

Research Progress of Sea Ice Fracture Characteristics by Wave in Bohai Sea

Yufeng Tian

School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin
Email: tianyufeng@tju.edu.cn

Received: Nov. 30th, 2015; accepted: Dec. 20th, 2015; published: Dec. 23rd, 2015

Copyright © 2015 by author and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

The marginal ice zone in Bohai Sea is the area where human economic activities concentrate. The marginal ice zone is extending with global climate warming, and the dynamic condition in this area becomes more complex. The predictions of the ice condition and wave condition in the marginal ice zone are raised more requirements. The sea ice fracture by the wave is the main process that the sea ice shape forms in the marginal ice zone. The review of the research on the sea ice fracture characteristics by the wave was performed. According to different research methods, the research progress and problems existing of the *in-situ* test, the model test, and the numerical simulation were discussed. At present, the numerical simulation development exceeded the *in-situ* test and the model test one, so the numerical simulation was lack of the support of the basic test data. In future, more basic tests need to be progressed to analyze the sea ice fracture mechanism by the wave.

Keywords

Marginal Ice Zone, Sea Ice Fracture, Wave, Model Test

渤海海冰在波浪作用下断裂特性研究进展

田育丰

天津大学建筑工程学院, 天津
Email: tianyufeng@tju.edu.cn

收稿日期: 2015年11月30日; 录用日期: 2015年12月20日; 发布日期: 2015年12月23日

文章引用: 田育丰. 渤海海冰在波浪作用下断裂特性研究进展[J]. 海洋科学前沿, 2015, 2(4): 65-72.
<http://dx.doi.org/10.12677/ams.2015.24009>

摘要

渤海海域冰边缘区是人类经济活动密集的区域。随全球气候变暖,冰边缘区范围扩大,区域内动力学特性更为复杂,这就对冰边缘区海冰条件和波浪条件的预测提出了更高的要求。海冰在波浪作用下的断裂是形成冰边缘区海冰形态的主要过程,本文即对波浪作用下海冰断裂特性的研究进展进行了综述。按照研究方法的不同,本文分别讨论了现场测试、模型试验和数值模拟工作的研究进展和存在的问题。目前,数值模拟工作的发展远超现场测试和模型试验,缺少基础性测试数据的支撑。在今后的研究当中,应大量开展基础性测试工作,完整解析波浪作用下海冰的断裂机理。

关键词

冰边缘区, 海冰断裂, 波浪, 模型试验

1. 引言

在我国周边海域中,对渤海的油气开发已进入成熟期,大量海洋油气设施建立于此。同时,随着环渤海经济带的不断发展,各港口日益繁忙,带动渤海航运迅速发展。渤海生产、生活活动的日趋频繁就对该海域的环境预报工作提出了更高的要求。我国渤海是北半球冬季结冰海域的南边界,海冰以当年生平整冰为主,冻结主要发生在近岸海域,远海一般情况下仍为开阔水域。在全球气候变暖的大背景下,渤海海域受到风和波浪的影响更为显著,从而出现更大比例的莲叶冰成分(如图 1 [1])。

气候变化造成海冰环境出现改变,莲叶冰比例提高扩大了近岸平整冰与远海开阔水域间交界海域的面积,暨增大了冰边缘区的范围。冰边缘区受到海冰、波浪、海流和风的共同作用,令该海域的热力学条件和动力学条件十分复杂。另一方面,冰边缘区往往是人类生产活动较为集中的区域,大量海洋平台分布于此,很多航线也都会通过这一区域。因此,掌握该海域的环境条件,特别是海冰条件,对于计算海洋平台和船舶的环境载荷有很大帮助,从而对海洋平台和船舶的设计工作具有十分重要的意义。

2. 冰边缘区

冰边缘区是大面积冰盖与开阔水域交界的过渡区域,在该海域中包含了海冰、波浪、海流和风等环境要素。在这些环境因素的共同作用下,冰边缘区的海冰形态呈现出独特特征。在近岸平整冰盖覆盖海



Figure 1. Pancake ice around a jacket platform in Bohai Sea [1]

图 1. 渤海某导管架平台周围莲叶冰场[1]

域,海冰形态主要由热力学特性决定。而在远海开阔水域,海冰形态主要受动力学特性影响。冰边缘区的海冰特征是由动力学特性和热力学特性共同决定的,其中动力学特性的影响更为显著。海冰在波浪、海流和风的动力作用下会发生破坏、沉浮、漂移和碰撞等运动形式,从而造成海冰形状和聚集度的动态变化[2]。在塑造冰边缘区海冰形态的各环境因素中,波浪总是发挥决定性作用。在波浪作用下,冰排有发生弯曲破坏的趋势,从而改变了海冰形态,海冰的最终尺寸由波浪条件和海冰条件共同控制。随冰边缘区波浪条件演变,海冰形态也呈现不同特征,从而可将冰边缘区进一步分为边缘区、过渡区和内陆区三部分[3]。边缘区是冰边缘区最临近开阔水域的区域,该海域中波浪条件与开阔水域最为接近,波幅通常较大。波浪中的长波成分促使冰排断裂为较大冰块,而短波成分促使较大冰块进一步断裂为更小尺寸冰块。随着波浪与海冰的不断相互作用,在过渡区中波浪的短波成分衰减率很高,长波成分衰减较慢,冰排仍然可以断裂为较大冰块,但促使其进一步断裂的激励减小,冰块尺寸逐渐增大。最终,在内陆区波浪中的长波成分衰减至不足以产生使冰排发生破坏的弯曲应力,冰排的破坏模式转化为海流和风作用下的断裂进程。

在全球气候变暖的大背景下,我国渤海海域冰边缘区内波浪、海流和风的影响逐渐加强,该海域的动力学特性更为明显[4]。海冰载荷往往是渤海冬季海洋平台和船舶上的控制载荷,在冰边缘区中受波浪影响,海冰载荷和波浪载荷总是耦合在一起作用于海洋工程结构物上。对于作用在结构上的波浪载荷,目前已有很多较为成熟的计算方法。而随着国际冰力学的不断发展,作用于结构上的冰载荷也有多种较为合理的计算方法。欲准确估计海洋工程结构物上的冰载荷和波浪载荷,就需要准确把握海冰参数、波浪参数和结构参数,而其中尤以海冰参数最为重要。这就要求渤海海域冰边缘区内的海冰条件得到及时、准确的预测[5]。然而,冰边缘区内动态演化的环境条件令准确预测海冰参数变得十分困难[6],造成这一困难的主要原因是冰边缘区内波浪作用下海冰的破坏机理尚未完全揭示(如图2)。

3. 波浪作用下海冰破坏过程

当波浪由远海开阔水域传播进入近岸大面积冰盖覆盖海域时,部分波浪会在交界位置发生反射,另外一部分波浪由冰盖下面继续传播进入有冰海域。波浪在冰盖底面传播改变了冰排的支撑条件,在波峰位置处海冰受到下部波浪支撑,而在波谷位置处海冰底部悬空,从而产生弯曲应力。由于波浪在冰盖下的传播是一个动态过程,进一步增大了冰排内的弯曲应力。该应力的极值由波浪条件和海冰条件共同控制,其中波浪条件包括波幅、波周期和波浪类型等,海冰条件包括冰厚、弹性模量和刚度等。对于波浪类型而言,非线性波(椭圆余弦波、斯托克斯波和孤立波等)一般具有更为陡峭的波峰和平坦的波谷,其波峰位置应力较为集中,与线性波相比会产生更大的弯曲应力。当冰排内弯曲应力极值超过海冰的抗弯强



Figure 2. Sea ice failure by waves in the marginal ice zone
图2. 冰边缘区波浪作用下海冰破坏情况

度时,海冰发生断裂。海冰的断裂长度与波长成正比,正如上一节所述,冰排在长波作用下断裂为尺寸较大冰块,而在短波作用下进一步发生破坏行为,断裂为尺寸更小的碎冰。相应地,冰排破坏过程、摩擦作用、碰撞过程、波浪散射等均会消耗波浪能,从而使在冰盖下传播的波浪不断衰减。其中,长波衰减速率远小于短波,短波进入边缘区后很快衰减消失,而长波可以持续传播至内陆区。

对于冰边缘区中包含的三个区域,边缘区内波浪中的短波成分促使冰排断裂为小尺寸碎冰。在过渡区中,短波迅速衰减,波浪中的长波波高相应的也逐渐衰减,从而减小了冰盖中的弯曲应力,使得冰块尺寸逐渐增大。而在内陆区中,波浪中的长波成分逐渐衰减至不足以促使冰排发生弯曲破坏,此时波浪不再是冰排破坏进程的控制因素。然而,长波在冰排内产生的弯曲应力仍会形成微裂纹,对冰盖造成一定损伤。另一方面,波浪在冰盖下传播过程中会对冰排循环加载—卸载,诱使冰盖出现疲劳损伤,甚至可能发生疲劳破坏。

人们从十九世纪末开始对波浪作用下海冰的破坏过程开展研究。近二十年随着全球气候变暖,冰边缘区范围扩大,动态性增强,促使人们更为关注这类海域海冰的形态特征。在对这一问题进行研究的过程中,主要采用的研究方法包括现场观测、模型试验和数值模拟等。

在各种研究方法中,现场观测可以获得第一手资料,现场观测数据直观、可靠,是其他研究方法开展的基础依据。现场观测同时具有一些不足之处,该方法成本高,观测条件具有随机性,不易由观测数据直接得出规律性的研究结果。因此,只有将现场观测数据与模型试验和数值模拟等研究方法结合起来,才能充分发挥这些数据的基础作用。Downer and Haskell (2001) [7]在玫瑰海冰边缘区用GPS和加速度计测量了冰块的往复运动。Frankenstein *et al.* (2001) [8]在巴伦支海进行现场测试,他们在冰块上布置仪器测量6个自由度运动,得到了该海域冰块的升沉数据。格陵兰岛东海岸Odden海域冰边缘区具有一般性,Wadhams *et al.* (2002) [9]和de Carolis (2003) [10]用合成孔径雷达观测了Odden海域的莲叶冰场情况。Prinsenber and Peterson (2011) [11]和Asplin *et al.* (2012) [12]于2009年夏在波弗特海的冰边缘区测试并分析了长波通过多年生浮冰时造成的弯曲破坏,研究发现在冰边缘区的内陆区中冰盖也发生了断裂,这表明随气温升高破坏事件更加深入大面积冰盖。

与现场观测相比,模型试验研究方法成本低、试验条件可控,易得出规律性的研究成果。低温模型冰试验是目前冰力学领域最重要的研究方法之一,其研究结果可与现场观测数据进行对照,并为建立数学模型提供参照和依据。在1994年,Kanada *et al.* (1994) [13]就开始使用不可断裂的塑料板开始海冰—波浪耦合问题的试验研究。Newyear and Martin (1997, 1999) [14] [15]在华盛顿大学的小尺度冰池内开展了波浪在油脂状冰内传播的模型试验,他们通过调节试验温度在波浪水槽中制取了纯油脂状冰盖。Dai *et al.* (2004) [16]在常温环境下用塑性板代替海冰,模拟了波浪作用下莲叶冰场的变化情况,特别是莲叶冰彼此重叠形成的平衡冰厚。王瑞学(2010) [3]和Wang and Shen (2010) [4]进行了波浪在油脂状冰—莲叶冰混合冰区传播的模型试验。目前,采用模型试验方法研究波浪作用下海冰破坏过程主要存在两个问题:

- 大部分模型试验中模型比尺较小,从而造成不同组次试验结果间差别很小,增大了试验结果误差;
- 已开展的物理模型试验工作较少,现场观测和模型试验数据缺乏完整性,从而造成波浪作用下海冰的断裂机理尚未完全揭示。

与现场观测和模型试验方法相比,数值模拟研究方法的成本最低,只需相应的计算机等设备即可完成,从而可以节省大量的资源。近些年计算机硬件、软件技术的飞速发展数值模拟研究提供了有力支持,可以模拟更为复杂、精度更高的实际问题。相应的,数值模拟技术的不足是无法保证模拟结果与实际情况一致,必须经过现场观测或模型试验的验证,才能保证其模拟结果的有效性。尽管如此,采用数值模拟方法研究波浪作用下海冰的破坏过程以其低成本、高效率的优势在最近二十年中得到了迅速发展,研究人员对不同的海冰条件和波浪条件提出了很多数学模型。这些数学模型基于海冰尺寸可以分为以下

几类:

- 大、中尺度海冰: 将海冰视为连续介质, 提出了薄弹性板模型、质量荷载模型和粘性模型等。其中, 薄弹性板模型[17]适于模拟大面积冰盖, 将海冰视为薄弹性板, 近岸完整冰盖和内陆区冰排可用该模型模拟。Carter *et al.* (1981) [18]用薄弹性板模型模拟大面积海冰, 通过线性波和能量方程得到了无限长海冰在波浪作用下发生断裂的表达式。Fox and Squire (1994) [19]同样将冰盖视为薄弹性板, 假定冰下水流为理想流体, 研究了波浪斜向入射均匀冰盖的情况。Kanada *et al.* (1994) [13]通过试验验证了薄弹性板模型模拟大面积冰盖的合理性。质量荷载模型[20]将冰盖视为不连续的质量场, 可以模拟重力波波长的变化。粘性模型[21] [22]将水面上的浮冰视为粘性流, 适于描述油脂状冰场, 模拟结果与试验数据吻合很好。
- 小尺度海冰: 将海冰视为离散介质, 碎冰间碰撞、断裂、堆积等进程成为海冰形态变化的主要模式。在边缘区, 冰排在波浪中短波成分的作用下断裂为尺寸很小的碎冰块, 适于通过碰撞流变学方法研究。Meylan (2002) [23]基于 Metropolis-Hastings 算法生成了随机分布的浮冰块。Feltham (2005) [24]在用粒状流模拟冰边缘区时考虑了浮冰块的尺寸。

总的来说, 目前对冰边缘区开展的现场观测和模型试验工作并不充分, 该海域波浪作用下海冰的破坏机理尚未揭示, 不足以支撑建立完善的数学模型。

4. 波浪作用下海冰破坏的影响因素

海冰在波浪中长波成分和短波成分的作用下发生破坏是冰边缘区海冰形态的主要成因。海冰的断裂长度是探究波浪作用下冰排破坏机理的重要参数, 断裂长度同样也是冰排破坏过程中最直观的参数之一。

Williams *et al.* (2013) [25]认为表面波是冰边缘区海冰破坏的主要原因, 破坏过程由海冰条件和波浪条件共同控制, 表面波在冰盖下可以传播很远距离并持续发挥破坏冰排的作用。对于不同尺寸海冰其断裂进程是不同的。对无限或半无限长冰排来说, 波周期、冰厚、冰排弹性模量是海冰断裂的控制因素, 冰排发生破坏时的临界波高随波周期增大和弹性模量减小而增大, 这种破坏模式适于近岸大面积冰盖和内陆区冰排。对有限长冰排来说, 冰排长度和波长的比值是海冰断裂的控制因素, 当这一比值超过临界值时冰排会发生破坏, 这种破坏模式适于边缘区和过渡区的碎冰块以及尺寸较小的浮冰。李春花(2000) [17]通过模型试验得到当冰排长度与波长之比 $L_i/L \leq 1$ 时, 冰排内最大弯曲应力出现在中点附近; 冰排长度与波长之比 L_i/L 以及冰厚与冰排长度之比 h_i/L_i 是冰排断裂过程的控制参数, L_i/L 越大, h_i/L_i 越小, 冰排发生破坏时的临界波高就越小。在其试验中还发现当冰排长度较小时波浪容易越过冰排, 出现“越浪”现象, 此时冰排不易破坏。王永学等(2000) [26]用可断裂材料模拟海冰进行波浪作用下冰排断裂试验, 由试验结果发现冰排在波浪作用下易发生破坏, 且破坏过程是突然出现的, 之前没有明显预兆, 冰排断裂过程始于裂纹出现, 随后迅速沿横向扩展直至彻底断裂。当冰排长度较大时(数倍于波长), 冰排会在波浪作用下发生多次断裂, 各次断裂长度均为波长或半波长。冰排发生破坏时的临界波高随冰排长度减小而增大。Francois *et al.* (2009) [27]基于有限元法求解冰盖在波浪作用下断裂的二维模型, 由计算结果得出冰排内最大弯曲应力发生在水面斜度变化最大的位置[28] [29]。在 Francois *et al.* (2009)的研究中同样发现当波幅较大、波长较短时波浪更易淹没冰排, 此时冰排内的最大弯曲应力有所下降。综合各计算结果可以得出冰盖内最大弯曲应力随波幅和波长变化的函数(如图 3), 短波易诱使冰排内弯曲应力达到临界值, 进而发生破坏, 长波在冰排内产生的弯曲应力较小, 只有当波幅达到 1 m 以上时冰排才会发生破坏。总体来说, 已开展的模型试验工作考虑了波浪条件变化对冰排破坏进程的影响, 但未顾及冰厚条件变化对该过程的影响, 需要开展更多的研究工作充分揭示波浪作用下冰排的断裂机理。

Yuen and Lasca (1989) [30]通过现场观测对船舶航行兴波作用下冰排的破坏情况进行了研究, 通过现

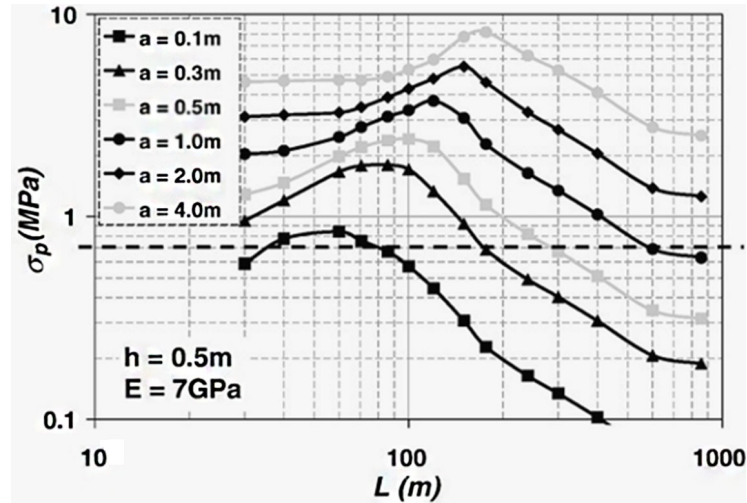


Figure 3. Maximal bending stress in the ice sheet in different wave amplitude and length [27]

图 3. 不同波幅和波长下冰排内最大弯曲应力[27]

场观测数据发现冰排破坏主要是由垂向变形引起的，冰排的垂向变形受波周期影响，随波周期的增大而减小，并且弯曲应力的最大值一般出现在距冰缘半波长处。Beltaos (2004) [28]采用数值模拟方法研究了有限范围波浪作用下有限长度冰排的破坏情况，结果显示弯曲应力最大值发生于波面曲率最大位置，从而在冰排内产生横向裂纹，横向裂纹的出现位置随波长变化，但总是出现在距冰缘 100 倍冰厚范围内。其他学者也对波浪作用下冰排内横向裂纹的生成机理进行了研究并得到相近结论[29] [31]。Xia and Shen (1999, 2002) [29] [31]研究了非线性波对冰排的破坏作用，发现与线性波相比椭圆余弦波更易引起冰排破坏，这表明非线性波波峰位置更为“陡峭”，易在冰排内产生更大的弯曲应力。

由上述研究成果可知，波浪是冰边缘区海冰破坏过程的控制因素，冰排断裂长度是由海冰参数和波浪参数共同控制的，其中波长对冰排断裂长度影响很大。尽管很多学者和研究人员对这一问题进行了大量研究工作，仍有一些影响波浪作用下冰排破坏进程的关键性因素尚未揭示，海冰条件和波浪条件对冰排发生破坏时临界波高的控制规律有待研究。同时，针对这一问题开展的基础性测试工作还较少，数学模型的建立基础尚不完善。这些问题就需要进一步开展大量的基础性测试工作来逐一解决。

5. 结语

在渤海海域冰边缘区中，冰排在波浪作用下产生弯曲应力，进而发生弯曲破坏。冰排在波浪作用下的破坏过程是冰边缘区海冰形态的主要成因，欲准确预测冰边缘区内的海冰环境条件就需要掌握冰排在波浪作用下的断裂机理，从而更准确的计算海洋工程结构物上受到的冰载荷以及冰激振动情况。本文对国内外渤海海冰在波浪作用下断裂特性的研究情况进行了综述，按照研究方法的不同，分别讨论了现场测试、模型试验和数值模拟工作的研究进展和存在的问题。

目前，对于冰排破坏过程的研究仍处于探索阶段，海冰条件和波浪条件对冰排断裂进程的控制规律仍不明确。同时，已有的研究成果大多是由各数学模型通过数值模拟得到的，缺少基础性测试工作的数据支撑。现场测试和模型试验工作远落后于数值模拟的研究进展，在今后该领域的研究中，需要开展大量的基础性测试工作，验证已有的数学模型，从而完全揭示冰排在波浪作用下的破坏机理。

基金项目

国家自然科学基金青年科学基金项目(51409185)。

参考文献 (References)

- [1] Sun, S.S. and Hayley, H.S. (2012) Simulation of Pancake Ice Load on a Circular Cylinder in a Wave and Current Field. *Cold Regions Science and Technology*, **78**, 31-39. <http://dx.doi.org/10.1016/j.coldregions.2012.02.003>
- [2] Squire, V.A. (2007) Review of Ocean Waves and Sea-Ice Revisited. *Cold Regions Science and Technology*, **49**, 110-133. <http://dx.doi.org/10.1016/j.coldregions.2007.04.007>
- [3] 王瑞学. 海冰动力学数值模拟及波浪与海冰相互作用[D]. 大连: 大连理工大学, 2010.
- [4] Ruixue, W. and Hayley, H.S. (2010) Experimental Study on Surface Wave Propagating through a Grease-Pancake Ice Mixture. *Cold Regions Science and Technology*, **61**, 90-96. <http://dx.doi.org/10.1016/j.coldregions.2010.01.011>
- [5] John, P.D. (2000) Research Trends in Ice Mechanics. *International Journal of Solids and Structures*, **37**, 131-153. [http://dx.doi.org/10.1016/S0020-7683\(99\)00084-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0020-7683(99)00084-0)
- [6] Timothy, D.W., Luke, G.B., Vernon, A.S., *et al.* (2013) Wave-Ice Interactions in the Marginal Ice Zone. Part 2: Numerical Implementation and Sensitivity Studies along 1D Transects of the Ocean Surface. *Ocean Modelling*, **71**, 92-101. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ocemod.2013.05.011>
- [7] Downer, J. and Haskell, T.G. (2001) Ice-Floe Kinematics in the Ross Sea Marginal Ice Zone Using GPS and Accelerometers. *Annals of Glaciology*, **33**, 345-349. <http://dx.doi.org/10.3189/172756401781818923>
- [8] Frankenstein, S., Løset, S. and Shen, H.H. (2001) Wave-Ice Interactions in Barents Sea Marginal Ice Zone. *Cold Regions Science and Technology*, **15**, 91-102. [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0887-381X\(2001\)15:2\(91\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0887-381X(2001)15:2(91))
- [9] Wadhams, P. (2002) Pancake Drifting Buoys. *International Programme for Antarctic Buoys: Report of the Third Meeting of Programme Participants, World Climate Research Programme*, Fairbanks, D8-D9.
- [10] De Carolis, G. (2003) SAR Observations of Waves in Ice. *The International Society for Optical Engineering*, 141-151.
- [11] Prinsenbergh, S.J. and Peterson, I.K. (2011) Observing Regional-Scale Pack-Ice Decay Processes with Helicopter-Borne Sensors and Moored Upward-Looking Sonars. *Annals of Glaciology*, **52**, 35-42. <http://dx.doi.org/10.3189/172756411795931688>
- [12] Asplin, M.G., Galley, R., Barber, D.G., *et al.* (2012) Fracture of Summer Perennial Sea Ice by Ocean Swell as a Result of Arctic Storms. *Journal of Geophysical Research—Oceans*, **117**, Article ID: C06025.
- [13] Kanada, S., Ueda, T., Izumiyama, K., *et al.* (1994) Experimental Study on Interactions between Water Waves and Ice Sheet. *Proceedings of the IAHR Ice Symposium*, Trondheim, 23-26 August 1994, 239-246.
- [14] Newyear, K. and Martin, S. (1997) A Comparison of Theory and Laboratory Measurements of Wave Propagation and Attenuation in Grease Ice. *Journal of Geophysical Research*, **102**, 91-99. <http://dx.doi.org/10.1029/97jc02091>
- [15] Newyear, K. and Martin, S. (1999) Comparison of Laboratory Data with a Viscous Two-Layer Model of Wave Propagation in Grease Ice. *Journal of Geophysical Research*, **104**, 7837-7840. <http://dx.doi.org/10.1029/1999JC900002>
- [16] Dai, M., Shen, H.H., Hopkins, M.A., *et al.* (2004) Wave Rafting and the Equilibrium Pancake Ice Cover Thickness. *Journal of Geophysical Research*, **109**, Article ID: C07023.
- [17] 李春花. 海冰在潮汐和波浪作用下的断裂机理研究[D]. 大连: 大连理工大学.
- [18] Carter, D., Ouellet, Y. and Pay, P. (1981) Fracture of a Solid Ice Cover by Wind-Induced or Ship-Generated Waves. *Proceedings of the 6th International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions*, Quebec, 27-31 July 1981, 843.
- [19] Fox, C. and Squire, V.A. (1994) On the Oblique Reflection and Transmission of Ocean Wave from Shore Fast Sea Ice. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, **347**, 185-218. <http://dx.doi.org/10.1098/rsta.1994.0044>
- [20] Xin Z. and Hayley, H.S. (2013) Ocean Wave Transmission and Reflection between Two Connecting Viscoelastic Ice Covers: An Approximate Solution. *Ocean Modelling*, **71**, 102-113. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ocemod.2013.04.002>
- [21] Keller, J.B. (1998) Gravity Waves on Ice-Covered Water. *Journal of Geophysical Research*, **103**, 7663-7670. <http://dx.doi.org/10.1029/97JC02966>
- [22] De Carolis, G. and Desiderio, D. (2002) Dispersion and Attenuation of Gravity Waves in Ice: A Two-Layer Viscous Fluid Model with Experimental Data Validation. *Physics Letters*, **305**, 399-412. [http://dx.doi.org/10.1016/S0375-9601\(02\)01503-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0375-9601(02)01503-7)
- [23] Meylan, M.H. (2002) Simulating Ice Floes in the MIZ Using Stochastic Simulation. In: *Proceedings of the 16th International Symposium on Ice*, Volume 2, International Association of Hydraulic Engineering and Research, Dunedin, 344-352.
- [24] Feltham, D.L. (2005) Granular Flow in the Marginal Ice Zone. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, **363**, 1677-1700. <http://dx.doi.org/10.1098/rsta.2005.1601>
- [25] Timothy, D.W., Luke, G.B., Vernon, A.S., *et al.* (2013) Wave-Ice Interactions in the Marginal Ice Zone. Part 1: Theo-

- retical Foundations. *Ocean Modelling*, **71**, 81-91. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ocemod.2013.05.010>
- [26] 王永学, 李广伟, 李春花, 等. 波浪作用下海冰断裂的试验研究[J]. 自然科学进展, 2000, 10(6): 549-553.
- [27] Francois, N., Brian, M. and Tung, Q.T. (2009) River Ice Cover Flexure by an Incoming Wave. *Cold Regions Science and Technology*, **55**, 230-237. <http://dx.doi.org/10.1016/j.coldregions.2008.03.002>
- [28] Beltaos, S. (2004) Wave-Generated Fractures in River Ice Covers. *Cold Regions Science and Technology*, **40**, 179-191. <http://dx.doi.org/10.1016/j.coldregions.2004.07.002>
- [29] Xia, X. and Shen, H.T. (2002) Nonlinear Interaction of Ice Cover with Shallow Water Waves in Channels. *Journal of Fluid Mechanics*, **467**, 259-268. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112002001477>
- [30] Yuen, C. and Lasca, N.P. (1989) Fracturing of an Ice Sheet by Ship-Induced, Ice-Coupled Waves. *Cold Regions Science and Technology*, **16**, 75-82. [http://dx.doi.org/10.1016/0165-232X\(89\)90008-6](http://dx.doi.org/10.1016/0165-232X(89)90008-6)
- [31] Xia, X. and Shen, H.T. (1999) Interaction of Shallow Water Waves with Ice Cover. Department of Civil and Environmental Engineering, Clarkson University, Potsdam.