

# An Improved Three-Dimensional Measurement for Zero Frequency Elimination

Yu Cao, Shenyan Guo, Xuanxi Li, Guibin Chen, Xintian Bian

School of Physics and Electronic Electrical Engineering, Huaiyin Normal University, Huaian Jiangsu  
Email: 1301729015@qq.com

Received: Jul. 1<sup>st</sup>, 2017; accepted: Jul. 21<sup>st</sup>, 2017; published: Jul. 26<sup>th</sup>, 2017

---

## Abstract

In order to improve the accuracy of Fourier transform profilometry and reduce the influence of frequency aliasing. A convenient method to suppress the zero frequency components is proposed. By collecting a sinusoidal fringe pattern and adding a fixed thickness parallel plate to the front of the projector, a new fringe pattern is obtained by refraction. The two deformed fringe patterns are processed to get the stripe pattern of zero frequency elimination. After the proper fast Fourier transform of the fringe pattern, the spectrum is filtered and the fundamental frequency components are extracted. The measurement system is simple and high-speed compared to the installation of precision phase shifting devices. The feasibility of this method is proved by theory and experiment.

## Keywords

Phase-Shifting Algorithm, Fourier Transform, Grating Projection

---

# 一种改进的消零频三维面形测量方法

曹 愈, 郭沈言, 李炫熹, 陈贵宾, 边心田

淮阴师范学院, 物理与电子电气工程学院, 江苏 淮安  
Email: 1301729015@qq.com

收稿日期: 2017年7月1日; 录用日期: 2017年7月21日; 发布日期: 2017年7月26日

---

## 摘 要

为了提高傅里叶变换轮廓术的测量精度, 降低频谱混叠对傅里叶变换轮廓测定术的影响, 提出了一种便捷的抑制零频分量的方法。通过采集一幅正弦条纹图, 在投影仪前方添加一固定厚度的平行平板, 利用

折射得到新的条纹图, 将采集的两幅变形条纹图进行处理得到消零频的条纹差图。对条纹差图进行适当的快速傅里叶变换以后, 对频谱进行滤波并提取基频成分。相比于安装精密相移装置, 测量系统更加简单, 高速。理论和实验证明了本方法的可行性。

## 关键词

相移算法, 傅里叶变换, 光栅投影

Copyright © 2017 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

光学面形测量在工业自动检测、人体测量、生物医学, 航天制造领域有着广泛的应用, 已经提出了多种三维物体形貌解调的方法, 在 MATLAB 环境中编制相应的相位采集, 相位展开和高度计算程序, 对三维样品进行实验测量。其中傅里叶变换轮廓术(FTP)因为具有快速测量, 非接触等优点一直是人们关注的焦点[1] [2] [3] [4] [5]。由于在实际的测量中, 三维形貌复杂, 傅里叶变换轮廓测定术中的零频虽然带宽很宽, 但易出现谐波, 为了避免更多的高次谐波, 因此如何消零频, 提取基频成分成为问题关键。通常采用随机相移的技术[6], 陈提出的利用单帧变形条纹的消零频分量技术[7]、强度调制的傅里叶变换轮廓测量消零频技术[8]、多通道彩色条纹或复合多载波条纹技术[9]等, 由于这些系统的复杂性并且实时性差, 在应用中受到很多限制。

受文献[1]启发, 针对二步相移消零频以及相移难以精确控制的问题, 本文在提出傅里叶变换轮廓术方法中采用在入射光处增加一个平行平板的方式, 使得出射光发生相移, 我们可以通过平行平板, 精准控制相移, 简化了光路设计。

本文方法是一种添加已知厚度的平板来抑制零频的方法, 产生相当于  $\pi$  相移消零频的效果。此方法仅需要单帧正弦条纹, 有效避免了测量系统中安装精密装置的复杂性。真正实现傅里叶变换轮廓测定术的实时意义, 提高了其便捷快速测量的实验需求。

## 2. 实验原理

光栅投影三维测量基本原理是通过数字投影仪投影光栅条纹图到待测物体表面, 如图 1 所示。当光源照在待测物体上时, 此时条纹图会受到物体高度的调制而得到包含物体高度相位的畸变条纹图, 再用 CCD 相机的出入射光瞳采集变形的条纹图信息, 采用相移算法得到物体的高度-相位映射储存在计算机 CCD 阵列上。

之后加上平板再次得到物体的高度调制的畸变条纹图。包裹相移的光强分布可描述为

$$I_1(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \varphi(x, y)] \quad (1)$$

其中  $A(x, y)$  是背景光强度  $B(x, y)$  振幅调制对于本文相移算法, 投影所得两幅的畸变条纹图相位跃变为  $\delta$  光栅条纹图光强分布表示为

$$I_2(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \varphi(x, y) + \delta] \quad (2)$$

其中  $\delta$  是相移量, 根据折射定律  $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$ , 其中  $\alpha$  是入射角,  $\beta$  是折射角, 设空气折射率  $n_1 = 1$ , 平行平板的折射率为  $n_2$  可得

$$\beta = \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n_2}\right) \quad (3)$$

由图2可知,  $x_1 = h \tan \beta$ ,  $x_2 = h \tan \alpha$

则

$$\Delta x = x_2 - x_1 = h \tan \alpha - h \tan \beta = h \tan \alpha - h \tan\left(\arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n_2}\right)\right) \quad (4)$$

故相位差

$$\Delta \delta = 2\pi f \Delta x = 2\pi f \left( h \tan \alpha - h \tan\left(\arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n_2}\right)\right) \right) \quad (5)$$

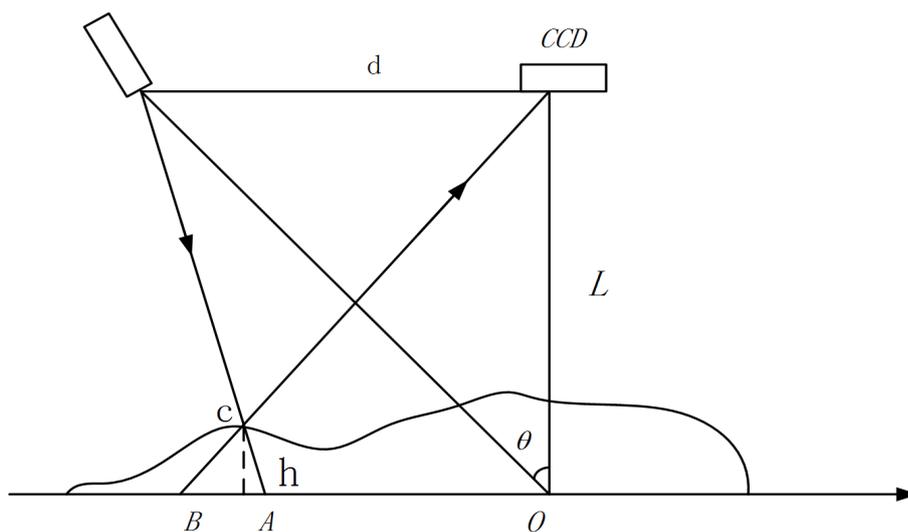


Figure 1. Optical geometry of FTP  
图1. 傅里叶变换轮廓测量原理图

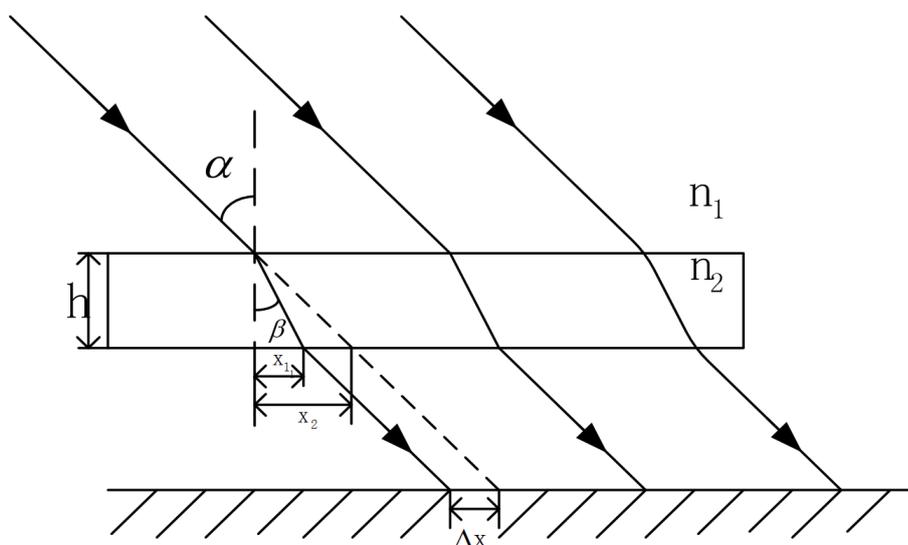


Figure 2. Experimental geometry of measurement system  
图2. 测量系统原理图

由相移算法, 式(2)、(3)相减, 可得

$$\begin{aligned}
 I = I_1 - I_2 &= B(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \varphi(x, y) + \delta] - B(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \varphi(x, y)] \\
 &= \frac{1}{2} [\exp(i \cdot \delta) - 1] \cdot B \exp(i \cdot \varphi) \cdot \exp(i \cdot 2\pi f_0 x) \\
 &\quad + \frac{1}{2} [\exp(-i \cdot \delta) - 1] \cdot B \exp(-i \cdot \varphi) \cdot \exp(-i \cdot 2\pi f_0 x)
 \end{aligned} \tag{6}$$

利用FFT对(4)进行消零频处理, 可得

$$\begin{aligned}
 \text{FFT}(I_1 - I_2) &= p \cdot \text{FFT}[B \cdot \exp(i \cdot \varphi) \cdot \exp(i \cdot 2\pi f_0 x)] \\
 &\quad + \text{conj}(p) \cdot \text{FFT}[B \cdot \exp(-i \cdot \varphi) \cdot \exp(-i \cdot 2\pi f_0 x)] \\
 &= p \cdot C_{f_x} - f_0 + \text{conj}[p \cdot C_{f_x} - f_0]
 \end{aligned} \tag{7}$$

其中  $p = \exp(i \cdot \delta) - 1$ ;  $C(f_x) = \text{FFT}\left[\frac{1}{2} \cdot B \exp(i \cdot \varphi)\right]$ ;  $\text{conj}(\cdot)$  表示共轭运算;

根据上式可知, 相差  $\delta$  相位的条纹差频谱中, 零频已经消除。

### 3. 数值模拟

为了验证提出方法的可行性。文中对提出方法进行了计算机仿真, 并给出流程图, 图 3。我们首先模拟物体是大小为  $600 \times 600$  pixels 的 peaks 函数, 如图 4 所示。然后依照本文方法用光栅投影待测物体

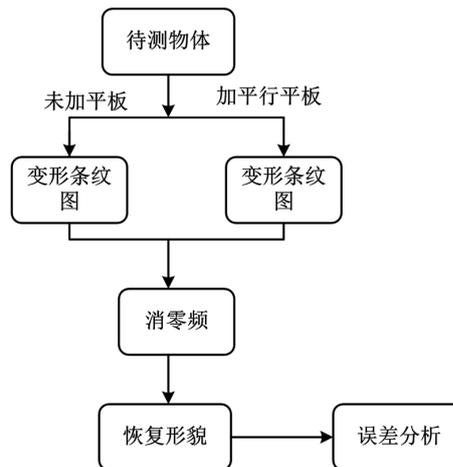


Figure 3. The flow chart

图3. 流程图

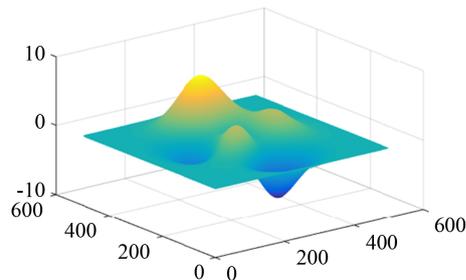
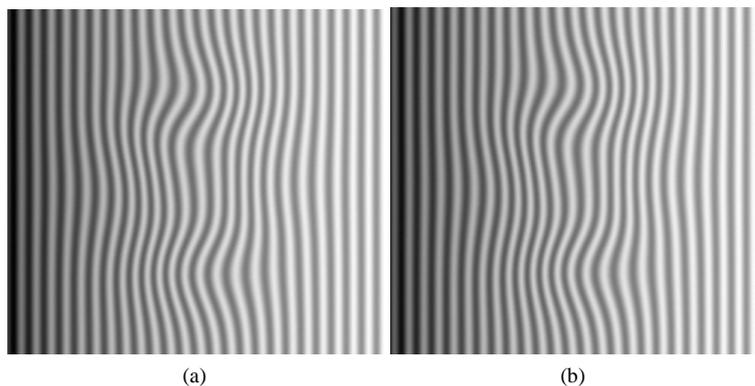


Figure 4. Simulation object

图4. 模拟物体

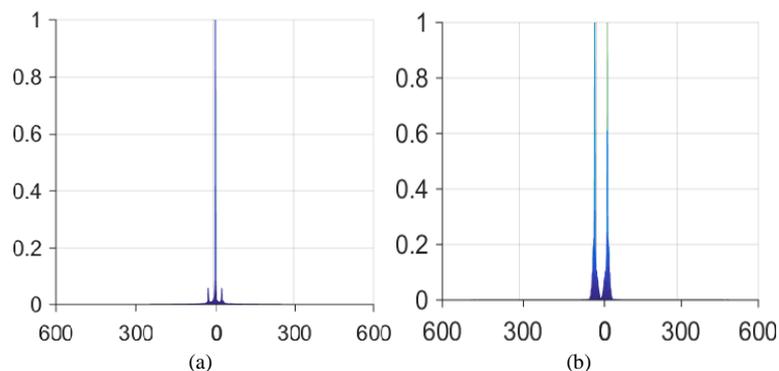
分别得到图 5(a)变形条纹图和添加平行平板之后图 5(b)的条纹图。

对采集到的条纹图进行傅里叶变换得到其频谱图,如图 6(a)所示。按照本文提出的方法,对两幅条纹图进行消零频处理,得到消除零频的傅里叶频谱图,如图 6(b)所示,可见经过本文所提方法消零频后,对的频谱进行滤波、傅里叶逆变换等处理,最终得到恢复的物体面形,如图 7 所示。实验结果显示,其恢复的效果比较好。并得到图 8 的误差分析,可见,其误差能够保持在  $20\ \mu\text{m}$ 。



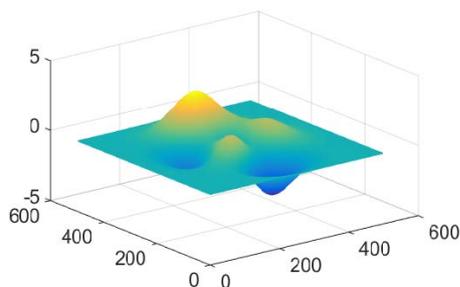
**Figure 5.** Grating fringes modulated by 3D object: (a) The deformed fringe pattern of no adding the plate; (b) the deformed fringe pattern of adding the plate

**图5.** 变形条纹图: (a) 未加平板的条纹图; (b) 加了平板时的条纹图



**Figure 6.** Frequency spectrum: (a) Frequency spectrum of the deformed fringe pattern; (b) frequency spectrum of the deformed fringe pattern with zero frequency elimination

**图6.** 频谱图: (a) 变形条纹频谱图; (b) 消零后的变形条纹频谱



**Figure 7.** Reconstructed object

**图7.** 恢复物体图像

#### 4. 实验验证

为了验证本文所提出的方法,先将图9所示的实际待测物体经光栅投影得出如图10(a)的变形条纹图,再在入射光处添加平行平板,得出第2幅投影图,如图10(b)。将这两幅图按照本文所提方法消零频,利用傅里叶轮廓变换术恢复实际物体的形貌如图11,其恢复的形貌与原物相差并不大。

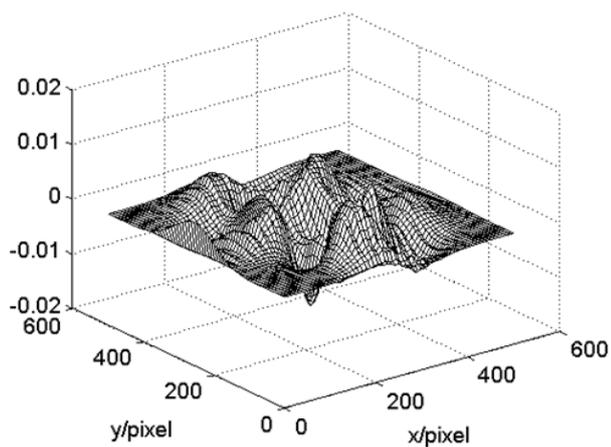


Figure 8. Error analysis diagram  
图8. 误差分析



Figure 9. Tested object  
图9. 待测物体图

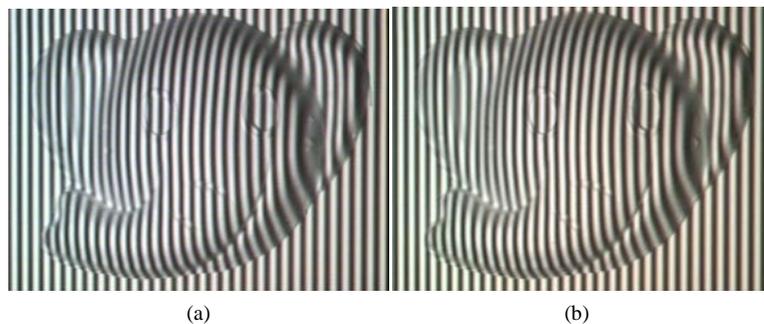
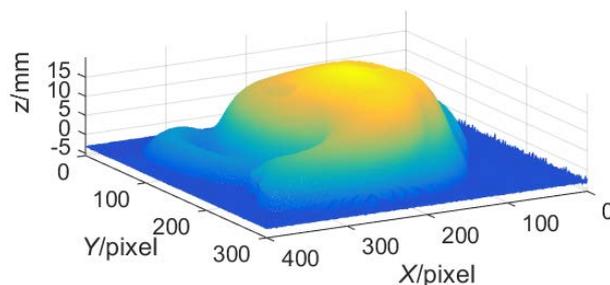


Figure 10. Deformation fringe pattern: (a) The deformed fringe pattern of no adding the plate; (b) the deformed fringe pattern of adding the plate  
图10. 变形条纹图: (a) 未添加平板变形条纹图; (b) 添加平板变形条纹图



**Figure 11.** The recovered object  
**图11.** 恢复被测物体形貌

本方法可以通过控制平行平板的折射率和厚度来得到任意已知的相移差，而且本文方法的零频已得到很好的抑制，虽然由于投影仪的伽马响应有微小的误差，不过得到合成的图像效果也不错，同时装备简易，误差更小。因此具有更高的适应性。

## 5. 结论

在此研究结果基础上，由于三维测量 FTP 技术中的频谱混叠，零频干扰问题，对 $\pi$ 相移利用灰度图方法消零频做了推广，提出的添加平板消零频方法得到了有效验证。通过添加固定厚度的平板，利用光的偏折，可以测量出光栅相移量，设计简单的滤波提取基频，因此很容易产生消零频效果，可以真正意义上实现傅里叶变换轮廓术的测量效益。仿真实验同时给出了准确的实验验证，由于测量装置简单，可充分发挥优势。

## 基金项目

江苏省高等学校大学生创新创业训练计划项目，淮阴师范学院教学研究项目。

## 参考文献 (References)

- [1] Ma, S., Zhu, R., Quan, C., *et al.* (2012) Blind Phase Error Suppression for Color-Encoded Digital Fringe Projection Profilometry. *Optics Communications*, 1162-1668.
- [2] 马云秀, 边心田. 相位测量轮廓术中投影条纹畸变的研究[J]. 光电技术应用, 2013, 28(4): 83-85.
- [3] Wang, B.Y., Yu, X.Y., Wu, H.B., Zhang, J.X., *et al.* (2017) Phase-Unwrapping Approach Based on Dual-Frequency Analog Structured Light. *Optics Communications*, 272-280. <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2016.07.022>
- [4] 李思坤, 陈文静, 苏显渝, 等. 傅里叶变换轮廓术中基于经验模态分解抑制零频的方法[J]. 光学学报, 2009, 29(3): 664-669.
- [5] Xiao, Y.-L., Xue J.P. and Su, X.Y. (2013) Robust Self-Calibration Three-Dimensional Shape Measurement in Fringe-Projection Photogrammetry. *Optics Letters*, **38**, 694-696. <https://doi.org/10.1364/OL.38.000694>
- [6] 周灿林, 杨允鑫, 司书春, 等. 一种改进的消零频傅里叶变换轮廓术[J]. 光电子·激光, 2014, 25(6): 1140-1145.
- [7] 陈文静, 苏显渝, 曹益平, 等. 傅里叶变换轮廓术中抑制零频的新方法[J]. 中国激光, 2014, 25(6): 1140-1145.
- [8] 刘大海, 林斌. 利用强度调制消除零频的傅里叶变换轮廓术测量[J]. 光子学报, 2011, 40(11): 1697-1701.
- [9] 陈文静, 苏显渝, 曹益平, 等. 基于双色条纹投影的快速傅里叶变换轮廓术[J]. 光学学报, 2003, 23(10): 1153-1157.

**期刊投稿者将享受如下服务：**

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：[app@hanspub.org](mailto:app@hanspub.org)