

# Analysis and Application of Negative Refraction of YVO<sub>4</sub> Crystal

Qingming Chen\*, Zifan Dou

School of Science, Wuhan University of Technology, Wuhan Hubei  
Email: \*chenqm@whut.edu.cn

Received: Dec. 2<sup>nd</sup>, 2019; accepted: Dec. 19<sup>th</sup>, 2019; published: Dec. 26<sup>th</sup>, 2019

## Abstract

This paper investigated the negative refraction details in YVO<sub>4</sub> crystal in order to design new waveguide. When e-light incidents on the interface of uniform media and uniaxial crystal, the refracted and incident rays may be on the same side of the normal line, which is negative refraction. The formula for e-light refraction was given in this paper. As a special uniaxial crystal with good optical characteristics and obvious birefringence, YVO<sub>4</sub> was researched in detail about the influence of the optical axis direction, the area of incident and refracted angles on negative refraction. And negative refraction can be used in stealth technology. In addition, twin-crystal structure was used to guide e-light to bypass some area or to bend some angle. The quantitative results of negative refraction and the twin crystal structure showed new lights on the application of negative refractions of YVO<sub>4</sub> crystal.

## Keywords

Negative Refraction, YVO<sub>4</sub> Crystal, Optical Axis, Crystal Waveguide

# YVO<sub>4</sub>晶体的负折射特性分析与应用

陈清明\*, 窦子凡

武汉理工大学, 理学院, 湖北 武汉  
Email: \*chenqm@whut.edu.cn

收稿日期: 2019年12月2日; 录用日期: 2019年12月19日; 发布日期: 2019年12月26日

## 摘要

论文研究YVO<sub>4</sub>中负折射的相关定量细节, 以利用该结果设计新型晶体波导结构。利用e光在单轴晶体表面的折射公式, 得到入射角、折射角、光轴取向角变化对负折射现象的影响: 折射角随入射角增大而增大, 随光轴取向角的增大先减小后增大再减小, 真空与YVO<sub>4</sub>界面最大负折射角的最佳光轴取向角为\*通讯作者。

46.43°。单轴晶体负折射可用于隐身技术中, 利用两块光轴对称取向的YVO<sub>4</sub>孪晶结构可引导e光绕行一定范围或偏折一定的角度。定量的负折射实现条件、入射角及折射角范围, 以及孪晶结构的光线偏折现象对YVO<sub>4</sub>晶体都有定量指导意义。

## 关键词

负折射, YVO<sub>4</sub>晶体, 光轴, 晶体波导

Copyright © 2019 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

负折射是入射光和折射光在法线同一侧的现象, 与传统光折射的 Snell 公式不相符, 可被用于制作分辨率低于波长的超透镜或完成其他特殊成像[1] [2] [3]。Veselago [4]最初得出普通介质和介电常数和磁导率都为负值的人工超材料界面存在负折射, Shelby 等[5]在研究二维铜带单元系列组成的超晶格材料时观察到负折射现象。在随后展开的大量负折射材料生成、结构设计和应用研究中发现, e 光从均匀介质入射到单轴晶体表面时也可以观察到负折射现象[6] [7] [8]。

YVO<sub>4</sub> 晶体在可见光及近红外波段有良好的透光性, 透光范围较宽, 硬度较高, 可人工生长出大块优质晶体, 并且易于加工, 价格较低, 是光通信无源器件如光隔离器、旋光器、延迟器、偏振器中的关键材料。YVO<sub>4</sub> 晶体( $n_o = 2.02$ ,  $n_e = 2.25$ , 532 nm)相比 KDP( $n_o = 1.51$ ,  $n_e = 1.47$ , 532 nm)及其他光学晶体各向异性更强, 负折射相关角度更大。为确定 YVO<sub>4</sub> 晶体的负折射与应用, 本文详细分析 YVO<sub>4</sub> 晶体光轴取向不同时空气与晶体的界面上 e 光负折射的最大入射角与出射角范围及其与光轴角的关系, 并分析 e 光在孪晶界面上的偏折特征。

## 2. YVO<sub>4</sub> 晶体折射

单轴晶体的介电常数  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \neq \varepsilon_3$ , 激光从均匀介质入射到单轴晶体界面时 o 光和 e 光传输速度不同导致双折射现象, o 光遵循 Snell 定理, e 光与光轴方向夹角不同时折射率不同不遵循 Snell 定理。双折射表现为 o、e 光相位或者出射方向的差别。从均匀介质向单轴晶体界面入射时, 入射角在一定范围内, e 光会出现负折射现象。负折射的临界入射角最大值和最大负折射角最大值均取决于双折射率  $\Delta n = |n_e - n_o|$ , 且  $\Delta n$  越大临界入射角和最大负折射角越大。

自然光入射到空气和单轴晶体界面, 观察到图 1(a)中 o 光、e 光两条折射光线, 均为正折射, 调整入射角度可以观察到图 1(b)中折射 e 光和入射光在法线同一侧的负折射情况。YVO<sub>4</sub> 晶体用于观察测量以上双折射及负折射特性, 鉴于 e 光在单轴晶体中的特殊情况, 也可用多块单轴晶体适当组合设计成相应的 e 光导波器件[9] [10] [11]。

## 3. e 光在均匀介质与 YVO<sub>4</sub> 晶体界面的折射

根据色散关系与边界连续性条件对应图 2 中的入射情况可以得出光线折射角的表达式[12] [13] [14]:

$$\tan \theta_2 = \frac{1}{n_o^2 \cos^2 \theta_0 + n_e^2 \sin^2 \theta_0} \left[ (n_o^2 - n_e^2) \sin \theta_0 \cos \theta_0 + \frac{nn_o n_e \sin \theta_1}{\sqrt{n_o^2 \cos^2 \theta_0 + n_e^2 \sin^2 \theta_0 - n^2 \sin^2 \theta_1}} \right] \quad (1)$$

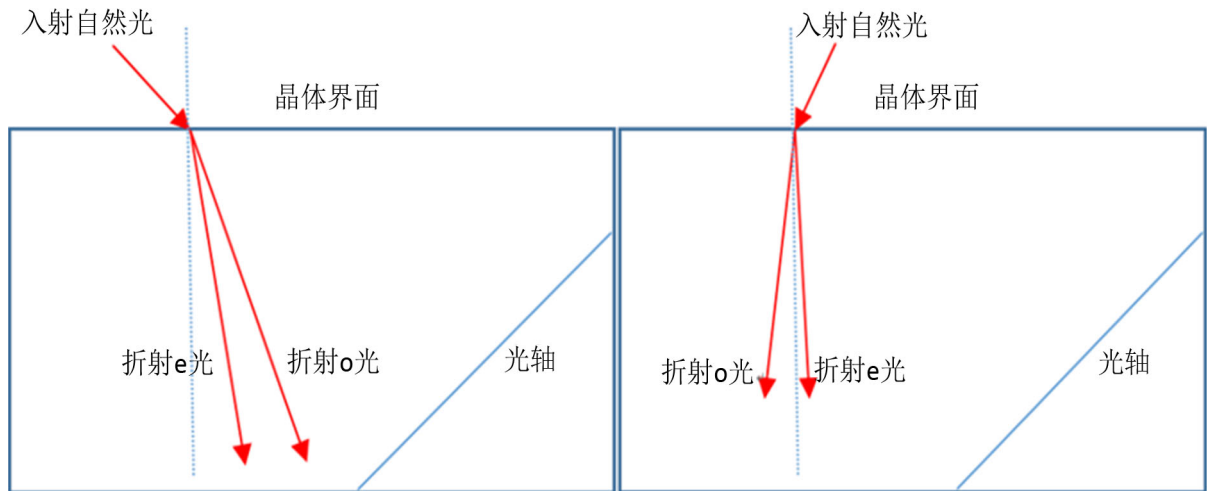


Figure 1. Birefringence of natural light and negative refraction of e-ray on interface of uniaxial crystal  
图 1. 入射自然光在单轴晶体界面的双折射和 e 光负折射

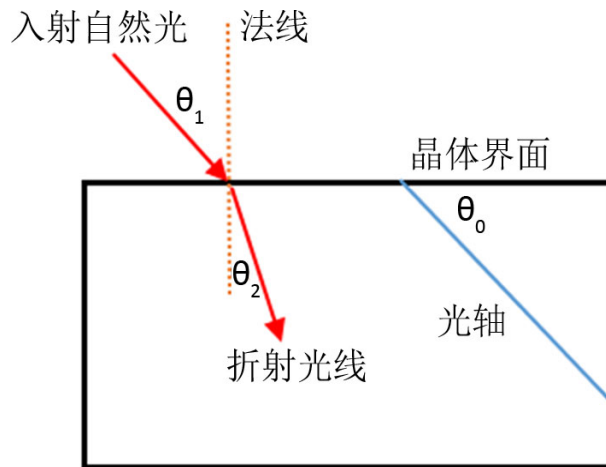


Figure 2. Angles on interface of uniform and uniaxial media  
图 2. 均匀介质与单轴晶体界面折射相关角度

式中  $n$  为均匀介质折射率, 对于空气  $n = 1$ 。  $n_o$ 、 $n_e$  为晶体参数, 波长为  $1.55 \mu\text{m}$  时  $\text{YVO}_4$  晶体  $n_o = 1.94$ ,  $n_e = 2.15$ , 考虑色散特性若入射光波长改变  $n_o$ 、 $n_e$  的值有一定变化。  $\theta_0$  为光轴方向与界面的夹角, 当单轴晶体光轴与界面不垂直时, 光从法线左右入射不存在对称性, 入射角可在  $(-90^\circ, 90^\circ)$  范围内取值。图 2 中入射角和折射角取负值, 光轴角为锐角。如果  $n_o = n_e$ , (1)式变回 Snell 公式。图 3 为 e 光从空气入射至不同光轴取向角的  $\text{YVO}_4$  晶体(正单轴晶体)折射角与入射角的关系。

负折射为图中第二、四象限的区域, 折射角为 0 时入射角为实现负折射的临界角:

$$\theta_{lm} = \arcsin \left[ \frac{(n_e^2 - n_o^2) \sin^2 \theta_0 \cos^2 \theta_0}{n^2 (n_e^2 \cos^2 \theta_0 + n_o^2 \sin^2 \theta_0)} \right] \quad (2)$$

临界入射角与光轴取向角的关系如图 4 所示。

从图中可以看出临界入射角随光轴取向角的增大先增大后减小。当光轴取向角

$\theta_0 = \arccos \left[ \sqrt{n_o / (n_o + n_e)} \right]$  时临界入射角存在最大值:

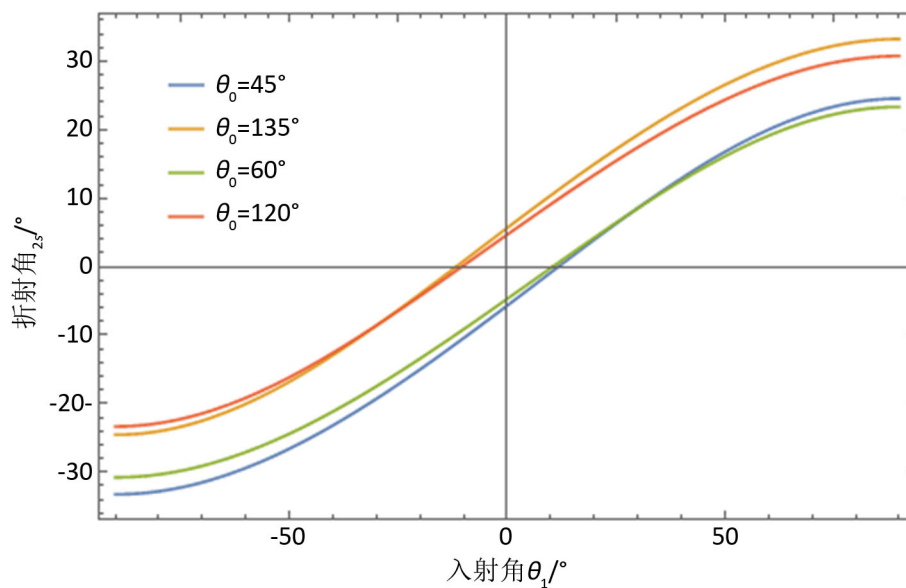


Figure 3. Refractive angles of e-ray on air-YVO<sub>4</sub> interface

图 3. e 光在空气与 YVO<sub>4</sub> 晶体界面折射

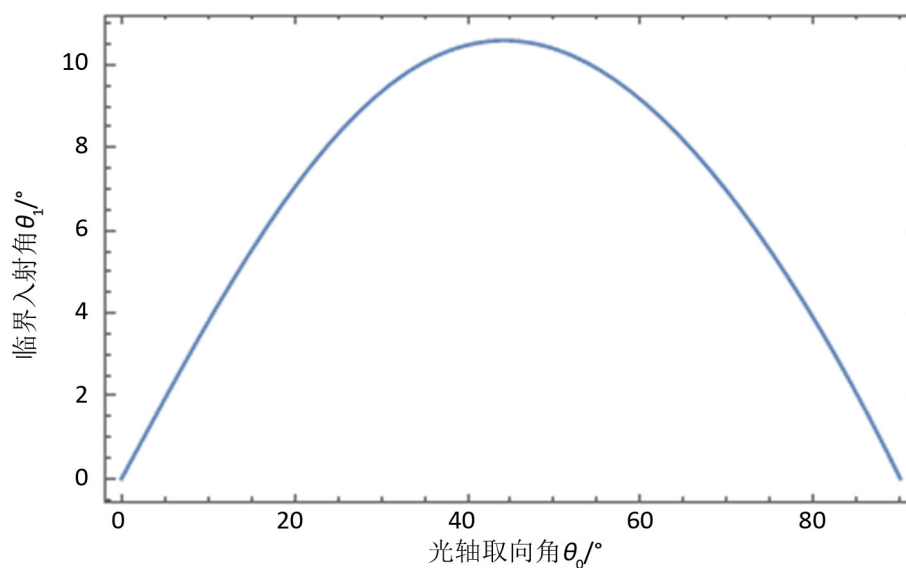


Figure 4. Relation of critical incident angle and the axial angle

图 4. 临界入射角与光轴取向角的关系

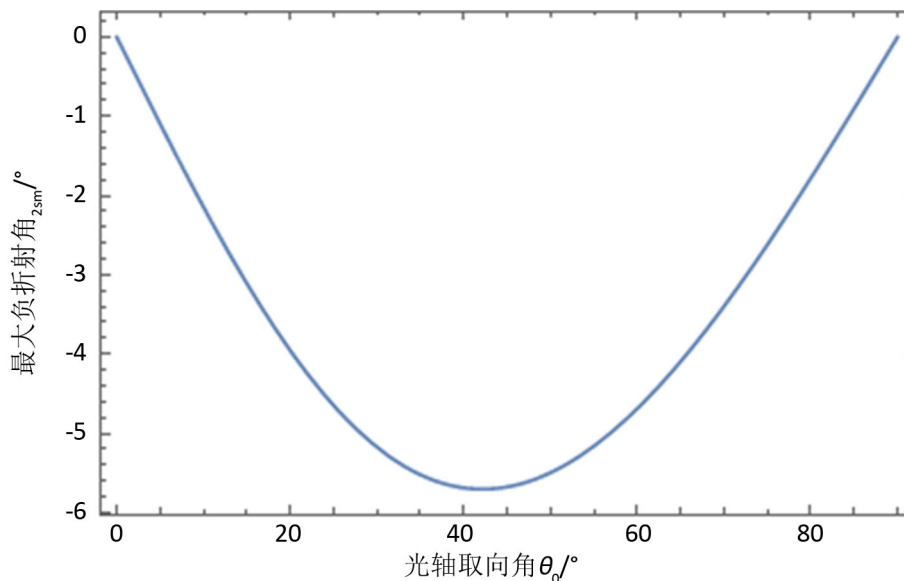
$$\theta_{1m \max} = \arcsin\left(\frac{n_e - n_o}{n}\right) \quad (3)$$

YVO<sub>4</sub> 晶体的最佳光轴取向角约为 46.43°，最大临界角为 11.5°。负折射的临界入射角最大值取决于晶体双折射率  $|n_e - n_o|/n$ ，晶体双折射率越大临界入射角最大值越大。

入射角为 0 时负折射角取得最大值，其表达式为：

$$\theta_{2sm} = \arctan\left[\frac{(n_o^2 - n_e^2) \sin \theta_0 \cos \theta_0}{n_o^2 \cos^2 \theta_0 + n_e^2 \sin^2 \theta_0}\right] \quad (4)$$

光轴取向改变与最大负折射角关系如图 5 所示。

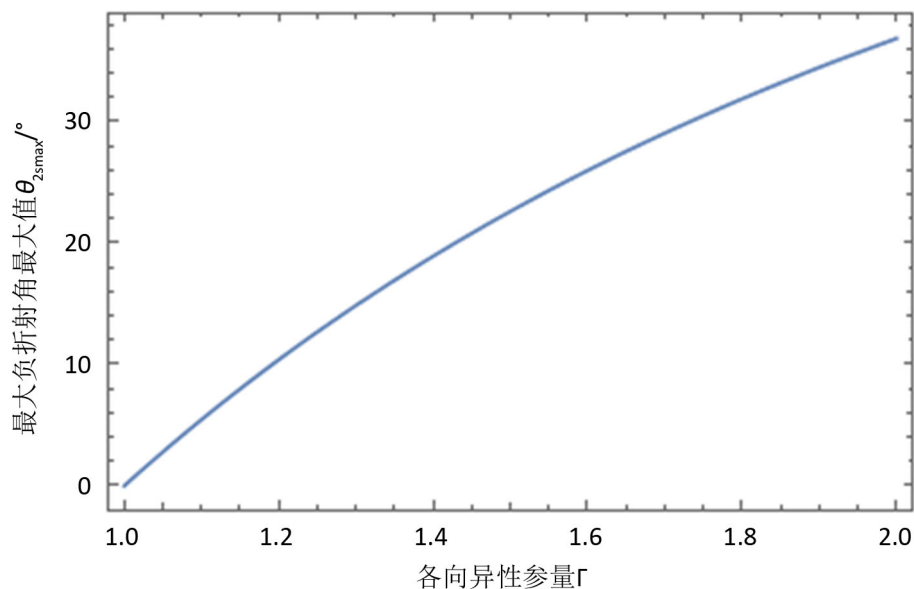


**Figure 5.** Relation of maximum negative refractive angle and axial angle  
**图 5.** 最大负折射角与光轴取向角的关系

$\theta_0 = \arcsin \left[ \sqrt{n_o^2 / (n_o^2 + n_e^2)} \right]$  时最大负折射角为:

$$\theta_{2s \max} = \arctan \left[ \frac{n_e^2 - n_o^2}{2n_o n_e} \right] \quad (5)$$

此时 YVO4 晶体光轴取向角为 42.15°, 对应最大负折射角为 5.8°。对于其他单轴晶体, 设各向异性参量  $\Gamma = n_e/n_o$ , 图 6 给出了最大负折射角与各向异性参量的关系。



**Figure 6.** Relation of maximum negative refractive angle and anisotropic parameter  
**图 6.** 最大负折射角与各向异性参量的关系

从图中可以看出最大负折射角随  $\Gamma$  增大而增大,  $\Gamma = 2$  时负折射角超过  $30^\circ$ 。材料各向异性光学参数与材料的组成结构有关,  $\text{YVO}_4$  晶体  $\Gamma = 1.10$ , 最大负折射角低于  $10^\circ$ 。考虑晶体的正常色散关系, 入射光波长不同时负折射角不同, 波长越短, 对应负折射角越大。

#### 4. 结论与应用分析

由以上公式计算及结果可知, e 光在空气与  $\text{YVO}_4$  晶体表面的负折射与晶体光轴取向角有关, 光轴角  $42.15^\circ$  时有最大的负折射角为  $5.8^\circ$ 。光轴角为  $46.43^\circ$ , 负折射对应的真空中入射角为  $11.5^\circ$ 。定量计算公式中晶体的各向异性参数  $n_e/n_o$  对最大负折射角影响明显, 可通过选择不同材料或者利用材料的压电效应获得较大值。利用  $\text{YVO}_4$  晶体的负折射定量结果可实现以下应用:

$\text{YVO}_4$  晶体 e 光负折射实现一定角度范围隐身, 折射光线偏离正折射情况导致一定范围内的目标在视场内消失。

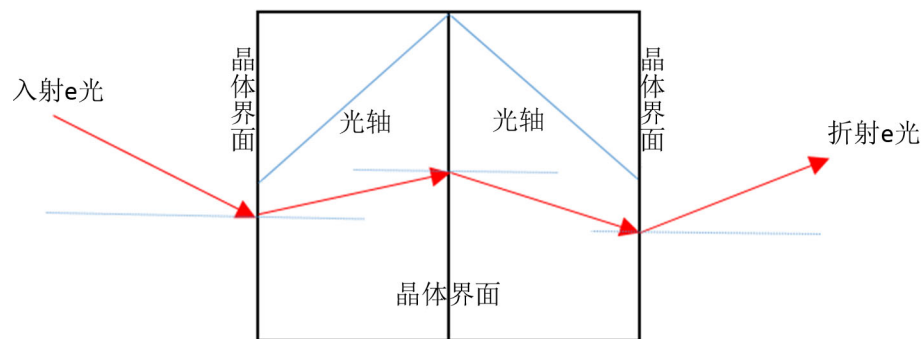


Figure 7. Route of light across the twin-crystal structure  
图 7. e 光穿过孪晶结构的折射示意图

图 7 中两块面对称的不同光轴取向的  $\text{YVO}_4$  晶体粘合在一起的孪晶结构, 两光轴取向角分别为  $135^\circ$  和  $45^\circ$ , 各界面均做抗反射涂层处理[15]。图中从左至右的三次折射都为负折射, 由晶体负折射及光路可逆分析的 e 光光路为“W”形, 中间部分最大偏折角为  $11.6^\circ$ 。不考虑抛光和粘接加工损耗时, 可忽略孪晶内部界面对于入射光的反射损耗。

#### 参考文献

- [1] Talalai, G.A., Garner, T.J. and Weiss, S.J. (2018) Explaining Negative Refraction without Negative Refractive Indices. *Journal of the Optical Society of America A*, **35**, 437-441. <https://doi.org/10.1364/JOSAA.35.000437>
- [2] Chen, X.L., He, M. and Du, Y.X. (2005) Negative Refraction: An Intrinsic Property of Uniaxial Crystals. *Physical Review B*, **72**, Article ID: 113111. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.72.113111>
- [3] Ren, Q., Zhan, Q.W. and Liu, Q.H. (2017) An Improved Subdomain Level Nonconformal Discontinuous Galerkin Time Domain (DGTD) Method for Materials with Full-Tensor Constitutive Parameters. *IEEE Photonics Journal*, **9**, 1-13. <https://doi.org/10.1109/JPHOT.2017.2672644>
- [4] Veselago, V. (1968) The Electrodynamics of Substances with Simultaneously Negative Values of  $\epsilon$  and  $\mu$ . *Soviet Physics Uspekhi*, **10**, 509-514. <https://doi.org/10.1070/PU1968v010n04ABEH003699>
- [5] Shelby, R.A., Smith, D.R. and Schultz, S. (2001) Experimental Verification of a Negative Index of Refraction. *Science*, **292**, 77-79. <https://doi.org/10.1126/science.1058847>
- [6] Zhang, Y. and Mascarenhas, A. (2007) Negative Refraction of Electromagnetic and Electronic Waves in Uniform Media. In: Krowne, C.M. and Zhang, Y., Eds., *Physics of Negative Refraction and Negative Index Materials: Optical and Electronic Aspects and Diversified Approaches*, Springer, Berlin, 8-12. [https://doi.org/10.1007/978-3-540-72132-1\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-540-72132-1_1)
- [7] 何金龙. 负折射介质波导特性及应用研究[D]: [博士学位论文]. 杭州: 浙江大学, 2006.
- [8] 杜银霄, 张又林, 麻华丽, 等. 各向异性晶体的平板负折射成像研究[J]. 光学学报, 2013, 33(6): 1-7.

- [9] Wang, W.H., Cui, X.D., Yang, E.C., *et al.* (2015) Negative Refraction in Molybdenum Disulfide. *Optics Express*, **23**, 22024-22033. <https://doi.org/10.1364/OE.23.022024>
- [10] Zhang, Y., Fluegel, B. and Mascarenhas, A. (2003) Total Negative Refraction in Real Crystals for Ballistic Electrons and Light. *Physical Review Letters*, **95**, Article ID: 157404. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.91.157404>
- [11] 鲁拥华, 王沛, 姚培军, 等. 利用单轴晶体实现的负折射现象[J]. 液晶与显示, 2004, 19(4): 304-307.
- [12] 宋哲, 郝林岗, 吴宁, 等. 光轴取向任意时单轴晶体内表面上的双反射[J]. 辽宁师范大学学报(自然科学版), 2013, 36(2): 168-172.
- [13] 宋哲, 郝林岗, 吴宁, 等. 光轴取向任意时单轴晶体界面上的双折射[J]. 辽宁师范大学学报(自然科学版), 2013, 36(3): 335-339.
- [14] 刘才明. 单轴晶体内非寻常光折射方向的普遍规律[J]. 光电工程, 2003, 30(2): 25-42.
- [15] 罗海陆, 胡巍, 罗煦农, 等. 单轴晶体中的负折射现象研究[J]. 光学学报, 2005, 25(9): 1250-1252.