

视空工作记忆对儿童数学能力的影响

王 香

浙江师范大学杭州幼儿师范学院, 浙江 杭州

收稿日期: 2022年11月15日; 录用日期: 2022年12月14日; 发布日期: 2022年12月26日

摘 要

作为认知活动的生理基础, 视空工作记忆与学习活动的关系一直是教育者的热点关注, 研究视空工作记忆与数学的关系具有重要意义, 而且可以为儿童的视空工作记忆和数学发展提供训练支持。本研究从以下四方面展开综述: ① 视空工作记忆及其发展; ② 视空工作记忆与数学的关系; ③ 视空工作记忆对儿童数学能力的影响机制; ④ 儿童视空工作记忆训练对数学的迁移研究。在往后的研究里, 应采用神经影像学的方法对视空工作记忆训练迁移的神经机制开展探讨, 不断通过训练和学习来提高视空工作记忆, 从而加大迁移至数学的效果。

关键词

儿童, 视空工作记忆, 数学能力, 视空工作记忆训练

The Influence of Visual-Spatial Working Memory on Children's Mathematical Abilities

Xiang Wang

Hangzhou College for Kindergarten Teachers, Zhejiang Normal University, Hangzhou Zhejiang

Received: Nov. 15th, 2022; accepted: Dec. 14th, 2022; published: Dec. 26th, 2022

Abstract

As the physiological basis of cognitive activities, the relationship between visual-spatial working memory and learning activities has been a hot concern for educators, and it is important to study the relationship between visual-spatial working memory and mathematics, and it can provide training support for children's visual-spatial working memory and mathematics development.

This study reviews the following four aspects: 1) visual-spatial working memory and its development; 2) the relationship between visual-spatial working memory and mathematics; 3) the mechanism of visual-spatial working memory on children's mathematical ability; and 4) the transfer study of children's visual-spatial working memory training to mathematics. In future research, neuroimaging methods should be used to explore the neural mechanisms of transfer of visual-spatial working memory training, and to continuously improve visual-spatial working memory through training and learning, so as to increase the effect of transfer to mathematics.

Keywords

Children, Visual-Spatial Working Memory, Mathematical Ability, Visual-Spatial Working Memory Training

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

视空工作记忆(Visual spatial working memory, 简称 VSWM), 被定义为人脑短暂存储和操纵视觉空间信息的能力(Ashkenazi et al., 2013), 发展成熟于 5~12 岁之间且 8 岁之前是快速发展阶段(Attou et al., 2017)。现实生活中识记路标上的方向, 学习汉字时对字形的记忆都需要视空工作记忆。

结合国内外研究来看, 数学能力大体包括基本数知识、数字运算、应用问题、逻辑思维及空间想象(《小学数学教学大纲》《初中数学教学大纲》)。数学能力的发展具有一定的稳定性, 具体表现在个体数学能力之间差距的持续(Bodovski et al, 2007), 且早期数学技能是之后学业和职业发展的强预测因素(Boonen et al., 2013)。因此, 数学能力的发展十分重要。

当前已有大量研究证实视空工作记忆与数学能力的相关, 但二者发生作用的机制还尚未十分明晰。本综述从儿童视空工作记忆与数学能力的关系出发, 具体阐述视空工作记忆与哪些数学能力的联系更密切, 视空工作记忆如何对数学能力发生作用, 以及阐述视空工作记忆训练效果转移至数学成绩上的可能性。

2. 视空工作记忆及其发展

视空工作记忆作为 Baddeley 和 Hitch (1974)工作记忆模型中的一个重要成分, 负责加工视觉与空间信息。它通常被认为由两个系统组成(Bruce & Hawes, 2015): 一个用于空间 - 动态信息, 叫做空间工作记忆, 通过视觉对位置和方向信息进行存储与加工来把握和转换空间关系(Cheng & Mix, 2014); 另一个用于视觉 - 静态信息, 叫做视觉工作记忆, 对物体的特征, 如形状、深度、质地、颜色、状态和背景等进行整合(Cheng & Mix, 2014)。来自威廉姆斯综合征和唐氏综合征临床病例的研究发现了视觉与空间工作记忆的分离(Cornoldi & Vecchi, 2003)。虽然存在两个系统, 但这两个系统并不是完全分离的, 视觉和空间的实时加工和维持活动依赖于一种基于时间的资源共享机制并通过注意资源刷新信息(Corsi, 1972)。另外, Cornoldi 和 Vecchi (2003)将不同的视空工作记忆功能分为被动功能和主动功能(Crittina et al., 2018)。被动功能是指视觉空间信息的短期存储包含至少两个独立的存储成分: 一个用于同时进行的视觉空间信息(如颜色、形状和大小), 叫被动同时视空工作记忆, 另一个用于视觉空间序列信息(如运动序列), 叫被动序列视空工作记忆。主动功能是指处理功能, 可作为视空工作记忆的中央执行功能特征。常见的测量视空

工作记忆的方法有 Corsi 任务, 视觉模式测验, 点位置任务以及变化检测任务。其中, 最经典的是 Corsi 任务, 在临床神经心理学和认知研究中被广泛使用。其基本流程是编码阶段随机依次呈现单个小方块, 然后要求被试以相同的顺序(正向条件)或相反的顺序(反向条件)用手点击木块来重复刚刚呈现过的序列。Corsi 任务包括了传统版本(De Smedt et al., 2009)和计算机版本, 两者的区别在于刺激呈现的方式不同。传统版本由实验者用手以随机顺序依次触碰点击立方体木块, 而计算机版本是屏幕上不同位置的积木块按序列闪烁。

关于视觉空间发展的广泛实验文献提供了关于视觉空间工作记忆发展轨迹的见解: 儿童在视觉空间工作记忆测试中的表现随着年龄的增长而提高最近的研究则揭示了更为细致的发展规律: Kokubo 等人(2012)改编连线测试(Trail Making Test)进行对 6~28 岁的被试进行测试, 发现了视空工作记忆的非线性发展变化(Kokubo et al., 2012)。在基于数字的连线测试中, 8 岁以下儿童视空工作记忆效率提高相对较快, 而年龄较大的儿童(9~12 岁)视空工作记忆效率则是逐渐提高。儿童的视空工作记忆以非稳定状态的方式逐渐成熟, 在 12 岁之前视空工作记忆的成熟有一个重要的阶段。视空工作记忆的效率也可能因其认知子系统的发展条件而有所不同。从不同成分来看, 视觉-静态工作记忆的发展变化快且优于空间-动态工作记忆, Pickering 等人(2001)揭示了动静态分离的存在, 且静态任务的表现好于动态任务(Pickering et al., 2001)。Hamilton (2013)发现视觉广度在 5~10 岁之间有很大的增长, 而纯粹基于空间关系的加工过程则在 6~8 岁之间显示出早期改善(Hamilton, 2013)。

3. 视空工作记忆与数学能力的关系

视空工作记忆与儿童数学能力的正相关得到了许多支持(Holmes & Adams, 2006; Sanne et al., 2013; Lonnemann et al., 2019)。视空工作记忆作为巴德利(1974)工作记忆模型中的成分之一, 与数学能力的关系的证据最初来自工作记忆关系与数学能力的关系研究。特定工作记忆资源在数学加工过程中具有一定的作用是通过双任务范式来证明的(Holmes & Adams, 2006; Raghubar et al., 2010; Caviola et al., 2012), 即在执行数学任务的同时, 利用视空工作记忆来执行任务。如, Holmes 等人(2006)检验了工作记忆(WM)模型的不同组成部分对 3 年级和 5 年级儿童一系列数学技能的贡献, 发现了早期儿童更依赖视空工作记忆执行任务(Holmes & Adams, 2006)。Holmes 等人(2006, 2008)进一步分析视空工作记忆和儿童数学技能表现之间的关系(Holmes et al., 2006; Holmes et al., 2008), 揭示了不同年龄组之间显著不同的关联模式。发现视空工作记忆预测了三年级孩子应用数学技能的差异和五年级孩子在困难问题上表现的差异。另外, 来自发展障碍儿童(非语言学习障碍儿童, Meyer et al., 2010), 数学困难儿童(Mammarella et al., 2017; Ashkenazi et al., 2013), 脑瘫患儿(Crittina et al., 2018)以及特纳综合征患儿(Attou et al., 2017)与典型发展儿童的对比研究也说明了视空工作记忆在数学成就中起着重要的作用。在数学方面表现不佳的儿童比那些在数学方面表现良好的儿童的视觉空间工作记忆更差(Mammarella et al., 2017; Ashkenazi et al., 2013), 即视空工作记忆缺陷对数学学习有不利影响。比较数学障碍儿童与典型发展儿童的行为与脑成像证据(Ashkenazi et al., 2013), 发现数学困难儿童的视空工作记忆能力显著降低, 脑成像测量提供了一致的证据, 表明数学困难儿童在解决算术问题时没有适当地使用视空工作记忆资源。

视空工作记忆和数学能力之间不仅存在高相关, 也存在着显著的跨领域关系。进一步对视空工作记忆进行功能、成分及状态区分, 发现主被动视空工作记忆(Lehto, 2008)、视觉和空间成分(Fanari et al., 2019)对数学的影响不同。Lehto (2008)探讨了主动和被动视空工作记忆与数学表现的相关, 发现不同的数学领域或任务类型似乎需要不同的视空工作记忆成分。主动视空工作记忆与几何学有关, 被动视空工作记忆能力解释了心算任务的表现。近期研究的结果表明视觉和空间主动工作记忆能力都与数字和数量知识相关, 但在一年级结束时, 视觉工作记忆可能比空间主动工作记忆能力更有影响力(Massidda et al., 2018)。

说明在小学开始时,早期空间工作记忆作用大,晚期视觉工作记忆作用大。

随着视空工作记忆与数学能力直接联系的研究逐渐变多,研究发现了视空工作记忆对数学能力发展的独特影响(Mix et al., 2016; Gilligan et al., 2017; Hawes et al., 2015)。实证研究结果显示视空工作记忆与数学之间相关的趋势随着年级的增长存在不一致。不少研究结果表明视空工作记忆与整个早年学习生涯的数学表现显著相关(Sanne et al., 2013; Lonemann et al., 2019),但视空工作记忆对数学的影响随着年级上升而减弱(Holmes & Adams, 2006; Holmes et al., 2008; Rasmussen & Bisanz, 2005; De Smedt et al., 2009; Kytälä et al., 2010)。Holmes 等人(2008)揭示了7~10岁儿童的视空工作记忆对数学成绩的贡献会随着年龄的增长而减少。除此之外,一些研究结果却表明视空工作记忆对数学的影响是逐渐加强的(Meyer et al., 2010; Li & Geary, 2013; Li & Geary, 2017)。Li 和 Geary (2013, 2017)在一项为期10年的纵向研究中探索了视空工作记忆与数学的关系,发现视空工作记忆的增量预测了五年级结束时的数学成绩,而视空工作记忆本身可以预测九年级数学成绩和六年级到九年级的成绩增长,其预测作用超越了工作记忆的其他成分,这表明视觉空间能力对不同年级的数学学习变得越来越重要。

导致对两者相关的描述不一致的原因可能有两方面。一方面,各研究采用的测量视空工作记忆和数学能力的任务不同。有研究者从整体出发,直接用 Corsi 任务表现来衡量视空工作记忆(Ashkenazi et al., 2013; Crittina et al., 2018; Attou et al., 2017)。也有研究者对视空工作记忆进行成分划分(Holmes et al., 2008; Li & Geary, 2013; Li & Geary, 2017; Reuhkala, 2001),例如,block 回忆任务评估空间工作记忆, mazes 记忆任务评估视觉工作记忆。还有研究者对视空工作记忆进行操纵,将其定义为空间感知、空间可视化和心理旋转,三个方面与数学的关系也不同(Wang et al., 2021; Yang et al., 2019; Lowrie et al., 2017)。另外,数学评估则因不同国家地区而异(Lehto, 2008),研究者甚至会根据被试情况开发数学测试,且使用广泛的数学成就衡量方法可能会掩盖更具体的关系(Li & Geary, 2017)。另一方面,不同研究涉及被试年龄段不一样。基于发展的观点分析其减弱的原因是随着年龄的增长,儿童对视空表征与策略的依赖减少。基于领域特殊性的观点,不同年龄阶段儿童获得不同的数学能力(例如,在幼儿园,心理旋转与数学密切相关。六年级时,代数和位置的数学任务与空间加工密切相关。例如,对幼儿数学能力的测量更侧重于基础数知识和数字运算,但对于高年级学生而言,数学能力的测量更侧重于逻辑思维与空间想象),因此涉及到不同年级的特定任务与视空工作记忆的关联模式不同(Mix et al., 2016)。Eva et al. (2014)仅采用加减乘除四个领域的计算来衡量2~6年级学生的视空工作记忆和数学的关系,以三年级为节点,得到视空工作记忆与数学的相关呈先上升后下降至不相关的结论(Eva et al., 2014)。

4. 视空工作记忆对儿童数学能力的影响机制

视空工作记忆与数学之间的正相关得到了许多支持,那么视空工作记忆是如何影响数学的呢?有研究对两者间发生作用的具体路径进行了探索,发现视空工作记忆既可以直接作用于数学,又可以通过心理数字线(Tam et al., 2018)、大小及问题表征(Chan et al., 2019)、非言语流体智力(Lehto, 2008)等中介变量对数学发生作用。

首先,视空工作记忆与数字表征有关,并且在儿童早期数字表征中起着重要作用。人类存在空间上代表数字的倾向,认知神经证据也表明基本的数字和视觉空间任务会激活顶叶内沟中的邻近和重叠区域(Hubbard et al., 2009)。个体采用心理数字线表征将较小的数字(1、2、3)与空间的左侧联系起来,将较大的数字(7、8、9)与空间的右侧联系起来,这样能使儿童能够在心理上表示和操作数字信息,并更有效地比较数字大小,来促进儿童的数学学习(Fung et al., 2020)。实证证据也表明,心理数字线表征完全中介了视空工作记忆与计算的关系以及视空工作记忆与应用题解决的关系(Tam et al., 2018; Chan et al., 2019)。因此良好的视空工作记忆有助于儿童发展准确和空间意义的数字线,这反过来支持计算等基本数学能力。

除此之外,还有一些研究在控制其他协变量社会经济地位(Mhring et al., 2021)、执行功能(Wang et al., 2021; Yang et al., 2019; Fung et al., 2020)自我调节能力(Wang et al., 2021)、性别(Mhring et al., 2021))的影响下评估了幼儿早期(3~8岁)的数学能力与视空工作记忆之间的关系,揭示了数字与空间之间的联系对数字认知发展的重要性。在早期数学能力发展过程中,空间工作记忆影响了数量的基本知识(Massidda et al., 2018),预测早期计算能力,为大部分最初数字表征的形成做出了贡献(Fanari et al., 2019)。这提示我们数学的空间属性可能是视空工作记忆始终在数学能力中发挥作用的原因。

其次,视空工作记忆为我们提供了一个能处理数学问题的心理工作空间,在心理工作空间内对数值大小和问题结构的表征进行处理。因为数值大小在空间上以心理数字线的形式表示,所以具有较高视觉空间工作记忆能力的儿童在处理数值大小时效率更高,有更好的计算表现(Chan et al., 2019)。即,在大小表征路径中,部署大小表征的视觉空间过程中介了视觉空间工作记忆和数学成就之间的联系,这种中介作用又反过来促进了计算。有研究表示,数学问题解决能力高者通常构建更利于问题理解的原理图来进行问题表征,而不是图形(Boonen et al., 2013)。具有较高视觉空间工作记忆能力的儿童能够更好地利用示意图表示,在解决数学问题时捕捉不同问题部分之间的关系,从而更好地解决数学问题。

5. 儿童视空工作记忆训练对数学的迁移研究

5.1. 视空工作记忆的可塑性

视空工作记忆可以通过训练得到提高(Uttal et al., 2013; Bruce & Hawes, 2015; Gade et al., 2017; Fernández-Méndez et al., 2018)。Uttal 等人(2013)的视空工作记忆训练元分析表明视空工作记忆训练是有效的、持久的和可迁移的,且不受性别和年龄的影响(Uttal et al., 2013)。另外,有研究指出训练效果主要是由在前测中表现低于和等于中位数的儿童引起的,从而缩小了与表现在中位数以上的儿童的差距(补偿效应)(Gade et al., 2017)。其中视空工作记忆训练方式包括心理旋转任务训练(Hawes et al., 2015; Fernández-Méndez et al., 2018; Cheng & Mix, 2014)、Corsi 任务训练(Gade et al., 2017)等纯粹视空工作记忆任务训练。另外,还有研究者将心理旋转融入课程干预项目,根据各年级的测试后分数显示,心理旋转技能都在稳步提高。表明通过教师提供的各种课程和活动,不同数学水平的儿童都可参与干预项目并提升心理旋转技能。该研究提供了一种不同的空间思维教学方法,并证明了空间思维在“嘈杂”但真实的课堂环境下是可塑的。但该研究没有实验对照组,无法排除重测效应和发展成熟的影响(Hawes et al., 2017)。

5.2. 视空工作记忆训练效果对数学的迁移

综上所述,视空工作记忆不仅可以通过训练得以提高,且与数学关系密切,那么视空能力的训练效果是否能提高数学表现呢?最近有研究探索了视空工作记忆训练对数学成绩的影响(Lowrie et al., 2017; Cheng & Mix, 2014; Hawes et al., 2017; Lowrie et al., 2018; Lowrie et al., 2019)。

研究者们对 6~8 岁儿童进行心理旋转训练,并考察训练效果是否转移至数学表现上。Cheng 和 Mix (2014)在 40 分钟训练之后,对心理旋转训练组和填字游戏组的儿童进行心理旋转、空间关系和数学测试,发现训练组在数学测试的缺失项计算问题上有显著提高,相比之下,游戏组的孩子在个位数加减、两位和三位数加减以及缺失项任务上都没有提高。而 Hawes 等人(2015)的研究中却没主张没有证据表明心理旋转训练转移到数学表现中。研究将 61 名 6~8 岁的儿童随机分配到计算机化的心理旋转训练或读写训练中,进行为期 6 周的培训。结果显示,与对照组相比,接受空间训练的儿童在两种心理旋转测量上表现出显著的改善,而在未经训练的心理转换任务上表现出轻微的显著改善;这一发现表明,训练可能对儿童的空间能力有普遍影响,但数学表现没有显著改善。两项研究都训练 6~8 岁儿童的心理旋转技能,并使用缺失的术语问题进行远距离转移测试,但结果不一致。最可能的原因在进行后测的时间上。Hawes

等人在训练后 3~6 天对儿童进行测试, Cheng 和 Mix 在 40 分钟训练后立即对儿童进行测试。因此, Cheng 和 Mix (2014) 转移的证据有可能是由启动效应引起的, 而不一定是由空间思维的变化所驱动的。

Hawes 等人(2017)为了支持学前到二年级(4~7 岁)的儿童视空工作记忆的发展, 开发了一个为期 32 周的空间干预计划。计划包括 5 个小时的几何课程和一系列空间挑战活动, 活动总时长大约 47 个小时。数学测试则包括符号与非符号大小比较、基本计数、心理数字线评估和计算四方面。与积极对照组相比, 干预组在空间语言、视觉空间几何和心理旋转等三种空间推理指标方面都有统计学意义的改善。尽管在干预期间增加了五门有重点的几何课程, 但数学的改进仅限于涉及符号数比较的三种测量中的一种。在非符号比较测试或数字知识的测量中则没有任何提升。

Lowrie 与其团队对视空能力干预是否提升数学表现进行了一系列研究(Lowrie et al., 2017; Lowrie et al., 2018; Lowrie et al., 2019), 这些研究评估了包括 3~6 年级和 8 年级儿童的视觉空间干预方案的有效性。方案设置了空间训练干预组和对照组, 将空间课程嵌入到 Experience-Language-Pictorial-Symbolic-Application (ELPSA) 教学框架下, 以支持深层空间理解的发展和促进对空间任务之外的课程内容的学习。干预课程的重点是空间能力和数学中的空间推理, 包括心理旋转、空间定向和空间可视化。这一系列研究结果都表明干预组不仅在空间推理方面显著高于正常对照组, 并且在数学成绩上也有提高。

综上所述, 视空工作记忆训练对数学表现的迁移研究结果存在不一致, Schwaighofer 等人(2015)关于工作记忆训练转移的综述中提到, 训练效果转移的不一致可能与被试年龄, 训练总持续时间, 培训过程中的指导监督, 等因素相关(Schwaighofer et al., 2015)。另外, 从视空工作记忆的训练方式来看, 训练是否与课程结合也是一个重要影响因素。

6. 小结展望

视空工作记忆与数学的关系紧密, 不同领域的数学能力与视觉空间工作记忆的关系不同, 不同视空工作记忆成分对数学的影响也不同。视空工作记忆经过训练可以提高, 但这种提高远迁移至数学上的结果却不一致。尽管视空工作记忆训练效果的远迁移不一致, 但远迁移成功的可能性仍值得我们重视。

未来的研究可利用神经影像脑科学的方法, 一方面找出纯粹视空工作记忆训练发挥远迁移作用的机制, 另一方面从数学任务出发, 弄清每个任务的认知过程, 可以更好地了解视空工作记忆训练对数学能力迁移的效果(张琳霓等, 2019)。在了解视空工作记忆和数学任务的机制的基础上, 对比两种训练方式的不同, 分析影响数学的不同因素和途径。

参考文献

- 张琳霓, 蔡丹, 任偲(2019). 工作记忆训练及对数学能力的迁移作用. *心理科学*, 42(5), 1120-1126.
- Ashkenazi, S. et al. (2013). Visuo-Spatial Working Memory Is an Important Source of Domain-General Vulnerability in the Development of Arithmetic Cognition. *Neuropsychologia*, 51, 2305-2317. <https://doi.org/10.1016/j.neuropsychologia.2013.06.031>
- Attou, L. et al. (2017). The Role of Short-Term Memory and Visuo-Spatial Skills in Numerical Magnitude Processing: Evidence from Turner Syndrome. *PLOS ONE*, 12, e0171454. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0171454>
- Baddeley, A. D., & Hitch, G. J. (1974). The Psychology of Learning and Motivation. *Working Memory*, 8, 47-89. [https://doi.org/10.1016/S0079-7421\(08\)60452-1](https://doi.org/10.1016/S0079-7421(08)60452-1)
- Bodovski, K., & Farkas, G. (2007). Mathematics Growth in Early Elementary School: The Roles of Beginning Knowledge, Student Engagement, and Instruction. *Elementary School Journal*, 108, 115-130. <https://doi.org/10.1086/525550>
- Boonen, A. J. H., van der Schoot, M. et al. (2013). What Underlies Successful Word Problem Solving? A Path Analysis in Sixth Grade Students. *Contemporary Educational Psychology*, 38, 271-279. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2013.05.001>
- Bruce, C., & Hawes, Z. (2015). The Role of 2D and 3D Mental Rotation in Mathematics for Young Children? What Is It?

- Why Is It Important? And What Can We Do about It? *International Journal on Mathematics Education*, 47, 331-343.
<https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2013.05.001>
- Caviola, S., Mammarella, I. C., Cornoldi, C., & Lucangeli, D. (2012). The Involvement of Working Memory in Children's Exact and Approximate Mental Addition. *Journal of Experimental Child Psychology*, 112, 141-160.
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.02.005>
- Chan, W. W. L. et al. (2019). Visuospatial Pathways to Mathematical Achievement. *Learning and Instruction*, 62, 11-19.
<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2019.03.001>
- Cheng, Y. L., & Mix, K. S. (2014). Spatial Training Improves Children's Mathematics Ability. *Journal of Cognition and Development*, 15, 2-11. <https://doi.org/10.1080/15248372.2012.725186>
- Cornoldi, C., & Vecchi, T. (2003). *Visuo-Spatial Working Memory and Individual Differences*. Essays in Cognitive Psychology. Psychology Press. <https://doi.org/10.4324/9780203641583>
- Corsi, P. M. (1972). *Human Memory and the Medial Temporal Region of the Brain*. Doctoral Dissertation, McGill University.
- Crittina, V., Campbell, E., Farran, E. et al. (2018). Visual Perception, Visual-Spatial Cognition and Mathematics: Associations and Predictions in Children with Cerebral Palsy. *Research in Developmental Disabilities*, 80, 180-191.
<https://doi.org/10.1016/j.ridd.2018.06.007>
- De Smedt, B., Janssen, R., Bouwens, K., Verschaffel, L., Boets, B., & Ghesquière, P. (2009). Working Memory and Individual Differences in Mathematics Achievement: A Longitudinal Study from First Grade to Second Grade. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 186-201. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.01.004>
- Eva, V., Weijer-Bergsma, E. H. K., & Johannes, E. H. V. L. (2014). Verbal and Visual-Spatial Working Memory and Mathematical Ability in Different Domains throughout Primary School. *Memory & Cognition*, 43, 367-378.
<https://doi.org/10.3758/s13421-014-0480-4>
- Fanari, R., Meloni, C., & Massidda, D. (2019). Visual and Spatial Working Memory Abilities Predict Early Math Skills: A Longitudinal Study. *Frontiers in Psychology*, 10, Article No. 2460. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.02460>
- Fernández-Méndez, L. M., Contreras, M. J., & Elosúa, M. R. (2018). From What Age Is Mental Rotation Training Effective? Differences in Preschool Age but Not in Sex. *Frontiers in Psychology*, 9, Article No. 753.
<https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.00753>
- Fung, W. K., Chung, K., & Lam, C. B. (2020). Mathematics, Executive Functioning, and Visual-Spatial Skills in Chinese Kindergarten Children: Examining the Bidirectionality. *Journal of Experimental Child Psychology*, 199, Article ID: 104923. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2020.104923>
- Gade, M., Zoelch, C., & Seitz-Stein, K. (2017). Training of Visual-Spatial Working Memory in Preschool Children. *Advances in Cognitive Psychology*, 13, 177-187.
- Gilligan, K. A., Flouri, E., & Farran, E. K. (2017). The Contribution of Spatial Ability to Mathematics Achievement in Middle Childhood. *Journal of Experimental Psychology*, 163, 107-125. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2017.04.016>
- Hamilton, C. (2013). *The Development of Visuo-Spatial Working Memory in Children*. University of Northumbria.
- Hawes, Z., Moss, J., Caswell, B., & Poliszczuk, D. (2015). Effects of Mental Rotation Training on Children's Spatial and Mathematics Performance: A Randomized Controlled Study. *Trends in Neuroscience & Education*, 4, 60-68.
<https://doi.org/10.1016/j.tine.2015.05.001>
- Hawes, Z., Moss, J., Caswell, B. et al. (2017). Enhancing Children's Spatial and Numerical Skills through a Dynamic Spatial Approach to Early Geometry Instruction: Effects of a 32-Week Intervention. *Cognition and Instruction*, 35, 1-28.
<https://doi.org/10.1080/07370008.2017.1323902>
- Holmes, J., Adams, J. W., & Hamilton, C. J. (2008). The Relationship between Visuospatial Sketchpad Capacity and Children's Mathematical Skills. *European Journal of Cognitive Psychology*, 20, 272-289.
<https://doi.org/10.1080/09541440701612702>
- Holmes, J., & Adams, J. W. (2006). Working Memory and Children's Mathematical Skills: Implications for Mathematical Development and Mathematics Curricula. *Educational Psychology*, 26, 339-366.
<https://doi.org/10.1080/01443410500341056>
- Hubbard, E. M., Piazza, M., Pinel, P., & Dehaene, S. (2009). Numerical and Spatial Intuitions: A Role for Posterior Parietal Cortex? In *Cognitive Biology: Evolutionary and Developmental Perspectives on Mind, Brain and Behavior* (pp. 221-246). MIT Press. <https://doi.org/10.7551/mitpress/9780262012935.003.0201>
- Kokubo, N. et al. (2012). Developmental Change of Visuo-Spatial Working Memory in Children: Quantitative Evaluation through an Advanced Trail Making Test. *Brain & Development*, 34, 799-805.
<https://doi.org/10.1016/j.braindev.2012.02.001>
- Kyttälä, M., Aunio, P., & Hautamäki, J. (2010). Working Memory Resources in Young Children with Mathematical Diffi-

- culties. *Scandinavian Journal of Psychology*, 51, 1-15. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9450.2009.00736.x>
- Lehto, M. K. E. (2008). Some Factors Underlying Mathematical Performance: The Role of Visuospatial Working Memory and Non-Verbal Intelligence. *European Journal of Psychology of Education*, 23, 77-94. <https://doi.org/10.1007/BF03173141>
- Li, Y., & Geary, D. C. (2013). Developmental Gains in Visuospatial Memory Predict Gains in Mathematics Achievement. *PLOS ONE*, 8, e70160. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0070160>
- Li, Y., & Geary, D. C. (2017). Children's Visuospatial Memory Predicts Mathematics Achievement through Early Adolescence. *PLOS ONE*, 12, e0172046. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0172046>
- Lonnemann, C. et al. (2019). The Influence of Visual-Spatial Skills on the Association between Processing of Nonsymbolic Numerical Magnitude and Number Word Sequence Skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, 178, 184-197. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2018.09.018>
- Lowrie, T., Logan, T., & Ramful, A. (2017). Visuospatial Training Improves Elementary Students' Mathematics Performance. *British Journal of Educational Psychology*, 82, 492-511. <https://doi.org/10.1111/bjep.12142>
- Lowrie, T., Harris, D., Logan, T. et al. (2018). The Impact of a Spatial Intervention Program on Students' Spatial Reasoning and Mathematics Performance. *The Journal of Experimental Education*, 89, 1-19.
- Lowrie, T., Logan, T., & Hegarty, M. (2019). The Influence of Spatial Visualization Training on Students' Spatial Reasoning and Mathematics Performance. *Journal of Cognition and Development*, 20, 729-751. <https://doi.org/10.1080/15248372.2019.1653298>
- Meyer, M. L., Salimpoor, V. N., Wu, S. S., Geary, D. C., & Menon, V. (2010). Differential Contribution of Specific Working Memory Components to Mathematics Achievement in 2nd and 3rd Graders. *Learning and Individual Differences*, 20, 101-109. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.08.004>
- Mammarella, I. C., Caviola, S. et al. (2017). The Underlying Structure of Visuospatial Working Memory in Children with Mathematical Learning Disability. *British Journal of Developmental Psychology*, 36, 220-235. <https://doi.org/10.1111/bjdp.12202>
- Massidda, D., Fanari, R., & Meloni, C. (2018). Visuospatial Working Memory and Early Math Skills in First Grade Children. In *15th International Conference on Cognition and Exploratory Learning in Digital Age* (pp. 127-133). International Association for Development of the Information Society.
- Mhring, W., Ribner, A., Segerer, R. et al. (2021). Developmental Trajectories of Children's Spatial Skills: Influencing Variables and Associations with Later Mathematical Thinking. *Learning and Instruction*, 75, Article ID: 101515. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2021.101515>
- Mix, K. S., Cheng, Y. L. et al. (2016). Separate but Correlated: The Latent Structure of Space and Mathematics across Development. *Journal of Experimental Psychology: General*, 145, 1206-1227. <https://doi.org/10.1037/xge0000182>
- Pickering, S. J., Gathercole, S. E., Hall, M., & Lloyd, S. A. (2001). Development of Memory for Pattern and Path: Further Evidence for the Fractionation of Visuo-Spatial Memory. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology Section A: Human Experimental Psychology*, 54, 397-420. <https://doi.org/10.1080/713755973>
- Raghubar, K. P., Barnes, M. A., & Hecht, S. A. (2010). Working Memory and Mathematics: A Review of Developmental, Individual Difference, and Cognitive Approaches. *Learning & Individual Differences*, 20, 110-122. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.10.005>
- Rasmussen, C., & Bisanz, J. (2005). Representation and Working Memory in Early Arithmetic. *Journal of Experimental Child Psychology*, 91, 137-157. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2005.01.004>
- Reuhkala, M. (2001). Mathematical Skills in Ninth-Graders: Relationship with Visuo-Spatial Abilities and Working Memory. *Educational Psychology*, 21, 387-399. <https://doi.org/10.1080/01443410120090786>
- Sanne, H. G. et al. (2013). Visuospatial Working Memory and Mathematical Ability at Different Ages throughout Primary School. *Learning and Individual Differences*, 27, 182-192. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2013.09.003>
- Schwaighofer, M., Fischer, F., & Buhner, M. (2015). Does Working Memory Training Transfer? A Meta-Analysis Including Training Conditions as Moderators. *Educational Psychologist*, 50, 138-166. <https://doi.org/10.1080/00461520.2015.1036274>
- Tam, Y. P., Wong, T. Y., & Winnie, W. (2018). The Relation between Spatial Skills and Mathematical Abilities: The Mediating Role of Mental Number Line Representation. *Contemporary Educational Psychology*, 56, 14-24. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2018.10.007>
- Uttal, D. H., Meadow, N. G., Tipton, E. et al. (2013). The Malleability of Spatial Skills: A Meta-Analysis of Training Studies. *Psychological Bulletin*, 139, 352-402. <https://doi.org/10.1037/a0028446>
- Wang, S., Hu, B. Y., & Zhang, X. (2021). Kindergarteners' Spatial Skills and Their Reading and Math Achievement in Second Grade. *Early Childhood Research Quarterly*, 57, 156-166. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2021.06.002>

Yang, X. J., Chung, K. K. H., & McBrid, C. (2019). Longitudinal Contributions of Executive Functioning and Visual-Spatial Skills to Mathematics Learning in Young Chinese Children. *Educational Psychology, 39*, 678-704.
<https://doi.org/10.1080/01443410.2018.1546831>