

The Application of Symmetry Analysis in Electrical Impedance Tomography with Single Target

Xiaoqiang Xi¹, Riyao Fan², Tiantian Chang², Guofang Shi²

¹Institute of Internet of Things and IT-Based Industrialization, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an Shaanxi

²School of Science, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an Shaanxi

Email: xxq@xupt.edu.cn

Received: Sep. 29th, 2015; accepted: Oct. 16th, 2015; published: Oct. 19th, 2015

Copyright © 2015 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

In order to improve the present algorithm of electrical impedance tomography and develop the application value of physics, the symmetry analysis is used to study the electrical impedance tomography with single target. Comsol multiphysics 4.3a is used to design a thin disc experimental system with 16 electrodes, the current is in- and out-put from the endpoints of one diameter, 7 potential differences of symmetry points that correspond to the current diameter are analyzed and their relation with the vector position and radius of the target small circle's center are also discussed. Using symmetry analysis can determine the vector position of the small circle's center and its radius in which $\pi/8$ central angle, this is very important for the initial value choosing of static electrical impedance tomography algorithm; the vector position of target circle's center and its radius have different effect to the 7 potential difference and these different effect can be used to remove some uncertainty about to determine the vector position of target circle's center and its radius, this point has important reference value for improving the imaging quality and velocity; and the symmetry analysis is decisive for those only need judge "yes or no" cases.

Keywords

Symmetry, Electrical Impedance Tomography, Comsol Multiphysics

对称性分析在单目标电阻抗成像中的应用

惠小强¹, 范日耀², 常甜甜², 石国芳²

¹西安邮电大学物联网与两化融合研究院, 陕西 西安

²西安邮电大学理学院, 陕西 西安

Email: xxq@xupt.edu.cn

收稿日期: 2015年9月29日; 录用日期: 2015年10月16日; 发布日期: 2015年10月19日

摘要

为了改进现有的电阻抗成像算法, 同时体现物理学的应用价值, 本文利用对称性分析方法研究了单目标电阻抗成像问题。采用Comsol multiphysics 4.3a设计了薄圆盘实验系统, 共有16个电极, 以直径的端点为固定电流的输入和输出点, 分析了7组关于输入输出电流方向对称点之间的电势差, 讨论了单目标小圆圆心的位矢和半径与7组对称点电势差的关系。根据对称性分析可以很快确定小圆圆心位矢的区域在哪个 $\pi/8$ 圆心角, 这对静态电阻抗成像算法的初值选取具有重要意义; 目标小圆圆心位矢、半径对7组对称点电势差的影响有较大差异, 根据这些差异可以消除一部分关于小圆圆心位矢和半径的不确定性, 对提高成像质量和成像速度有重要的参考价值; 此外, 对称性分析的方法对于只需要定性判断“有无成像目标”具有决定性的意义。

关键词

对称性, 电阻抗成像, Comsol Multiphysics

1. 引言

电磁学自产生起就不断给社会带来巨大的变革, 影响到生活的方方面面, 小到指南针, 发电机、电动机, 大到通信系统、航天技术等。麦克斯韦方程组描述电磁场的基本规律, 是电磁学的精华, 也是电磁学广泛应用的理论基础[1]。从数学和物理的角度看, 电磁场相关的应用研究中涉及正反两类问题。正问题指已知介质分布, 求电场分布, 该问题已形成完整的理论体系, 有各种解析方法和数值方法可供选择。逆问题指已知场分布, 求介质分布, 在大多数情况下都是非适定的, 求解非常困难且没有普适性的方法。电阻抗成像(Electrical Impedance Tomography, 简称 EIT)是电磁学的应用之一, 它是通过给导电物体注入电流后测量表面的电势分布来确定导电物体内部的阻抗分布, 本质是电磁学的逆问题, 在地球物理, 医学成像以及无损检测等领域有重要应用[2]-[4]。

电阻抗成像方法包括动态成像[5]、静态成像[6] [7]以及准静态成像[8] [9] (多频成像); 动态成像是利用“两个不同时刻测量数据的差值”来重构电导率的差分图像, 该成像方法能消除噪声误差, 对系统精度要求较低, 计算量小, 但在两个时刻电导率不变时没法成像, 应用范围较窄。静态成像直接对电导率绝对值成像, 应用范围广, 但计算量大, 对噪声敏感, 图像的对比度和分辨率差。准静态成像是在同一时刻向被测生物组织施加多种频率的激励, 利用不同频率下的测量数据进行差分成像。

本文围绕静态成像问题开展研究。静态电阻抗成像的过程是先假设“阻抗分布”计算出边界电势分布(求解非线性方程组), 用计算值和测量得到的边界值比较, 反复进行“假设-计算-比较”直到误差小到一个预设的范围为止, 然后对最后假设的阻抗分布成像。在求解过程中, 对初始阻抗分布的选取很重要, 选的初始值合适, 计算量会大幅减小, 且能提高成像质量, 初值不合适, 不光计算量大, 有时还可能算不出结果。如果能够先锁定目标区域的大致范围, 则选好初值的概率将大幅提升。本文利用对称性分析确定单目标成像区域的大致范围, 可为 EIT 初值选取提供良好的参考, 为定性的无损检测提供依据。

此外，现有的静态成像对中心区域的成像效果很差，结合对称性分析则能很好地克服这个问题。

对称性分析是物理学的一种重要研究手段，已形成完整的理论体系——群论[10]。对称性通常都对应着一些重要规律。本文用 Comsol multiphysics 4.3a 设计实验系统，并计算出均匀区域内分布单目标时边界电极的电势，通过分析对称点之间的电势差和目标位置、大小的关系，找到边界电势的对称性与目标区域定位信息的关联，最终能通过边界电势对称性的分析确定目标区域的位置、大小，或者减小确定目标区域的位置和大小的工作量。

2. 系统描述

2.1. 实验模型

本文采用的模拟实验系统包括一个电导率固定的大薄圆盘(大圆)，在大圆上挖一个小圆并补上不同电导率的介质，大圆边界上每隔 $\pi/8$ 一个电极，分别标上 1, 2, ..., 16, 1-9, 2-10, 3-11, 4-12, 5-13, 6-14, 7-15, 8-16 分别对应每隔 $\pi/8$ 弧度直径的端点。大圆半径 $R = 10 \text{ cm}$ ，厚度 0.1 mm ，电导率 $\sigma = 1 \text{ s/m}$ ，输入电流为 10 mA ，目标小圆电导率 $\sigma_0 = 0.001 \text{ s/m}$ ，半径为 a ，圆心的极坐标为 (r, θ) 。具体如图 1 所示。

2.2. 对称性

本文的对称性指关于 x 轴对称的电极点之间的电势差，对 16 电极系统共有 7 组，分别是 V2-V16, V3-V15, V4-V14, V5-V13, V6-V12, V7-V11, V8-V10，它们的值为零时对称性最高，绝对值越大对称性越差。当目标圆心在 x 轴上时，这 7 组电势差的理论值为零，由于计算时的离散化会产生一定的误差，该误差精度可用 $\theta=0$ 时测到的电势差最大值来确定，本文算得该精度值为 1.32% 。

3. 用对称性分析确定目标小圆圆心的区域

确定目标小圆圆心区域需要三步，第一步确定在哪个 $\pi/2$ 区域，第二步确定在哪个 $\pi/4$ 区域，第三步确定在哪个 $\pi/8$ 区域，确定的过程见图 2。红色箭头数字小的一个表示电流注入方向，下面叙述具体过程。

3.1. 判断目标圆心在哪个 $\pi/2$ 区域

电流加在电极 1→9 之间，见图 2(a)，由于假定目标圆心的电导率小于大圆的电导率，根据欧姆定律和圆的对称性可知，当目标圆心在 I 或 IV 区域时 V5-V9 的差值大于 V1-V5 的值，若在 II 或 III 区域时则情况相反，所以根据 $(V5-V9) - (V1-V5)$ 的差值就能确定目标圆心在哪个半圆面。等势线分析可知 $V5-V13 > 0$ 时，目标圆心在 I 或 III 区域； $V5-V13 < 0$ 时，目标圆心在 II 或 IV 区域。两者结合可确定目标圆心在哪个 $\pi/2$ 区域，判断逻辑见表 1。

假定测得小圆圆心在第 I 个 $\pi/2$ 区域。

3.2. 判断目标圆心在哪个 $\pi/4$ 区域

电流加在电极 3→11 之间，见图 2(b)，根据 $(V7-V11) - (V3-V7)$ 的值确定小圆圆心在哪个 $\pi/4$ 区域，由于有 3.1 节的结论，故不需计算 V7-V15 的结果，判断逻辑见表 2。

假定测得小圆圆心在 $(0, \pi/4)$ 区域。

3.3. 判断目标圆心在哪个 $\pi/8$ 区域

电流加在电极 4→12 之间，见图 2(c)，根据 $(V8-V12) - (V4-V8)$ 的值确定小圆圆心在哪个 $\pi/8$ 区域，判断逻辑见表 3。

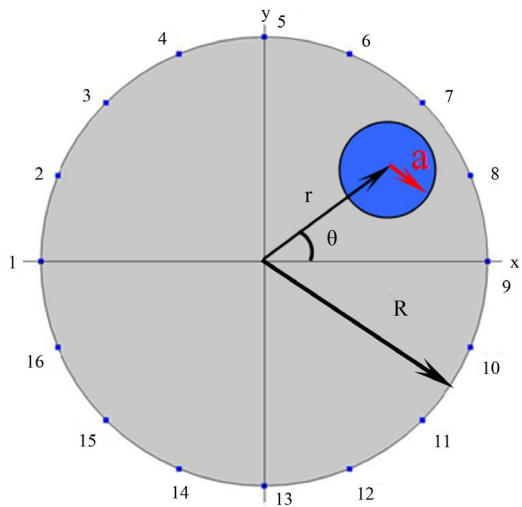


Figure 1. Figure of electrical impedance tomography with single target
图 1. 单目标电阻抗成像示意图

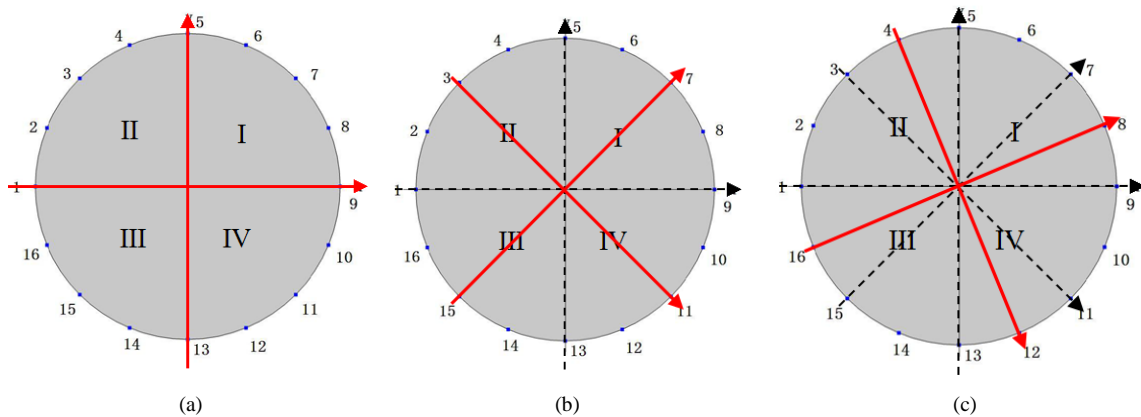


Figure 2. Sketch map of determining the target's center area, (a)-(c) are used to determine the target's center is in which $\pi/2, \pi/4, \pi/8$ area
图 2. 确定目标圆心区域示意图, (a)~(c)分别用于确定目标圆心在那个 $\pi/2, \pi/4, \pi/8$ 区域

Table 1. The logic table of determining target center is in which $\pi/2$ area
表 1. 确定目标圆心在哪个 $\pi/2$ 区域的逻辑表

				>0	I
	>0	小圆圆心在区域 I 或 IV	V5-V13	=0	x 轴正向
				<0	IV
				>0	y 轴正向
(V5-V9) - (V1-V5)	=0	小圆圆心在 y 轴上	V5-V13	=0	原点
				<0	y 轴负向
				>0	III
	<0	小圆圆心在区域 II 或 III	V5-V13	=0	x 轴负向
				<0	II

Table 2. The logic table of determining target center is in which $\pi/4$ area**表 2.** 确定目标圆心在哪个 $\pi/4$ 区域的逻辑表

	>0	小圆圆心在 $(0, \pi/4)$
$(V7-V11) - (V3-V7)$	$=0$	小圆圆心在 $\pi/4$ 直径上
	<0	小圆圆心在 $(\pi/4, \pi/2)$

Table 3. The logic table of determining target center is in which $\pi/8$ area**表 3.** 确定目标圆心在哪个 $\pi/8$ 区域的逻辑表

	>0	小圆圆心在 $(0, \pi/8)$
$(V8-V12) - (V4-V8)$	$=0$	小圆圆心在 $\pi/8$ 直径上
	<0	小圆圆心在 $(\pi/8, \pi/4)$

假定测得小圆圆心在 $(0, \pi/8)$ 。

经过本节分析，可以确定目标小圆在哪个 $\pi/8$ 区域，该结果可极大提升赋初值的准确性，而且获得这个结论仅运用了减法运算和逻辑判断，只要采集了数据，瞬时就能给出结果。

4. 目标小圆半径和圆心坐标对对称性的影响

为了获得小圆半径和圆心坐标对对称性的影响，测量了 V2-V16, V3-V15, V4-V14, V5-V13, V6-V12, V7-V11, V8-V10, 7 个电势差在 $a = 1, 2, 3, 4$; $r = 1, 2, 3, 4, 5$ 和 $\theta = k\pi/72$ ($k = 0, 1, 2, \dots, 9$) 的数值，然后对不同的变量做出了相应的二维图，按简单和复杂两种情况分析了对称性，下面详细讨论。

4.1. 对称性简单变化的情形

4.1.1. 电势差大于零

V2-V16, V3-V15, V4-V14, V5-V13 四个电势差值变化趋势类似且均大于零，只是数值大小有差异，表 4 列出了 $r = 5$ 时，不同 a 时四个电势差的最大值。本节以 V5-V13 为代表说明。

V5-V13 随着 r, θ, a 的增加而增加，即对称性变差，具体情况见图 3 和图 4。 $a = 1, 2$ 时，可用 2 次多项式拟合， $a = 3, 4$ 时可用 3 次多项式拟合，拟合度可达到或超过 0.9998，拟合结果见表 5，其中 $\theta = 0$ 时，V5-V13 的理论值为零，拟合多项式没有意义，但其测量值可用来标记系统的计算精度。

4.1.2. 电势差小于零

V8-V10 的值小于零，当 $a = 1, 2, 3$ 时，其值近线性单调变化，随 θ, r 增加对称性变差(V8-V10 的绝对值增加)； $a = 4, r = 1, 2, 3, 4$ 时，V8-V10 随 θ 增加对称性近线性的单调变差， $r = 5$ 较特殊，V8-V10 的对称性随 θ 增加近抛物线式的变差，具体见图 5 和图 6。

4.2. 对称性复杂变化情形

4.2.1. V6-V12

对相同的 r ，不同半径 a 的小圆，V6-V12 对称性变化的趋势相似。 $r = 1$ 时，V6-V12 < 0 ，对称性随 a 和 θ 的增大而减小； $r = 2$ 时的对称性非常高，此时 V6-V12 随 θ 增加先增加后减小； $r = 3, 4, 5$ 时 V6-V12 > 0 ，对称性随 r 和 θ 增加而变小，见图 7 和图 8。对不同的 θ 而言，固定 a ，V6-V12 随 r 变化在 $r = 2$ 附近存在一个临界点， r 在临界点左侧，V6-V12 小于零； r 在临界点右侧，V6-V12 大于零，见图 9 和图 10。可根据 V6-V12 大于或小于零，大概判断 r 的大小，这一信息对成像而言很有价值。

Table 4. The maximal electrical potential difference for different a ($r = 5$)
表 4. 不同 a ($r = 5$) 时电势差的最大值

a ($r = 5$)	V2-V16	V3-V15	V4-V14	V5-V13
1	0.2486	0.4960	0.7307	0.9043
2	1.0063	2.0205	2.9939	3.7516
3	2.4115	4.8589	7.2643	9.2902
4	5.1362	10.4186	15.8185	20.9415

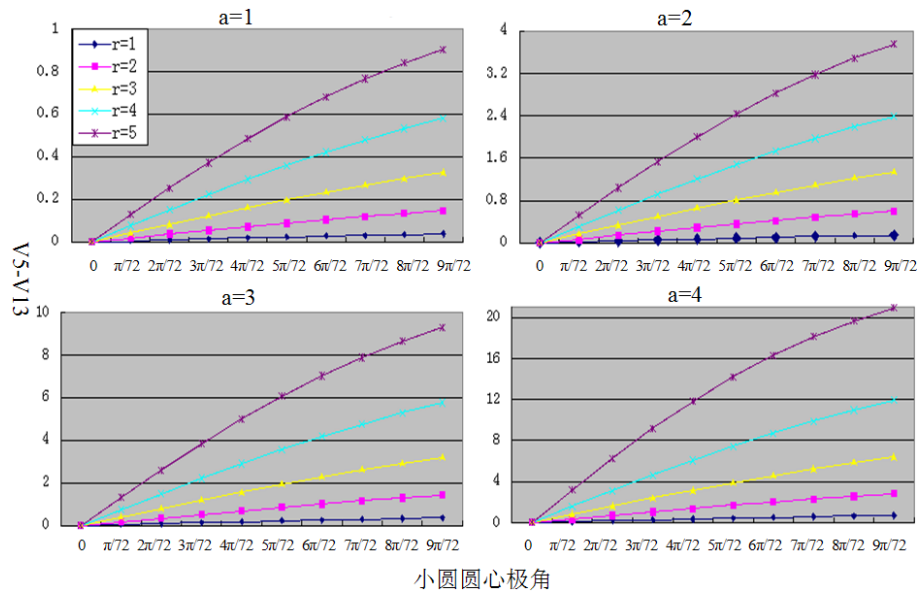


Figure 3. V5-V13 changes with the polar angle variety of target center
图 3. V5-V13 随小圆圆心极角的变化

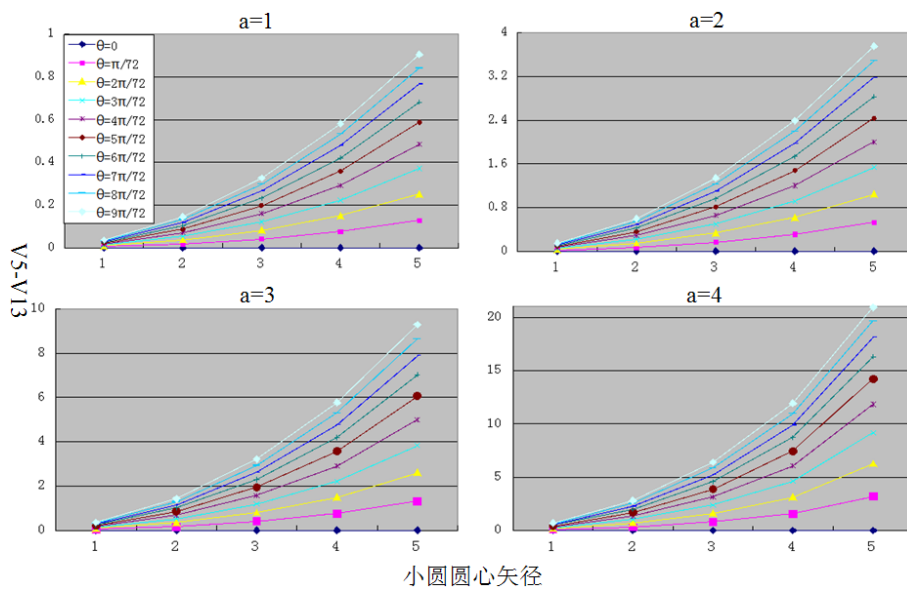


Figure 4. V5-V13 changes with the radius vector variety of target center
图 4. V5-V13 随小圆圆心矢径的变化

Table 5. The polynomial fitting of V5-V13
表 5. V5-V13 的多项式拟合结果

V5-V13 a = 1					V5-V13 a = 2			
θ	x3	x2	x1	x0	x3	x2	x1	x0
0								
$\pi/72$		0.0064	-0.0081	0.0064		0.0268	-0.035	0.0279
$2\pi/72$		0.0123	-0.0137	0.0116		0.0516	-0.0618	0.0531
$3\pi/72$		0.0179	-0.019	0.0162		0.075	-0.084	0.0722
$4\pi/72$		0.0228	-0.0217	0.0185		0.0958	-0.0974	0.0837
$5\pi/72$		0.027	-0.0219	0.0186		0.1135	-0.1	0.0859
$6\pi/72$		0.0304	-0.0195	0.0167		0.1278	-0.0918	0.079
$7\pi/72$		0.033	-0.0146	0.0124		0.1388	-0.0734	0.0634
$8\pi/72$		0.0348	-0.0074	0.0063		0.1467	-0.0459	0.0401
$9\pi/72$		0.036	0.0013	-0.0011		0.1518	-0.0112	0.0106
V5-V13 a = 3					V5-V13 a = 4			
θ	x3	x2	x1	x0	x3	x2	x1	x0
0								
$\pi/72$	0.0075	0.0039	0.0602	-0.0298	0.0484	-0.2183	0.5825	-0.3351
$2\pi/72$	0.0199	-0.0406	0.2558	-0.1497	0.1036	-0.514	1.395	-0.8254
$3\pi/72$	0.0275	-0.0465	0.3531	-0.2066	0.1443	-0.6968	1.9357	-1.1448
$4\pi/72$	0.0328	-0.0388	0.4210	-0.2458	0.1734	-0.8025	2.3113	-1.3649
$5\pi/72$	0.353	-0.014	0.452	0.2367	0.1907	-0.8315	2.5254	-1.4893
$6\pi/72$	0.0351	0.0259	0.4504	-0.2628	0.1969	-0.7898	2.5893	-1.5252
$7\pi/72$	0.0323	0.0806	0.4152	-0.2423	0.1933	-0.6885	2.524	-1.4841
$8\pi/72$	0.0274	0.1453	0.3573	-0.2088	0.1823	-0.5439	2.3652	-1.3896
$9\pi/72$	0.0209	0.2177	0.2792	-0.1637	0.1657	-0.368	2.1332	-1.2514

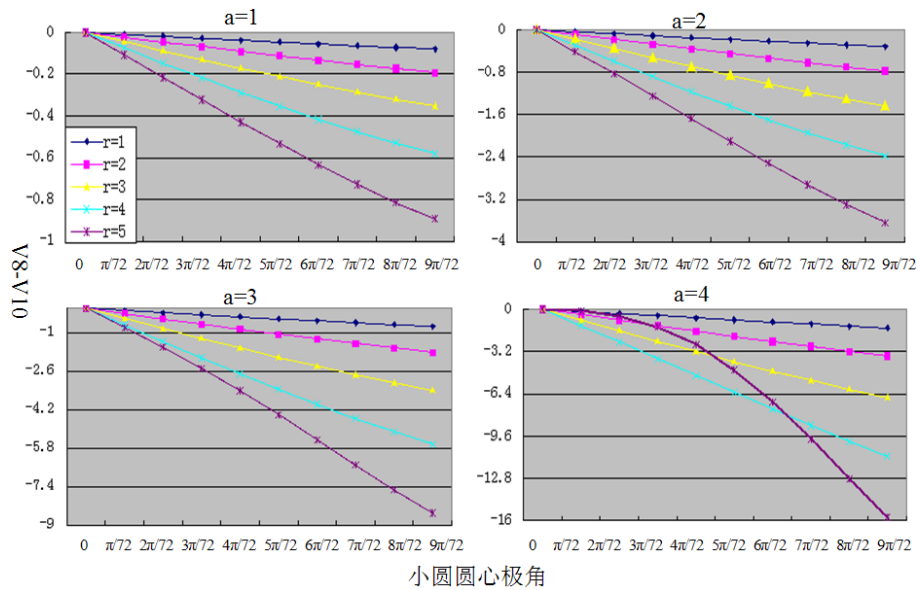


Figure 5. V8-V10 changes with the polar angle variety of target center
图 5. V8-V10 随小圆圆心极角的变化

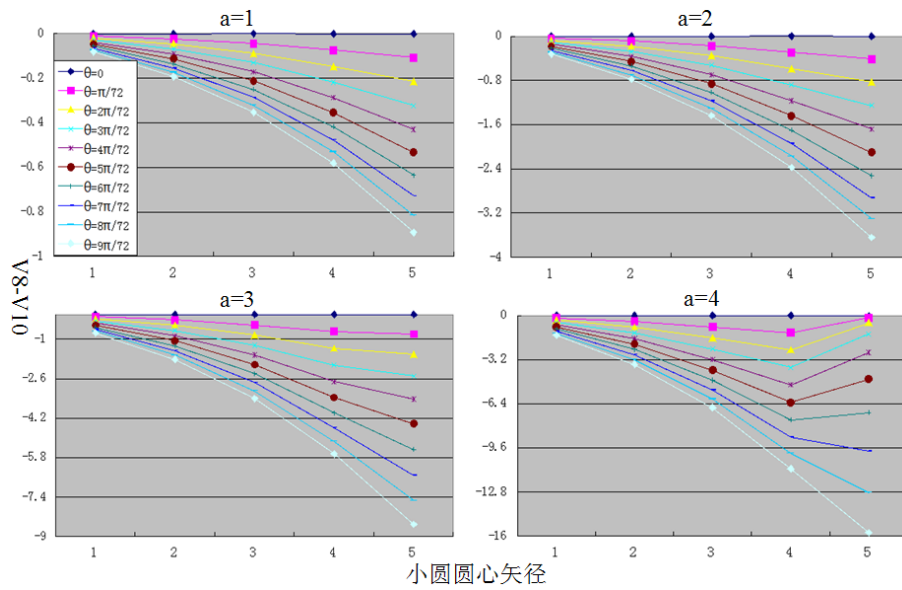


Figure 6. V8-V10 changes with the radius vector variety of target center

图 6. V8-V10 随小圆圆心矢径的变化

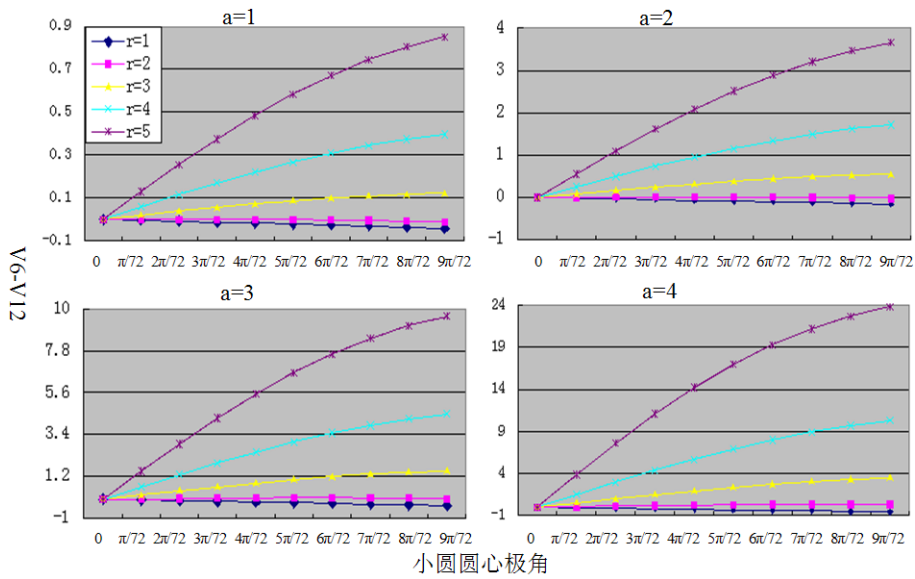


Figure 7. V6-V12 changes with the polar angle variety of target center

图 7. V6-V12 随小圆圆心极角的变化

4.2.2. V7-V11

V7-V11 的变化较复杂，见图 11 和图 12，现分述如下

1) a=1

r = 1, 2, 3 时，对称性随 θ 的增加变差，r 越小对称性越高；r = 4 时，V7-V11 < 0，其值随 θ 的增加而减小，在 $\theta < 6\pi/72$ 时的对称性好于 r = 1, 2, 3，在 $6\pi/72 < \theta$ 时，对称性好于 r = 2, 3；不同的 a 时，r = 5 时 V7-V11 随 θ 的变化趋势类似，均随着 θ 的增加先增后减，极值随 a 的增加向 θ 增加的方向漂移。

2) a = 2

r = 1, 2, 3 时，对称性随 θ 的增加变差，r 越小对称性越高；r = 4，V7-V11 随 θ 的增加先增加后减

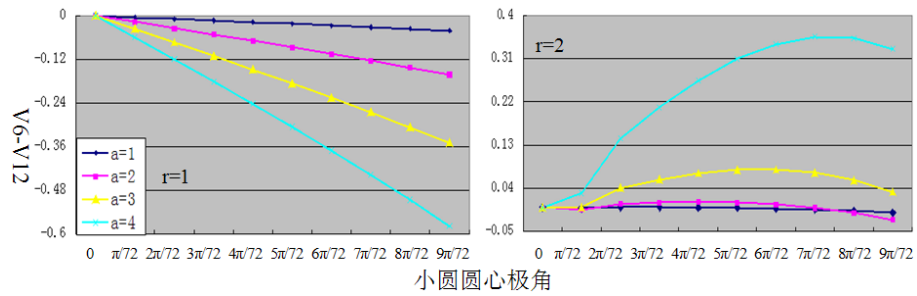


Figure 8. V6-V12 changes with the polar angle variety of target center

图 8. V6-V12 随小圆圆心极角的变化

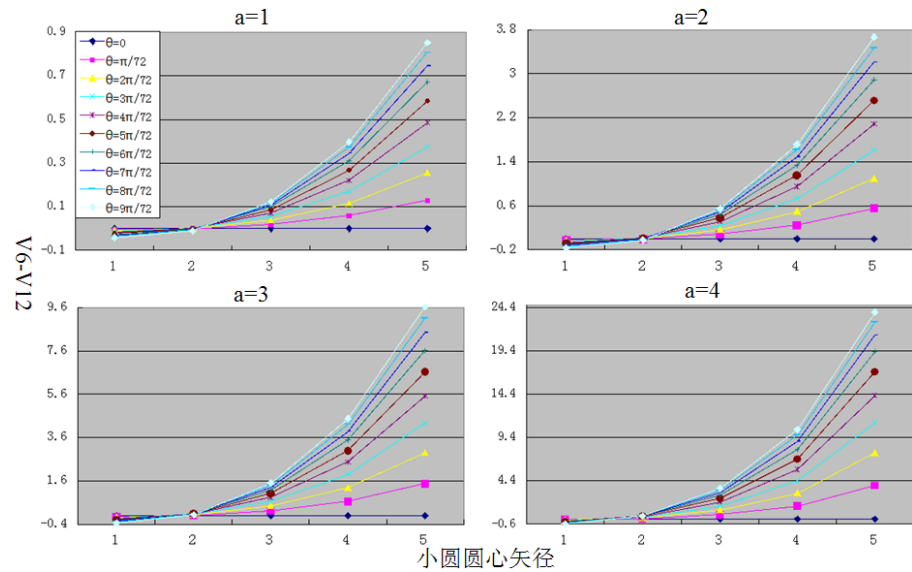


Figure 9. V6-V12 changes with the radius vector variety of target center

图 9. V6-V12 随小圆圆心矢径的变化

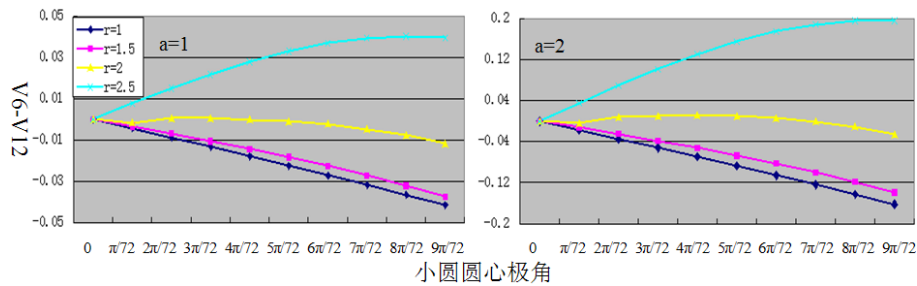


Figure 10. V6-V12 changes with the polar angle variety of target center

图 10. V6-V12 随小圆圆心极角的变化

小, 其对称性在 $\theta < 8\pi/72$ 时好于 $r = 1, 2, 3$, 在 $\theta = 9\pi/72$ 时的对称性好于 $r = 2$ 和 3 , $\theta = \pi/72, 2\pi/72, 3\pi/72$ 时 $V7-V11 > 0$, 其它 θ 时 $V7-V11 < 0$;

3) $a = 3$

$r = 1$ 时的对称性最高; $r = 2$ 和 $r = 3$ 的对称性相近, 在 $\theta < 7\pi/72$ 时, $r = 3$ 的对称性好于 $r = 2$, $7\pi/72 \leq \theta$, $r = 3$ 的对称性差于 $r = 2$; $r = 4, 5$ 时, $V7-V11$ 随 θ 的增加呈抛物型变化, 极值点随 a 的增加向 θ 增加的方向移动。 $r = 4$ 时, $\theta = 8\pi/72, 9\pi/72$ 时 $V7-V11 < 0$, 其它 θ 时 $V7-V11 > 0$ 。

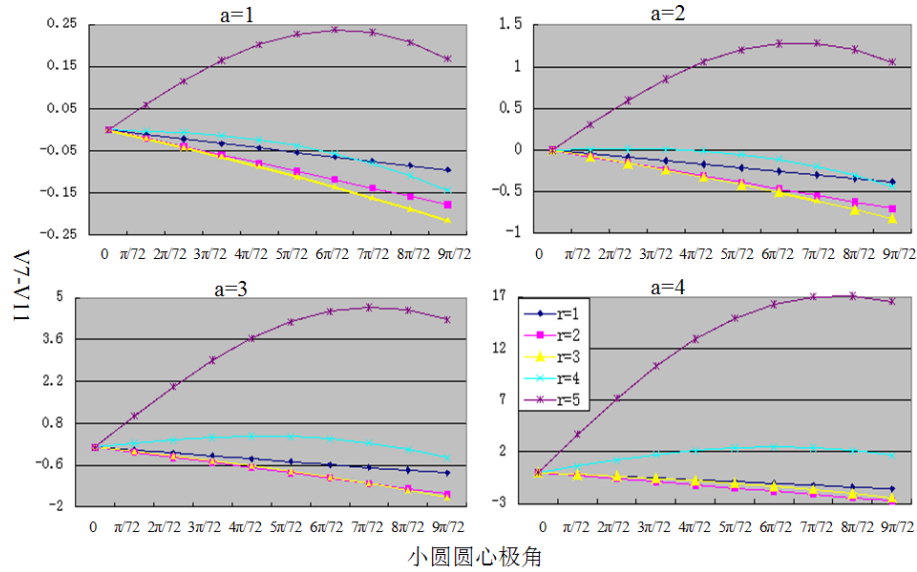


Figure 11. V7-V11 changes with the polar angle variety of target center
 图 11. V7-V11 随小圆圆心极角的变化

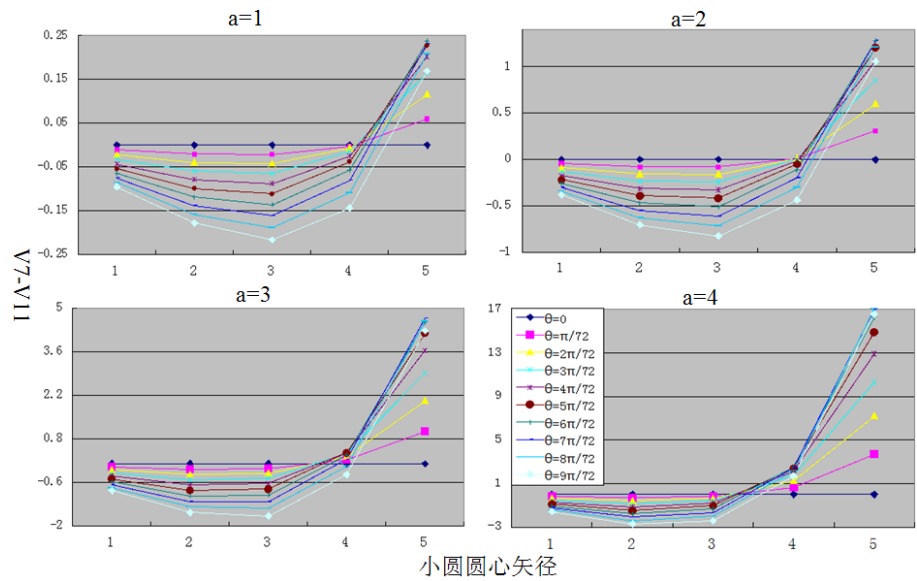


Figure 12. V7-V11 changes with the radius vector variety of target center
 图 12. V7-V11 随小圆圆心矢径的变化

4) a = 4

r = 1 的对称性最高；相同的 θ 时，r = 3 的对称性好于 r = 2；r = 4 时，V7-V11 随 θ 的增加先增加后减小，其值均大于零。

r = 1, 2, 3 时，V7-V11 < 0；r = 5 时，V7-V11 > 0；r = 4 时，V7-V11 的值有正有负，见图 12。

由图 12 看到 r = 4, 5 时，V7-V11 随 θ 的变化比较复杂。图 13 是重排数据后画出的不同 a 时相应的电势差图，表 6 给出了相应的多项式拟合系数，拟合度均在 0.9998 及以上。r = 4 时，V7-V11 < 0 的情况有 a = 1；a = 2 且 $3\pi/72 < \theta$ ；a = 3 且 $7\pi/72 < \theta$ 。r = 4, a = 2, 3, 4 时，V7-V11 随 θ 的增加先增加后减小，极值随 a 的增加向 θ 增加的方向偏移。r = 4 时，对 a = 2, 3, V7-V11 均存在一个由正值转负值的临

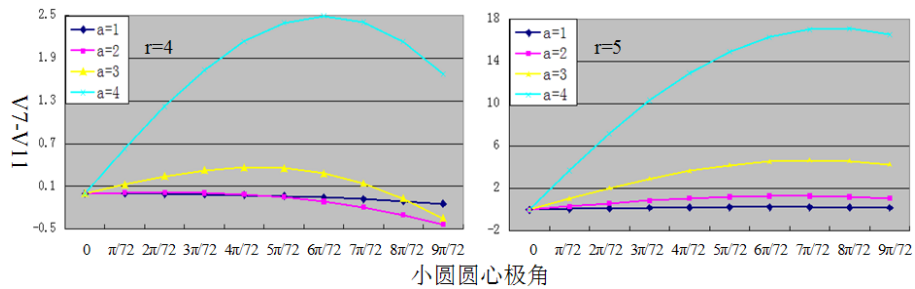


Figure 13. V7-V11 changes with the polar angle variety of target center
 图 13. V7-V11 随小圆圆心极角的变化

Table 6. The polynomial fitting of V7-V11 at r = 4, 5
 表 6. V7-V11 在 r = 4, 5 时的多项式拟合结果

a	V7-V11, r = 4				V7-V11, r = 5			
	x3	x2	x1	x0	x3	x2	x1	x0
1	-9.5×10^5	-0.0005	-0.0004	0.0006	-0.0003	-0.0014	0.0689	-0.0686
2	-0.0005	-0.0015	0.0203	-0.0203	-0.0014	-0.0074	0.3521	-0.3495
3	-0.0014	-0.0043	0.1588	-0.1581	-0.0038	-0.0259	1.1854	-1.1734
4	-0.0036	-0.0118	0.7167	-0.7142	-0.0087	-0.1382	4.3232	-4.2438

界 θ ，这条信息也很有价值。

5. 结论

利用对称性分析，能够较快确定单目标区域中心的范围区间，对 16 电极可确定目标中心区域的范围为 $\pi/8$ (若是 32 电极，目标中心区域范围可缩小至 $\pi/16$)。结合具体情况，还可在较大范围内消除部分不确定性。在 $a = 1, 2, 3, 4; r = 1, 2, 3, 4, 5$ 和 $\theta = k\pi/72 (k = 0, 1, 2, \dots, 9)$ 条件下有：1) V2-16, V3-V15, V4-V14, V5-V13 均大于零，它们对相同的参量变化趋势类似；2) V8-V10 小于零，其值在 $a = 4$ 和 $r = 5$ 时随 θ 的变化以抛物线的方式减小，在其它 a, r 值时随 θ 的变化趋势变化类似，均以近线性的方式减小， (θ, r, a) 越大，V8-V10 越小；3) V6-V12, V7-V11 比较特殊，对不同的 a, r 有较大差异，存在电势差值正负转变的临界点，是消除不确定性重点考虑的因素；4) 对称点电势差 $V(\theta, r, a)$ 的单变量情形可用 2 次或 3 次多项式拟合。

本文的计算是在均匀背景、目标区域规则的条件下得到， r 和 a 的取值不大，忽略边界效应的影响，该方法经过适当修改可处理非均匀背景的情况。对于定性判定“有或没有”有绝对的参考价值。另外对称性分析对于背景中心区域的目标成像有重要意义，因为目标接近背景中心时，对称点间的电势差会趋近于零，结合对称性分析能够很好地改进那些不能对中心区域成像的算法。

下一步的工作：1) 寻找 $V(\theta, r, a)$ 的拟合通式，由于单变量均可拟合，在理论上应该存在一个多变量拟合的结果，这样会极大促进定量描述目标圆心位矢和半径；2) 寻找对称点电势差正负转换的极值点；3) 改进算法以适合非均匀背景。

基金项目

国家自然科学基金(Grant Nos. 11275099, 11475135)。

参考文献 (References)

- [1] Maxwell, J.C. and Niven, W.D. (1890) *Scientific papers of James Clerk Maxwell*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [2] 肖庭延, 于慎根, 王彦飞 (2003) 反问题的数值解法. 科学出版社, 北京.
- [3] 黄卡玛, 赵翔 (2005) 电磁场中的逆问题及应用. 科学出版社, 北京.
- [4] 王彦飞 (2007) 反演问题的计算方法及其应用. 高等教育出版社, 北京.
- [5] Edic, P.M., Saulnier, G.J., Cheney, M., Isaacson, D., Newell, J.C., Gisser, D. and Cook, R.D. (1993) Implementation of a real-time electric impedance tomograph. *Proceedings of the 15th Annual International Conference, IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, San Diego, 84-85.
- [6] Simske, S.J. (1987) An adaptive current determination and a one-step reconstruction technique for a current tomography system. MS Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy.
- [7] Cheney, M., Isaacson, D., Newell, J.C., Simske, S. and Goble, J.C. (1990) NOSER: An algorithm for solving the inverse conductivity problem. *International Journal of Imaging Systems and Technology*, **2**, 66-75. <http://dx.doi.org/10.1002/ima.1850020203>
- [8] Shinkarenko, V. and Kostromina, E. (1995) Application of electrical impedance tomography in physical loading and pathophysiological studies. *Proceedings of the IX International Conference of Electrical Bio-Impedance*, Heidelberg.
- [9] Griffiths, H. and Ahmed, A. (1987) Electrical impedance tomography in three dimensions. *Clinical Physics and Physiological Measurement*, **A8**, 103-107. <http://dx.doi.org/10.1088/0143-0815/8/4A/014>
- [10] 马中骥 (1998) 物理学中群论. 科学出版社, 北京.