

对一种光子集合偏振态的理论研究

王欣, 李昌立*, 赵振明, 张宇歌, 侯晓菲

长春理工大学理学院, 吉林 长春

Email: lcl-cust@126.com, 1787339857@qq.com

收稿日期: 2020年12月1日; 录用日期: 2020年12月24日; 发布日期: 2020年12月31日

摘要

按照光的量子理论, 光的基本单元是光子。如果激光照射均匀光滑的介质, 所有反射光子的偏振态相同, 对集体偏振态测量的结果也是单个光子的偏振态。在测量自然环境光的偏振态时, 所得结果是大量光子的集体贡献, 在这种情况下, 每个光子的偏振态都不相同。为了研究上述自然环境的光波偏振态, 本文主要讨论了一种简单的光子偏振态情况, 光子的任意偏振态会以一定的几率出现。本文采用波动光学符号, 为了从形式上与波动光学研究偏振的表征一致。

关键词

量子理论, 偏振态, 光子几率, 波动光学

A Theoretical Study of a Photon Set Polarization State

Xin Wang, Changli Li*, Zhenming Zhao, Yuge Zhang, Xiaofei Hou

School of Science, Changchun University of Science and Technology, Changchun Jilin

Email: lcl-cust@126.com, 1787339857@qq.com

Received: Dec. 1st, 2020; accepted: Dec. 24th, 2020; published: Dec. 31st, 2020

Abstract

According to the quantum theory of light, the basic unit of light is photon. If the laser irradiates a uniform and smooth medium, all reflected photons have the same polarization state, and the result of the collective polarization state measurement is also the polarization state of a single photon. When measuring the polarization state of natural environment light, the result is the collec-

*通讯作者。

tive contribution of a large number of photons. In this case, the polarization state of each photon is different. In order to study the polarization state of light waves in the above-mentioned natural environment, this article mainly discusses a simple photon polarization state, where any photon polarization state will appear with a certain probability. In this article, the wave optics symbol is used in order to conform to the characterization of wave optics research polarization.

Keywords

Quantum Theory, Polarization State, Photon Probability, Wave Optics

Copyright © 2020 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在科学研究领域，偏振光已作为一门独立的光学学科。在生物、化学、医疗领域有着广泛的应用。一个普通的发光体是由大量的发光原子或分子组成的，每个发光原子每次发射一个持续时间为微秒级或更短的近似平面波的波列，每一个原子或分子都是一个随机的自发辐射过程，彼此没有联系，从而导致合成的振动方向光场矢量各不相同，相关时间大大缩短了。光波在介质的表面上发生了反射、透射或是散射时，其偏振态的改变与物质自身的性质有关，如目标的表面结构，材料属性等。光在物体内部传输时，在一些物体外部施加磁场、应力时，也会出现不同的偏振态形式。偏振态能够提供比非偏振技术更丰富的信息。根据光波偏振特性来研究目标识别的偏振特性，最初是应用于天体表面物质特性研究和空间天体探测方面，在天体物理学中，空间被测目标也有一定偏振特性。因此，偏振态可以识别目标的位置和材料属性，偏振遥感成像与分析技术已应用于大气和云层中溶胶状态的探测、资源调查等领域[1]。对生物组织病变前后反馈的光偏振参数进行对比和分析，可以快速、准确的给病理信息。在医疗诊断方面，圆偏振光的传播方式和螺旋型的蛋白质等分子结构相吻合，透过人体时吸收效果较好，光偏振检测技术在影像处理方面也有应用[2] [3] [4]，对偏振参数和光谱参数进行融合计算，在恶劣的环境下可以增强图像边缘信息，了解探测目标散射特点后，被侦查目标可以通过雷达识别，可最大限度的对敌方军事目标进行毁伤，并对敌方更有效的军事打击[5] [6]。2010年，吕鑫，蒋卓勤[7]等人在现有的方案上推导出了新的斯托克斯计算公式，提出了一种能对高速变化的偏振态进行实时测量的新方案。近几年来，随着激光技术的发展，光学的应用产品越来越多，其中偏振光作为一种重要的测量手段更受人们的欢迎[8] [9] [10]，可以在复杂的背景环境中检测出实用的信息。通过高速偏振态测量系统的理论计算，偏振态探测技术的研究对光通信、光传感等领域，有着重要的指导意义。

2. 理论计算

如果用偏振态测量装置测量自然景物反射光的偏振特性时，假设进入测量系统的光子集合表示为：

$$A(u_1, u_2, u_3, u_4, \dots) \quad (1)$$

其中 u_n 表示状态为

$$u_n = a_n \exp(j\varphi_{nx}) \hat{x} + b_n \exp(j\varphi_{ny}) \hat{y} \quad (2)$$

u_n 为总的光子数量，其中 \hat{x} 和 \hat{y} 分别表示沿 x 轴和 y 轴的单位矢量，并且 $a_n^2 + b_n^2 = 1$ 。

在大多数偏振文献中，实现偏振态测量的方案很多，图 1~图 4 为一种典型的偏振态测量方法[11]。

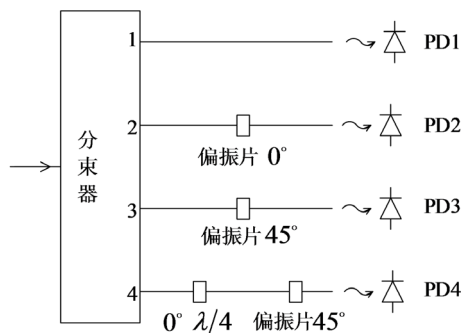


Figure 1. Principle of measuring polarization state

图 1. 测量偏振态原理

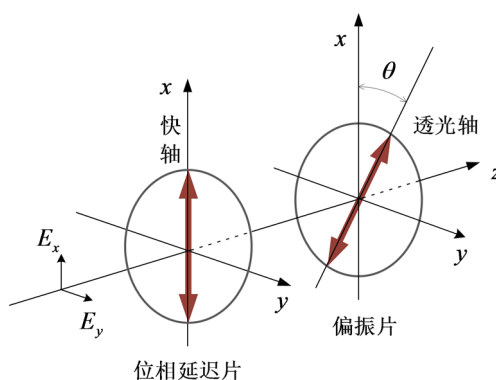


Figure 2. The orientation of the device (the third channel has a wave plate)

图 2. 器件的方位(第 3 通道有波片)

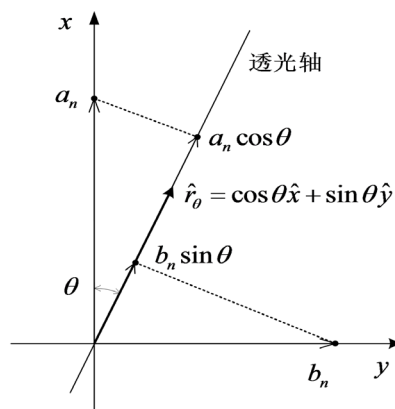


Figure 3. Amplitude of light transmitted by polarizer

图 3. 偏振片透射光的振幅

图 1 的四路输出测量系统的分光器是等光强分束器、并且偏振无关(保偏分束器)，因此入射光子经过分束器后，光子的状态保持原有的信息，对于四路分束器来讲，根据归一化要求，可得到各路光子状态

的归一化系数为 0.5。对于 \vec{u}_n 状态的光子，在分束器各路的状态可以表示为：

$$u'_n = 0.5a_n \exp(j\varphi_{nx})\hat{x} + 0.5b_n \exp(j\varphi_{ny})\hat{y} \quad (3)$$

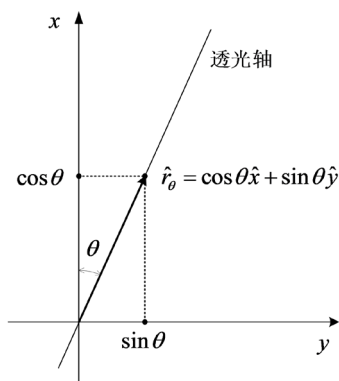


Figure 4. θ Unit vector decomposition of direction

图 4. θ 方向的单位矢量分解

在图 1 的偏振测量装置中，根据(3)式，可得第 1 路光强为：

$$i_{n1} = 0.25(a_n^2 + b_n^2) \quad (4)$$

当测量系统入射的光子数为 c_n 时，则第 1 路的光强为：

$$I_{n1} = c_n i_{n1} = 0.25c_n(a_n^2 + b_n^2) \quad (5)$$

在第 2 路偏振片之后，光子状态为：

$$\vec{u}'_{n2} = 0.5a_n \exp(j\varphi_{nx})\hat{x} \quad (6)$$

则第二路的光强为：

$$i_{n2} = 0.25a_n^2 \quad (7)$$

入射 u_n 状态的光子数为 c_n 时，则第 2 路的光强为：

$$I_{n2} = 0.25c_n a_n^2 \quad (8)$$

对于第 3 路，根据偏振片透光轴与 x 轴夹角为 θ ，可得到偏振片后的光子状态为：

$$u''_{n3} = 0.5[a_n \cos \theta \exp(j\varphi_{nx}) + b_n \sin \theta \exp(j\varphi_{ny})]\hat{r}_\theta \quad (9)$$

在(9)式中， \hat{r}_θ 表示沿偏振片透光轴方向的单位矢量，其表达式为

$$\hat{r}_\theta = \cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y} \quad (10)$$

当第 3 路的偏振片方位角 $\theta = 45^\circ$ 时，透过偏振片的光子状态为：

$$u''_{n3} = 0.25\sqrt{2}[a_n \exp(j\varphi_{nx}) + b_n \exp(j\varphi_{ny})]\hat{r}_\theta \quad (11)$$

第 3 路偏振片后的光强为：

$$i_{n3} = 0.125[a_n^2 + b_n^2 + 2a_n b_n \cos \delta_n] \quad (12)$$

在(12)式中 $\delta_n = \varphi_{ny} - \varphi_{nx}$ 。

当入射光子数为 c_n 时，则偏振片后光强为：

$$I_{n3} = c_n i_{n3} = 0.125c_n [a_n^2 + b_n^2 + 2a_n b_n \cos \delta_n] \quad (13)$$

对于第 4 路，波片后的光子状态为：

$$\vec{u}'_{n4} = 0.5a_n \exp(j\varphi_{nx})\hat{x} + 0.5b_n \exp[j(\varphi_{ny} + 0.5\pi)]\hat{y} \quad (14)$$

可得到偏振片后的光子状态为：

$$u''_{n4} = \left\{ 0.5a_n \cos \theta \exp(j\varphi_{nx}) + 0.5b_n \sin \theta \exp[j(\varphi_{ny} + 0.5\pi)] \right\} \hat{r}_\theta \quad (15)$$

当第 4 路的偏振片方位角 $\theta = 45^\circ$ 时，偏振片后的光子状态为：

$$u''_{n4} = 0.25\sqrt{2} \left\{ a_n \exp(j\varphi_{nx}) + b_n \exp[j(\varphi_{ny} + 0.5\pi)] \right\} \hat{r}_\theta \quad (16)$$

此时光强为：

$$\begin{aligned} i_{n4} &= 0.125 [a_n^2 + b_n^2 + 2a_n b_n \cos(\varphi_{ny} + 0.5\pi - \varphi_{nx})] \\ &= 0.125 [a_n^2 + b_n^2 - 2a_n b_n \sin(\varphi_{ny} - \varphi_{nx})] \\ &= 0.125 [a_n^2 + b_n^2 - 2a_n b_n \sin \delta_n] \end{aligned} \quad (17)$$

当入射光子数为 c_n 时，则加偏振片后光强为：

$$I_{n4} = 0.125c_n [a_n^2 + b_n^2 - 2a_n b_n \sin \delta_n] \quad (18)$$

因为所有的光子状态相同，通过 I_{n1} 、 I_{n2} 、 I_{n3} 和 I_{n4} 的结果得出光子集合态的斯托克斯参量。并给出每个斯托克斯参量的计算公式。

$$s_{n0} = I_{n1} = 0.25c_n (a_n^2 + b_n^2) \quad (19)$$

$$s_{n1} = 2I_{n2} - I_{n1} = 0.5c_n a_n^2 - 0.25c_n (a_n^2 + b_n^2) = 0.25c_n (a_n^2 - b_n^2) \quad (20)$$

$$s_{n2} = 2I_{n3} - I_{n1} = 0.25c_n (a_n^2 + b_n^2 + 2a_n b_n \cos \delta_n) - 0.25c_n (a_n^2 + b_n^2) = 0.5c_n a_n b_n \cos \delta_n \quad (21)$$

$$s_{n3} = I_{n1} - 2I_{n4} = 0.25c_n (a_n^2 + b_n^2) - 0.25c_n (a_n^2 + b_n^2 - 2a_n b_n \sin \delta_n) = 0.5c_n a_n b_n \sin \delta_n \quad (22)$$

3. 光子集合与 Stokes 关系

如果进入偏振光测量系统的光子集合为 $A(c_1, c_2, c_3, \dots)$ 的情况时，各光探测器输出电流分别为：

$$I_1 = \sum_n I_{n1} = 0.25 \sum_n c_n (a_n^2 + b_n^2) \quad (23)$$

$$I_2 = \sum_n I_{n2} = 0.25 \sum_n c_n a_n^2 \quad (24)$$

$$I_3 = \sum_n I_{n3} = 0.125 \sum_n c_n [a_n^2 + b_n^2 + 2a_n b_n \cos \delta_n] \quad (25)$$

$$I_4 = \sum_n I_{n4} = 0.125 \sum_n c_n [a_n^2 + b_n^2 - 2a_n b_n \sin \delta_n] \quad (26)$$

(22)式至(25)式探测器输出信号 I_1 、 I_2 、 I_3 和 I_4 为光子集合的贡献。此时系统给出的斯托克斯参量为

$$S_0 = \sum_n I_{n1} = 0.25 \sum_n c_n (a_n^2 + b_n^2) = \sum_n s_{n0} \quad (27)$$

$$S_1 = \sum_n (2I_{n2} - I_{n1}) = 0.25 \sum_n c_n (a_n^2 - b_n^2) = \sum_n s_{n1} \quad (28)$$

$$S_2 = \sum_n (2I_{n3} - I_{n1}) = 0.5 \sum_n c_n a_n b_n \cos \delta_n = \sum_n s_{n2} \quad (29)$$

$$S_3 = \sum_n (I_{n1} - 2I_{n4}) = 0.5 \sum_n c_n a_n b_n \sin \delta_n = \sum_n s_{n3} \quad (30)$$

由于系统输入的是光子集合, 无法利用(26)~(29)结果得出集合中光子的斯托克斯参量。

4. 结论

根据以上推导分析, 可分两种情况进行解释不同集合光子的偏振态的叠加。假设第一种情况是 c_1 个 $u_1 = a_1 \exp(j\varphi_{1x})\hat{x} + b_1 \exp(j\varphi_{1y})\hat{y}$ 状态的光子和 c_2 个 $u_2 = a_2 \exp(j\varphi_{2x})\hat{x} + b_2 \exp(j\varphi_{2y})\hat{y}$ 状态的光子, 利用(26)-(29)式得出斯托克斯参量为:

$$S'_0 = \sum_n s_{n0} = 0.25c_1(a_1^2 + b_1^2) + 0.25c_2(a_2^2 + b_2^2) \quad (31)$$

$$S'_1 = \sum_n s_{n1} = 0.25c_1(a_1^2 - b_1^2) + 0.25c_2(a_2^2 - b_2^2) \quad (32)$$

$$S'_2 = \sum_n s_{n2} = 0.5c_1a_1b_1 \cos \delta_1 + 0.5c_2a_2b_2 \cos \delta_2 \quad (33)$$

$$S'_3 = \sum_n s_{n3} = 0.5c_1a_1b_1 \sin \delta_1 + 0.5c_2a_2b_2 \sin \delta_2 \quad (34)$$

如第二种情况是 c_3 个 $u_3 = a_3 \exp(j\varphi_{3x})\hat{x} + b_3 \exp(j\varphi_{3y})\hat{y}$ 状态的光子和 c_4 个 $u_4 = a_4 \exp(j\varphi_{4x})\hat{x} + b_4 \exp(j\varphi_{4y})\hat{y}$ 状态的光子, 利用(26)~(29)式得出斯托克斯参量为:

$$S''_0 = \sum_n s_{n0} = 0.25c_3(a_3^2 + b_3^2) + 0.25c_4(a_4^2 + b_4^2) \quad (35)$$

$$S''_1 = \sum_n s_{n1} = 0.25c_3(a_3^2 - b_3^2) + 0.25c_4(a_4^2 - b_4^2) \quad (36)$$

$$S''_2 = \sum_n s_{n2} = 0.5c_3a_3b_3 \cos \delta_3 + 0.5c_4a_4b_4 \cos \delta_4 \quad (37)$$

$$S''_3 = \sum_n s_{n3} = 0.5c_3a_3b_3 \sin \delta_3 + 0.5c_4a_4b_4 \sin \delta_4 \quad (38)$$

针对光学偏振态的测试需求, 对光子集合偏振态的理论研究, 推导出光子集合与斯托克斯矢量的关系以及相应的计算公式, 得到光子集合偏振态的斯托克斯四个矢量参数, 如果适当选择 $c_1 \sim c_4$ 、 $a_1 \sim a_4$ 、 $b_1 \sim b_4$ 、 $\delta_1 \sim \delta_4$ 这些参数, 可以使得 $S''_0 = S'_0$ 、 $S''_1 = S'_1$ 、 $S''_2 = S'_2$ 和 $S''_3 = S'_3$ 。虽然光子集合偏振态的构成有所不同, 但是测量装置给出的结果却是相同的, 这就是目前偏振态测量装置的特性。理论推导出光子集合偏振态与斯托克斯矢量的函数关系, 对今后的偏振态测量技术有一定的指导意义。

参考文献

- [1] 施志华. 成像偏振测量技术及其应用[J]. 红外, 2002(4): 1-5.
- [2] Namer, E. and Scheclmer, Y.Y. (2005) Advanced Visibility Improvement Based on Polarization Filtered Images. *Proceeding of SPIE*, **5888**, Article ID: 588805. <https://doi.org/10.1117/12.617464>
- [3] Stankiewicz, K.A. (2005) Crop Discrimination on Envisat Asar Images Acquired Inalternating Polarization Mode. *Proceeding of SPIE*, **5976**, Article ID: 597615. <https://doi.org/10.1117/12.634715>
- [4] Cheng, J.Y. and Chen, Q.S. (2006) An Ultrafast Phase Modulator for 3D Imaging. *Proceeding of SPIE*, **6068**, Article ID: 60680L. <https://doi.org/10.1117/12.643160>
- [5] Egan, W.G. and Duggin, M.J. (2002) Synthesis of Optical Polarization Signatures of Military Aircraft. *Proceeding of SPIE*, **4481**. <https://doi.org/10.1117/12.452888>
- [6] Taylor, J.S., Davis, P.S. and Wolff, L.B. (2002) Underwater Partial Polarization Signatures from the Shallow Water Real-Time Imaging Polarimeter (SHRIMP). *OCEANS'02 MTS/IEEE, Biloxi, MI*, 29-31 October 2002, 1526-1534. <https://doi.org/10.1109/OCEANS.2002.1191863>

- [7] 吕鑫, 蒋卓勤, 李迎春. 偏振态的高速实时测量方法的研究[J]. 光学技术, 2010, 6(6): 866-870.
- [8] 马号, 熊剑, 郭杭, 等. 基于大气偏振光特性辅助定向的自主导航方法[J]. 应用光学, 2016, 37(2): 162-167.
- [9] 于洵, 杨焯, 姜旭, 等. 基于偏振光谱成像的目标识别方法研究[J]. 应用光学, 2016, 37(4): 537-541.
- [10] 王玉波, 杨江涛, 唐军, 等. 基于大气偏振光的航向角度探测系统[J]. 兵器装备工程学报, 2019, 40(3): 127-131.
- [11] 罗英达, 陈哲. 偏振光斯托克斯参量测量原理与测量方法设计[J]. 激光与光电子进展, 2009(6): 54-58.