^2 = l^2 \quad (i=1,2,3) \end{aligned} \quad (1)$$

式中： R 为基座外接圆半径， r 为动平台外接圆半径， L 为主动杆长度， l 为从动支链长度。

方程(1)可简化为：

$$M_i \cos \theta_i + N_i \sin \theta_i + U_i = 0 \quad (i=1,2,3) \quad (2)$$

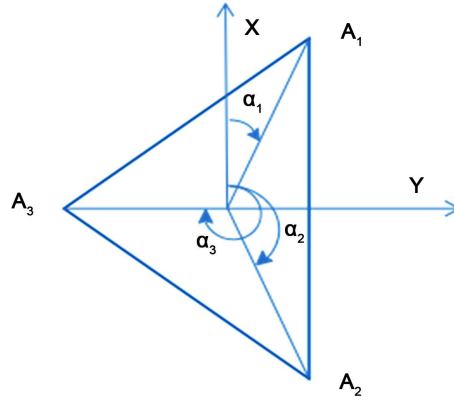


Figure 3. Delta robot base kinematic diagram
图 3. Delta 机器人基座运动学简图

其中:

$$M_i = 2Lz \quad (3)$$

$$N_i = 2L(R-r) - 2Lx \cos \alpha_i - 2Ly \sin \alpha_i \quad (4)$$

$$U_i = x^2 + y^2 + z^2 + L^2 - l^2 + (R-r)^2 - 2(R-r)(x \cos \alpha_i + y \sin \alpha_i) \quad (i=1,2,3) \quad (5)$$

如果定义:

$$t_i = \tan \frac{\theta_i}{2} \quad (i=1,2,3) \quad (6)$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{t}{\sqrt{t^2+1}}, \cos \frac{\theta}{2} = \frac{1}{\sqrt{t^2+1}},$$

$$\sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = \frac{2t}{t^2+1},$$

$$\cos \theta = \cos^2 \frac{\theta}{2} - \sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1-t^2}{t^2+1}$$

$$M \frac{1-t^2}{t^2+1} + N \frac{2t}{t^2+1} + U = 0,$$

$$M(1-t^2) + 2tN + (t^2+1)U = 0$$

可得:

$$(U_i - M_i)t_i^2 + (2N_i)t_i + (M_i + U_i) = 0 \quad (i=1,2,3) \quad (7)$$

故:

$$t_{i,2} = \frac{-N_i \pm \sqrt{N_i^2 + M_i^2 - U_i^2}}{U_i - M_i} \quad (i=1,2,3) \quad (8)$$

由此可解出:

$$\theta_i = 2 \tan^{-1}(t_i) \quad (i=1,2,3) \quad (9)$$

Matlab 编程的主要思路为: 在基座坐标系下, 以绝对大于机器人工作空间的立方体为搜索范围, 将该立方体中的坐标使用 rand 函数随机取出, 若该坐标经过计算后得到的判别式

$$\Delta = N_i^2 + M_i^2 - U_i^2 \quad (i=1,2,3) \quad (10)$$

大于等于 0, 则认为该点属于工作空间内, 当取的点足够多时即可得到该方法下的 Delta 机器人的工作空间(如图 4 所示)。本例中取点数为 2,500,000 个, 立方体的范围是:

$$-270/\text{mm} \leq x \leq 270/\text{mm}, \quad -270/\text{mm} \leq y \leq 270/\text{mm}, \quad -360/\text{mm} \leq z \leq 0/\text{mm}$$

基于 Matlab 位置反解法的仿真方法特点是:

- 1) 在 Matlab 中可以直接读取工作空间模型任意点的坐标。
- 2) 只需改变程序中设定的结构参数 R, r, L, l , 即可对不同结构参数的 Delta 机器人进行工作空间仿真。
- 3) 位置反解法的仿真结果为机器人的路径规划和轨迹控制提供了参考。

4. 基于 Matlab 位置正解法的工作空间仿真

位置正解问题是已知三个主动杆的输入角 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 求解动平台中心在基座坐标系中坐标的问题。

由几何关系可知, 动平台中心点坐标是以向量 $OF_i (i=1,2,3)$ (如图 5 所示) 坐标为球心, l 为半径的三个球体的交点[14]。

$$[P_i]_{O'} = \begin{bmatrix} r \cos \alpha_i \\ r \sin \alpha_i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad [E_i]_{O'} = \begin{bmatrix} (R + L \sin \theta_i) \cos \alpha_i \\ (R + L \sin \theta_i) \sin \alpha_i \\ -L \cos \theta_i \end{bmatrix}$$

$$PE_i = OF_i = \begin{bmatrix} (R - r + L \sin \theta_i) \cos \alpha_i \\ (R - r + L \sin \theta_i) \sin \alpha_i \\ -L \cos \theta_i \end{bmatrix} \quad (i=1,2,3)$$

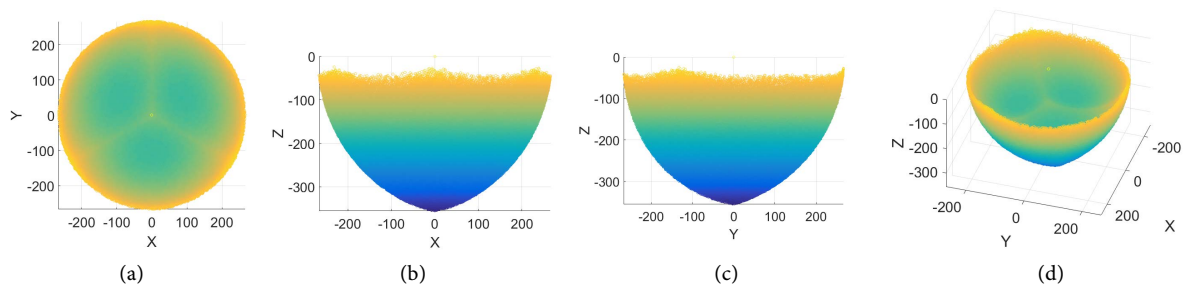


Figure 4. Delta robot workspace based on inverse position kinematic solution in Matlab. (a) XY; (b) XZ; (c) YZ; (d) XYZ

图 4. 基于 Matlab 位置反解法的 Delta 机器人工作空间。(a) XY 轴; (b) XZ 轴; (c) YZ 轴; (d) XYZ 轴

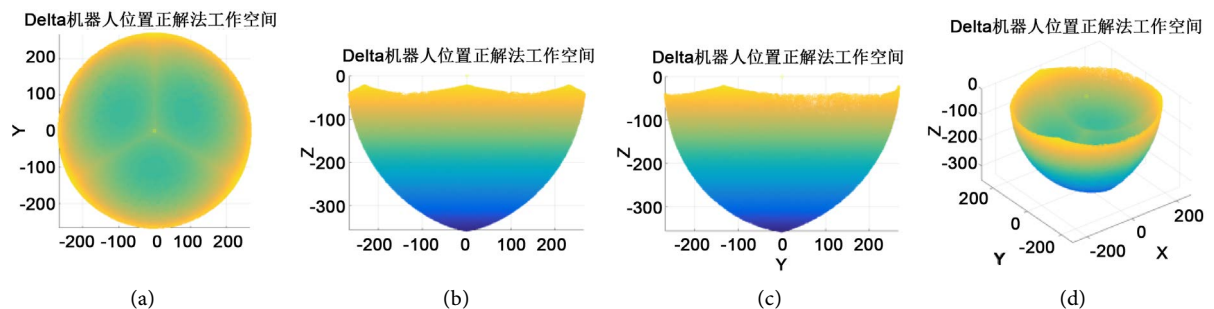


Figure 5. Delta robot workspace based on forward position kinematic solution in Matlab. (a) XY; (b) XZ; (c) YZ; (d) XYZ

图 5. 基于 Matlab 位置正解法的 Delta 机器人工作空间。(a) XY 轴; (b) XZ 轴; (c) YZ 轴; (d) XYZ 轴

球心坐标和半径已知,故可在 Matlab 中编程求解。Matlab 蒙特卡洛法的编程思路为:使用 rand 函数从 $(0, 2\pi)$ (该输入角度范围可根据实际情况调整)中随机挑选输入角 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, 然后根据挑选出的数值计算三个球心的坐标,球心坐标和球的半径已知,故可计算出三个球体的交点坐标,再根据坐标中 $z < 0$ 的范围进行筛选,当得到的点足够多时即可得到该方法下的 Delta 机器人的工作空间(如图 6 所示)。本例中得到的点数为 2,000,000 个。

基于 Matlab 位置正解法的仿真方法也具有位置反解法仿真方法的(1) (2)特点,但该方法可以根据 Delta 机器人主动杆实际输入角度范围进行调整,仿真结果更贴近实际工作空间。

5. 基于 Catia 的工作空间仿真

将位置反解法中判别式(10)展开可得:

$$\begin{aligned}
 h(x, y, z) &= \left[x^2 + y^2 + z^2 + L^2 - l^2 + \Delta r^2 - 2\Delta r(x \cos \alpha_i + y \sin \alpha_i) \right]^2 \\
 &\quad - \left[(2L\Delta r - 2Lx \cos \alpha_i - 2Ly \sin \alpha_i)^2 + (2zL)^2 \right] \\
 &= \left[(x \cos \alpha_i + y \sin \alpha_i - \Delta r)^2 + (x \sin \alpha_i - y \cos \alpha_i)^2 + z^2 + L^2 - l^2 \right]^2 \\
 &\quad - 4L^2 \left[(x \cos \alpha_i + y \sin \alpha_i - \Delta r)^2 + z^2 \right]
 \end{aligned} \tag{11}$$

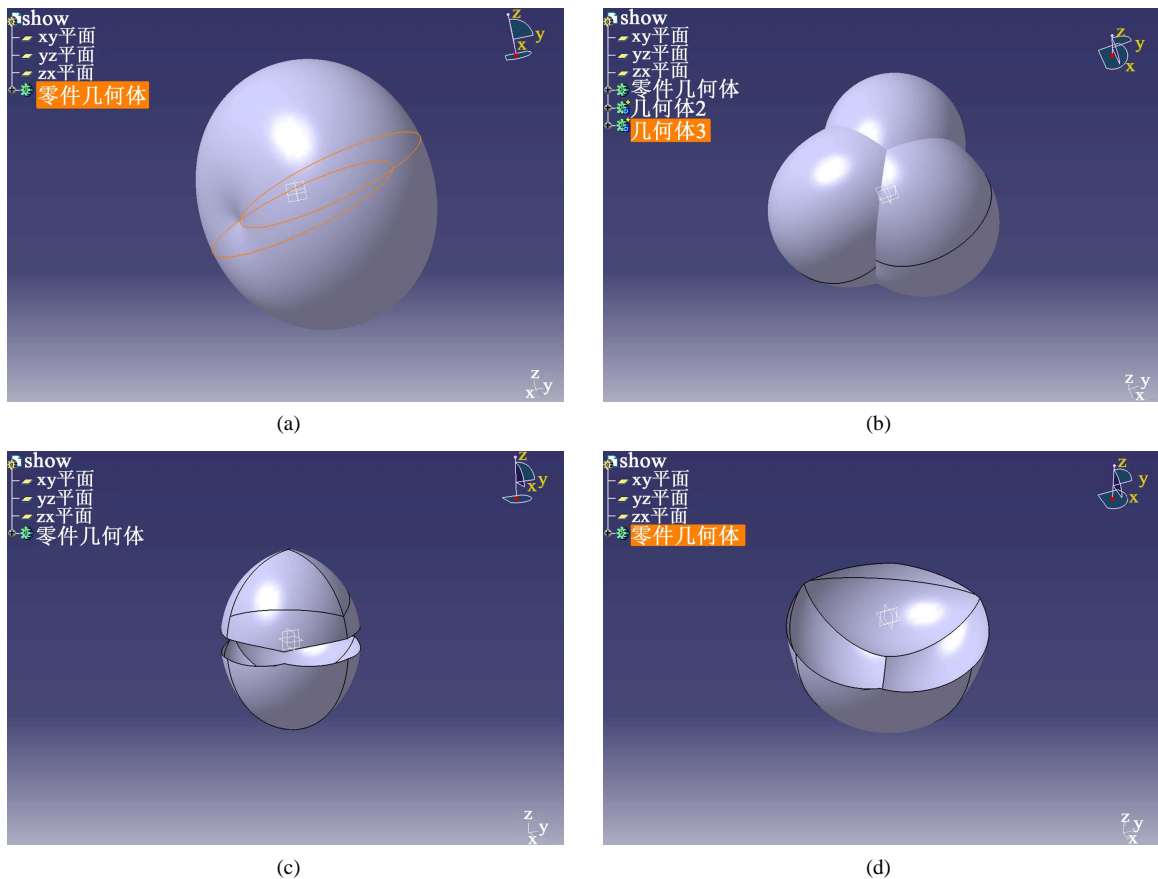


Figure 6. Delta robot workspace based on Catia. (a) A circle; (b) Three circles; (c) The three circles intersect; (d) Take the part of $z < 0$

图 6. 基于 Catia 的 Delta 机器人工作空间。(a) 一个圆环; (b) 三个圆环; (c) 三个圆环相交; (d) 取 $z < 0$ 的部分

其中:

$$\Delta r = R - r \quad (12)$$

由于只有判别式(10)大于等于 0 时, 方程(7)有解, 故不等式

$$h(x, y, z) \leq 0 \quad (13)$$

表示的空间范围就是该方法下的 Delta 机器人的工作空间。建立一个新的旋转坐标系 $T(x_t, y_t, z_t)$

$$\begin{cases} x_t = x \cos \alpha_i + y \sin \alpha_i \\ y_t = -x \sin \alpha_i + y \cos \alpha_i \\ z_t = z \end{cases} \quad (14)$$

将工作空间边界方程

$$h(x, y, z) = 0 \quad (15)$$

在旋转坐标系中简化可得:

$$\left[(x_t - \Delta r)^2 + y_t^2 + z_t^2 + L^2 - l^2 \right]^2 = 4L^2 \left[(x_t - \Delta r)^2 + z_t^2 \right] \quad (16)$$

方程(16)是空间圆环的标准方程。故 Delta 机器人的工作空间转化为三个空间圆环的相交区域[13] [14] [15], 据此在 Catia 中建立三维模型过程及结果如图 6 所示。

基于 Catia 的仿真方法特点是:

- 1) 可以直接读取工作空间模型的体积。
- 2) 改变 R, r, L, l , 重新绘图即可对不同结构参数的 Delta 机器人进行工作空间仿真。

6. 仿真结果对比及分析

6.1. 三种仿真方法仿真结果比较

为了更直观的比较三个所得工作空间之间的异同, 将 Catia 中模型导入 Matlab (如图 7 所示), 再将三个所得工作空间互相比对(如图 8 所示)。

如图 8(a)和图 8(b)所示, 代表 Catia 模型的蓝色小圈均匀分布在位置正解法和位置反解法模型表面, 图 8(c)中紫色为位置正解法模型, 蓝黄渐变色为位置反解法模型, 在 Matlab 中将两模型放大观察发现两模型完全重合。以上工作空间模型的对比表明三种仿真方法的结果是相同的。

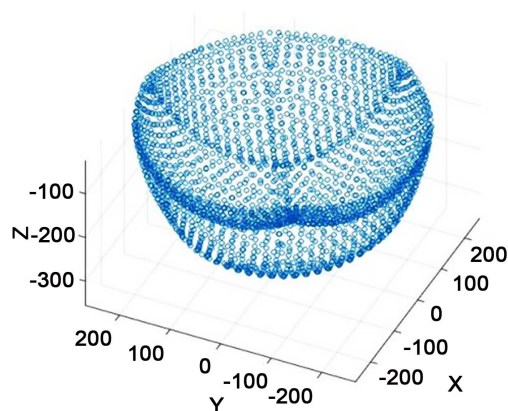


Figure 7. Catia model in Matlab
图 7. Catia 模型导入 Matlab

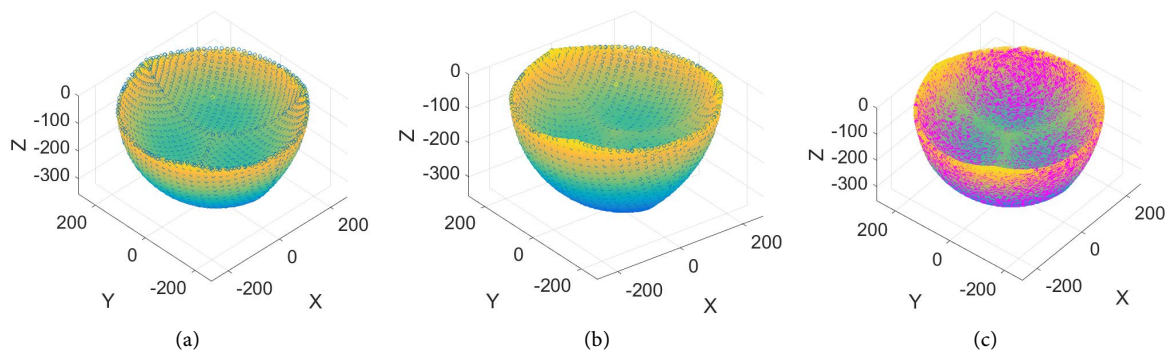


Figure 8. The comparison of results of three kind of simulation methods. (a) The Catia model is compared with the position antisolution model; (b) The Catia model is compared with the position positive solution model; (c) The position antisolution method is compared with the position positive solution model

图 8. 三种仿真方法仿真结果对比。(a) Catia 模型与位置反解法模型对比; (b) Catia 模型与位置正解法模型对比; (c) 位置反解法与位置正解法模型对比

6.2. 仿真结果与实验室测量数据对比

前文三种仿真方法所得工作空间输入角范围都为 $(0, 2\pi)/\text{rad}$ ，实际由于 Delta 机器人机构之间的干涉，主动杆输入角度无法达到 $(0, 2\pi)/\text{rad}$ 。本文研究的对象实际输入角度范围为 $\left(-\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right)/\text{rad}$ ，因此基于 Matlab 位置反解法和基于 Catia 的工作空间仿真模型由于只能进行输入角为 $(0, 2\pi)/\text{rad}$ 范围的仿真，故其仿真结果必然与实际工作空间存在较大差异。故只将基于 Matlab 位置正解法的工作空间仿真方法在实际输入角度范围内得到的模型与实验测量数据进行对比。

参考图 3，因为基座坐标系的 Y 轴和与 A_3 点连接的主动杆在同一个竖直平面内，由对称性可知，在一定 Z 坐标值的 XY 平面，沿任意主动杆的方向将动平台拉到最边缘处，即可测得实际工作空间在 Y 轴方向上的边界点坐标数值(如图 9 所示)。

将不同的 z 坐标值可达到的 y 轴负方向工作空间边界值相关数据作如表 1。

如表 1 所示，实验测量数据与基于 Matlab 正解法仿真结果基本一致。

7. 结构参数变化对工作空间影响

设定 $0 \leq \theta \leq 2\pi/\text{rad}$ ，以 $\frac{\pi}{4}/\text{rad}$ 为间隔，建立 8 个工作空间模型。图 10 为 θ 值分别为 $\frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi/\text{rad}$ 时得到的工作空间模型。

有规律的改变 $\Delta r, L, l$ ，在 Catia 中对 Delta 机器人进行工作空间仿真并记录其体积(如图 12 所示)。

基于 Matlab 位置正解法仿真结果表明：随着输入角度增大，工作空间由下至上，由中心至边缘，沿三根主动杆方向，逐渐增加，直至完整。基于 Catia 的仿真结果表明：在工作空间体积较大时，工作空间模型上部大部分都存在空腔，形状和图 11 中模型相似。

8. 结语

1) 基于 Matlab 位置正解法和 Catia 的三种工作空间仿真方法仿真结果相同，说明三种仿真方法都是可行的，但由于 Delta 机器人机构之间的干涉，其输入角度范围一般无法达到 $(0, 2\pi)$ 且不同结构参数的 Delta 机器人具有不同的输入角度范围，因此只有输入角度可调的基于 Matlab 位置正解法的工作空间仿真方法能更好的根据实际情况进行仿真，其仿真结果与实际工作空间吻合度最高。从与实际工作空间吻合程度评价，该方法是三种方法中最好的。



Figure 9. Measuring coordinates of real workspace
图 9. 实际工作空间测量示意图

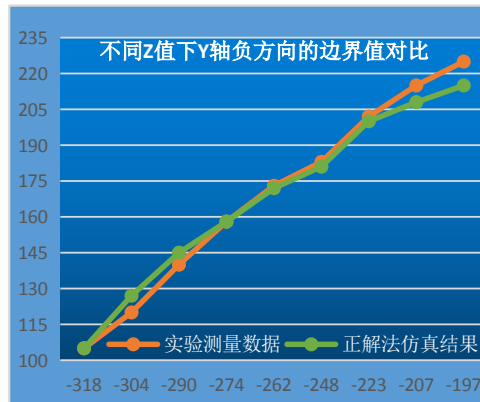


Figure 10. The comparison of edge value in Y-axis negative direction under different Z value
图 10. 不同 Z 值下 Y 轴负方向边界值对比

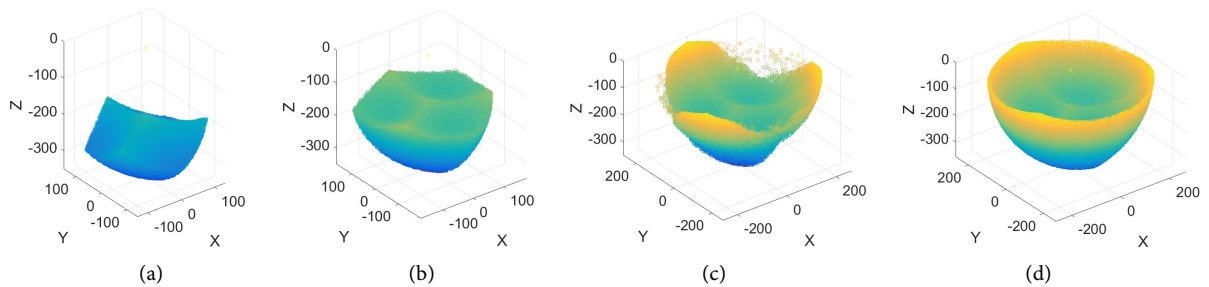


Figure 11. Workspace corresponding to $\theta = \frac{\pi}{4}/\text{rad}$, $\theta = \pi/\text{rad}$, $\theta = \frac{3\pi}{2}/\text{rad}$, $\theta = 2\pi/\text{rad}$

图 11. θ 值分别为 $\frac{\pi}{2}$, π , $\frac{3\pi}{2}$, $2\pi/\text{rad}$ 时得到的工作空间模型

Table 1. Parameters of research object Delta robot
表 1. 研究对象 Delta 机器人实物参数

参数	含义	数值
L/m	主动杆长度	0.1
l/m	从动支链长度	0.27
R/m	基座外接圆半径	0.132
r/m	动平台外接圆半径	0.015
$\theta_i (i=1,2,3)/\text{rad}$	主动杆输入角度	/

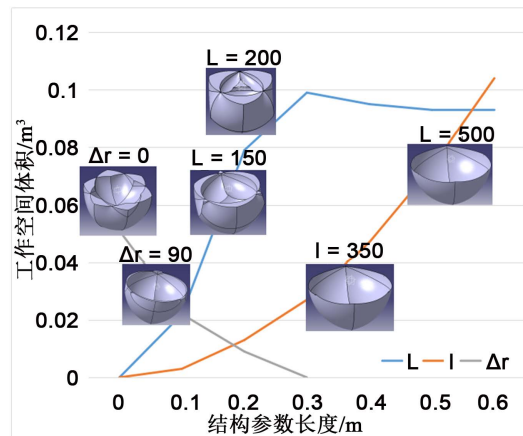


Figure 12. The change of workspace caused by the change of three kind of parameters
图 12. 三种参数变化对 workspace 体积造成的改变

2) 由结构参数对工作空间的影响分析可得: 为了保证工作空间下部可供抓取操作的任务工作空间的大小, 根据工作空间随主动杆输入角度变化的规律, 应尽量保证主动杆 $(0, \pi)/\text{rad}$ 之间的输入角度范围不受机构间干涉的影响。

参考文献 (References)

- [1] 吴培栋. Stewart 平台的运动学与逆运动学的基础研究[D]: [博士学位论文]. 武汉: 华中科技大学, 2008.
- [2] 杜金钊. 面向实时控制的 Delta 并联机器人动力学计算模型研究[D]: [硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2016.
- [3] Dsagupta, B. and Mruthyunjaya, T.S. (2000) The Stewart Platform Manipulator: a Review. *Mechanism and Machine Theory*, **35**, 15-40. [https://doi.org/10.1016/S0094-114X\(99\)00006-3](https://doi.org/10.1016/S0094-114X(99)00006-3)
- [4] 彭煜. Delta 机器人数字化设计及其工作空间研究[D]: [硕士学位论文]. 芜湖: 安徽工程大学, 2014.
- [5] 冯李航, 张为公, 龚宗洋, 等. Delta 系列并联机器人研究进展与现状[J]. 机器人, 2014(3): 375-384.
- [6] 张利敏, 梅江平, 赵学满, 等. Delta 机械手动力尺度综合[J]. 机械工程学报, 2010, 46(3): 1-7.
- [7] 金京哲. 并联机器人工作空间的分析与模拟[D]: [硕士学位论文]. 秦皇岛: 燕山大学, 2009.
- [8] Affi, Z., Romdhane, L. and Maalej, A. (2004) Dimensional Synthesis of a 3-Translation-DOF In-Parallel Manipulator for a Desired Workspace. *European Journal of Mechanics*, **23**, 311-324. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2004.01.003>
- [9] 常军, 南文虎, 李玉明. 基于蒙特卡洛法的 Delta 机器人工作空间分析[J]. 机械工程师, 2012(9): 14-15.
- [10] 彭煜, 高洪, 陈啸. 基于正位移解的 Delta 机器人工作空间分析[J]. 井冈山大学学报: 自然科学版, 2013, 34(5): 60-64.
- [11] Maya, M., Castillo, E., Lomeli, A., et al. (2013) Workspace and Payload-Capacity of a New Reconfigurable Delta Parallel Robot. *International Journal of Advanced Robotic System*, **10**, 1-11. <https://doi.org/10.5772/54670>
- [12] 郜峰. 3-DOF 平动正交并联机器人的性能分析与研究[D]: [硕士学位论文]. 秦皇岛: 燕山大学, 2010.
- [13] 梁香宁. Delta 机器人运动学建模及仿真[D]: [硕士学位论文]. 太原: 太原理工大学, 2008.
- [14] Williams II, R.L. (2016) The Delta Parallel Robot: Kinematics Solutions. Internet Publication. <http://www.ohio.edu/people/williar4/html/pdf/DeltaKin.pdf>
- [15] Laribi, M.A., Romdhane, L. and Zeghloul, S. (2007) Analysis and Dimensional Synthesis of the Delta Robot for a Prescribed Workspace. *Mechanism and Machine Theory*, **42**, 859-870. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2006.06.012>

知网检索的两种方式：

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择：[ISSN]，输入期刊 ISSN：2326-3415，即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入，输入文章标题，即可查询

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：airr@hanspub.org