

基于数值模拟的矩形腔体内对流传热研究进展

胡汉姿

厦门大学, 物理科学与技术学院, 物理学系, 福建 厦门
Email: hanzihu@stu.xmu.edu.cn

收稿日期: 2021年3月17日; 录用日期: 2021年4月21日; 发布日期: 2021年4月28日

摘要

自然对流是流体流动和传热的最重要形式之一, 如今在矩形腔体对流换热的研究中, 科学家进行一系列理论和实验数值求解来探究对流传热中的传热规律和流体运动过程, 本文对最近一段时间的矩形腔内自然对流研究以及对这些研究的数值实验技术进行归纳总结。这些研究在各种参数(如瑞利数和普朗特数, 腔体倾角, 热特性等)的影响下, 并考虑了具有不同初始条件和边界条件, 热源位置以及流体介质和壁的辐射特性的腔体外壁的多配置。最后, 为所研究矩形腔体内自然对流传热领域的未来研究提供了一些建议。

关键词

自然对流, 流体传热, 矩形腔体, 数值模拟

Research Progress of Fluid Convective Heat Transfer in Rectangular Enclosures Based on Numerical Simulation

Hanzi Hu

Department of Physics, College of Physical Science and Technology, Xiamen University, Xiamen Fujian
Email: hanzihu@stu.xmu.edu.cn

Received: Mar. 17th, 2021; accepted: Apr. 21st, 2021; published: Apr. 28th, 2021

Abstract

Natural convection is one of the most important forms of fluid flow and heat transfer. Nowadays, in the study of convection heat transfer in rectangular enclosures, scientists have carried out a series of theoretical and experimental numerical solutions to explore the heat transfer laws and

fluid motion processes in convective heat transfer. In this article, the recent researches on natural convection in rectangular enclosures under numerical experiment technology were summarized. These studies, under the influence of various parameters (such as Rayleigh number and Prandtl number, enclosure inclination, and thermal characteristics, etc.), consider the different initial and boundary conditions (such as the location of the heat source, the radiation characteristics of the fluid medium and the wall, and various configurations of the outer wall of the enclosures). Finally, some suggestions are provided for future research in the field of natural convection heat transfer in the studied rectangular enclosures.

Keywords

Natural Convection, Fluid Heat Transfer, Rectangular Enclosure, Numerical Simulation

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

腔体内流体自然对流传热广泛存在于自然界和实际生产生活中, 小到对纳米流体在腔体中流动和电子电路的设计, 大到对航天器材和核反应堆隔热设计等大型科技与工业领域[1] [2] [3] [4], 利用腔体内流体传热特性在腔体的热设计过程中提供参考。当流体内部产生一定的密度梯度, 例如由于不同的金属离子密度或者是外力的施与引起流体的密度不均, 会发生传质进一步引起流体的对流[5], 这里面不同流体的传热特性和运动规律会因外部环境的不同而发生改变, 因此受到了大家长时间的广泛关注。

腔体内对流传热可以通过相似原理和量纲分析实现无量纲运算, 而他们的主要理论[6]形成于 19 世纪末到 20 世纪初, 为了减少实验次数并能获得通用性规律, 相似原理及量纲分析应运而生, 通过有限次数的实验测定得出具有一定通用性的换热规律。上世纪中期, Batchelor [7]研究了长方形中流体受到浮力产生的二维对流运动, 其中两个长边保持在不同的温度下。几年后, Poots [8]数值研究了封闭的水平、斜面和垂直气体层中的层流自由对流。Poots 的主要成果是发展了一种以涉及正交近似多项式的双膨胀形式获得二维控制方程解的方法。Wilkes 与 Churchill [9]和 De Vahl Davis [10]在等温边界条件下进行了研究, 对不同长宽比空腔的问题进行了数值研究。

在以往的文献综述中, Das 等人[11]对各种形状的腔体结构内自然对流进行了详细的综述。该文总结了三角形、梯形、平行四边形围护结构以及呈弧形和波浪形的壁面、充满流体或多孔介质的围护结构中自然对流传热的研究。Bair 等人[12]介绍了并联二极管腔内自然对流的一些研究成果的综述。他们研究了大量的不同形状和倾斜度的腔体的相关参数, 例如初始条件、热边界条件、流体和辐射特性的性质、热源分布。同样地, Biswal 和 Basak [13]对各种腔体结构自然对流过程中的熵产生分析工作进行了详细的回顾, 涉及不同的实际应用, 而 Vanaki 等[14]对纳米流体的对流传热进行了综述。

在腔体内对流传热, 科学家们需要通过数值计算[15]可以研究不同物理情境下, 利用这些控制方程无量纲化后得到的特征数来反映相似的传热现象。应该提到的是, 腔体环境中发生的大多数流动都是由浮力引起的。在许多实际情况下, 雷诺数(即浮力和粘性力的比值)经常超过临界值, 流体流动变得湍急。而这些场景的实现是需要一定的数值计算方法来完成计算机模拟, 如今在强大的计算机技术背景下, 通过数值模拟计算方法计算复杂的对流传热体系。在侧加热矩形腔体中, 内部流体因为水平温度梯度的影响

使得流体密度产生梯度,进而发生由浮力驱动的对流现象[16]。科研人员利用相对应的理论基础为各种数值模拟研究提供研究方法,本文将在接下来的内容中介绍在矩形腔体内对流传热的数值研究方法进展。

2. 数值模拟计算方法

研究腔体结构内的流体对流,科学家从开发建立流体传热理论基础,并逐渐形成与之对应的数值方法,对腔体内对流的研究产生较大影响,如有限差分法[17]-[28]、有限元法[29]-[40]、有限体积法[41]-[49]、格子玻尔兹曼方法[50]-[61]等等,接下来将介绍各数值计算方法在流体传热领域的研究现状进展。

2.1. 有限差分法

有限差分法(Finite Difference Method, 简称 FDM) [17]是一种求偏微分(或常微分)方程和方程组的定解问题的方法。在有限差分法中,偏微分方程的导数用结构网格点上函数值的线性组合来近似。基础的矩形腔体研究中,如图 1(a)所示,在相对的垂直壁上等温加热和冷却的矩形通道中,Ozoe 等人[18]利用有限差分法完成了对矩形腔体下的层流和湍流自然对流的模拟。他们发现在湍流状态下,内部流体的中心会保持稳定,并会发生缓慢的正弦振荡。但流体的时均速度、温度和湍流相关特性在流体边界层内是非振荡的。相同地,如图 1(b)所示,Paolucci [19]对有温差的侧加热方腔内空气的自然对流进行了二维直接数值模拟。数值结果表明,边界层外流体的稳定分层对流动的性质有显著影响,但对导热层和粘性子层的传热和动量没有影响。

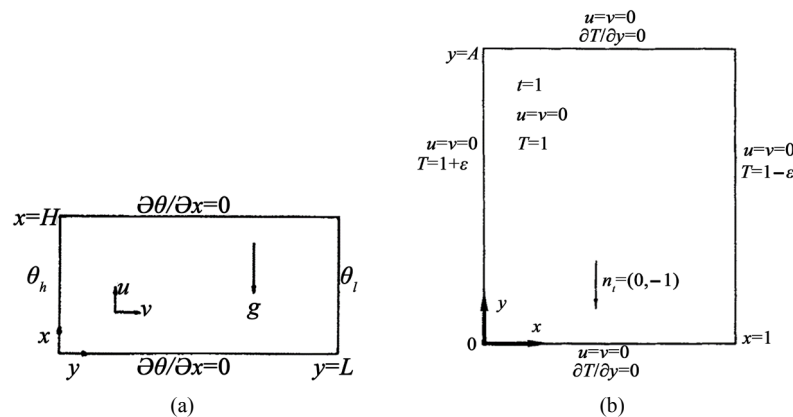


Figure 1. (a) Scheme of the system studied by Ozoe; (b) Physical model studied by Paolucci
图 1. (a) Ozoe 研究的系统示意图; (b) Paolucci 研究的物理模型

进一步改变腔体的主要结构,例如对于有倾角的腔体进行研究,或是改变腔体内热源位置。如图 2(a)所示,Yedder 和 Bilgen [20]对大面积壁面腔体中的湍流自然对流和热传导进行了数值模拟。实验揭示了腔体内湍流的传热是瑞利数和腔体内流体热传导率呈现一种递增关系,且内部湍流的热传导率在腔体倾角为 80° ~ 90° 时有一个最大值。如图 2(b)所示,Kuznetsov 和 Sheremet [21]的工作是利用有限差分法模拟计算在空气填充的矩形外壳中湍流自然对流,整个腔体的底部壁面采用局部加热。他们的工作得到作为格拉晓夫数与平均努塞尔数的相关性函数。分析了诸如格拉晓夫数、无量纲时间和导热系数的控制参数,对热-流体速度场和固-液界面平均努塞尔数的影响。Zhang 等[22]提供了基于有限差分法的数值模拟,以分析侧加热方腔中的湍流自然对流。他们发现,在一定程度上,结果与现有的实验数据有很好的一致性,因此基于涡流强度的子网格尺度模型具有潜力。Yang 等人[23]使用有限差分法的粗网格直接对直方管中强迫湍流热对流进行了数值研究。数值结果表明,所考虑的差分方案更加稳定,并且这个方案可用于捕获直方管流动的湍流特性,从而尽可能避免了人工计算粘度进程的中断。

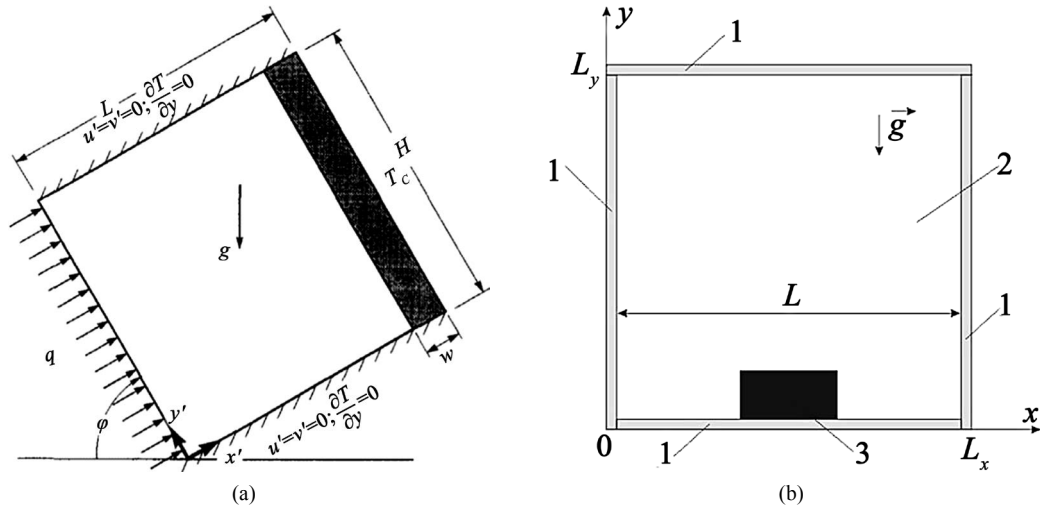


Figure 2. (a) Diagram of the enclosure studied by Yedder; (b) Physical model studied by Kuznetsov
图 2. (a) Yedder 研究的腔体示意图; (b) Kuznetsov 研究的物理模型

除了在二维矩形结构内对流体传热进行求解，科学家还利用有限差分法对三维长方体腔体结构中的流体传热进行了相应的研究。Tomé 等人的工作[24]就提出了一种求解由 Oldroyd-B 本构方程控制的三维(3D)粘弹性非稳态自由表面流的数值方法，它是 Tomé 等人研究的二维(2D)技术扩展[25]，而且本工作主要是以有限差分法为计算理论基础，控制方程通过有限差分法在 3D 交错网格上求解。标记颗粒用于描述流体，从而提供可视化和自由表面的位置。如图 3 所示，Miroshnichenko 和 Sheremet [26]在具有有限厚度的导热壁的立方体中利用有限差分法进行了湍流自然对流的模拟。他们研究了无量纲时间下，流体的热导率和瑞利数对传热和传热的影响，并进一步分析流体流动。数值结果表明，对于较高的瑞利数，导热系数的增加会导致对流流动的加剧。

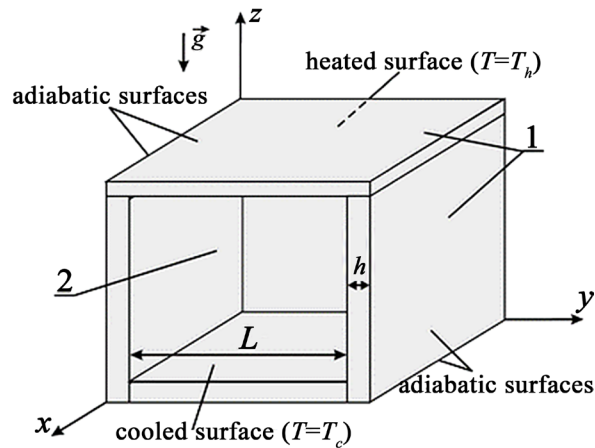


Figure 3. Physical model and coordinate system in the research of Miroshnichenko and Sheremet: 1. Heat-conducting solid walls; 2. Fluid

图 3. Miroshnichenko 和 Sheremet 研究中的物理模型和坐标系: 1.导热固体壁; 2.流体

对于湍流对流传热模式，Sheremet [27]进一步对具有有限厚度导热壁的矩形空腔中的湍流自然对流进行了数值分析，如图 4 所示的物理模型。结果表明，随着实心壁材料导热系数的增加，所考虑的空腔内的流动结构和传热模式与 Grashof 数增加时产生的规律相似，这是由于额外的传热机制，即由于共轭传热而使空腔从实心壁上加热。Ozoe 等[28]研究了一个立方体外壳中的湍流自然对流，该外壳从下而上加

热，在一个垂直侧壁的一部分上进行冷却，其他所有表面进行保温。他们的研究表明，加热地板上的平均努塞尔特数是建议努塞尔特数与瑞利数 $1/3$ 次方的比例关系。

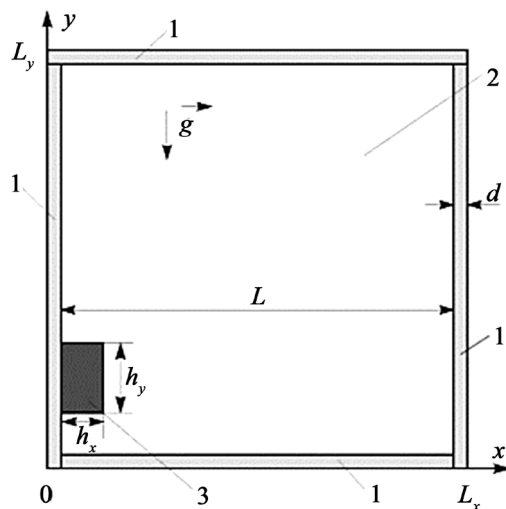


Figure 4. Physical model region in Sheremet study: 1. The walls, 2. The gas, 3. The heat-release source
图 4. Sheremet 研究中物理模型区域: 1.墙体, 2.气体, 3.热释源

有限差分法是采用较早的数值方法，对简单几何形状中的流动与换热问题是最容易实施的数值方法，但是有限差分法在求解时需对所有的边界条件和交界条件进行算法处理，尤其是对复杂的边界和场域内各种介质交界的处理有着一定的困难，这也是它最大的不足之处。但随着传热领域研究的更加深入，对矩形腔体内复杂的对流传热问题，需要精度更高且算力更大的数值计算方法，所以科学家利用其他数值模拟方法在流体传热问题中有了新的突破。

2.2. 有限元法

有限元法(Finite Element Method, 简称 FEM)是 R. Courant 首先提出的[29]，对于过去用解析方法无法求解的问题和边界条件及结构形状都不规则的复杂问题，有限元法一直是一种有效的分析方法，其在计算中表现出良好的计算速度和准确性。最早对矩形腔体的研究，会把研究重点放在腔体参数对流体性质的影响。Fusegi 和 Farouk [30]利用有限元法研究了方形封闭环境中，如图 5(a)所示，湍流和层流自然对流 - 辐射相互作用。他们的研究指出，由于参与介质的衰减，气体辐射轻微地减少了对壁面的传热。Razzaque 的研究[31]考虑到二维矩形腔体与参与传热介质，采用的有限元方法可以获得介质温度分布和壁面热通量分布，并提到有限元法在传热实验计算的突出优势——准确性。

因为有限元法在传热领域的精准性和高效性，科学家们开展了一系列的研究，在图 5(b)中，Barakos 等人[32]研究了侧壁加热的方形空腔内层流和湍流自然对流的基准问题。模拟实验结果表明，当 $Ra \approx 10^8$ 时，湍流溶液开始偏离层流近似。在原有基础上，科学家又把视线放到方腔倾斜角对腔体内自然对流的影响。Kuypen 等人[33]利用有限元法对倾斜方形空腔内空气的自然对流流动进行了数值模拟。他们得出了计算平均努塞尔特数与空腔倾斜角的关系的结果。Pravez Alam 等人[34]对矩形腔体内自然对流的进行了数值研究。由于在左垂直壁的下半部分的恒定局部加热和在右垂直壁的上半部分的局部冷却以及其余壁是绝热的，因此系统存在温差进而流体产生了流动。实验发现，局部传递速率在靠近腔体左壁的小区域中增大，然后在加热区域的中部减小。Xamán 等人[35]对玻璃墙的方形空腔内的二维传热进行了数值研究，他们发现由于腔内非等温玻璃壁和辐射交换的共同作用，流型是不对称的。

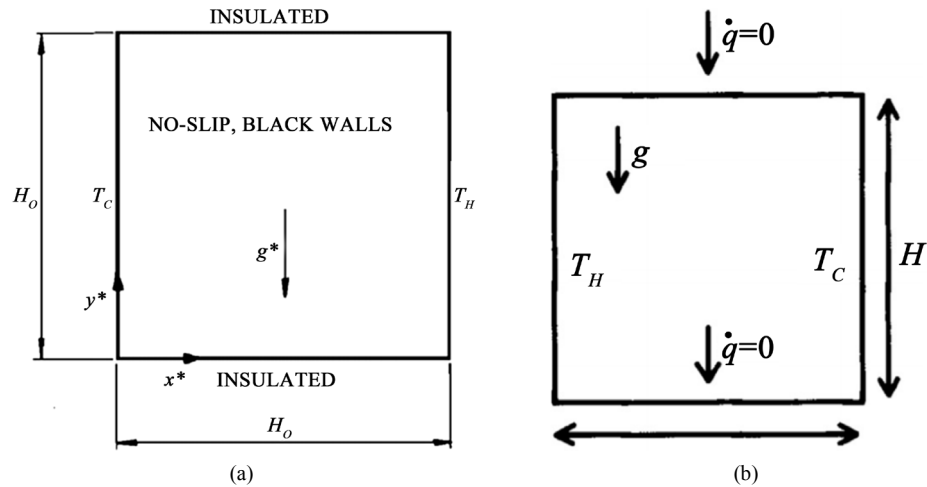


Figure 5. (a) 2D square cavity studied by Fusegi; (b) Sidewall heated square cavity in Barakos study
图 5. (a) Fusegi 研究的二维方形腔体模型; (b) Barakos 研究的侧壁加热方腔

科学家进一步改变内部流体的性质，对纳米流体在腔体内流动传热进行研究，Moraveji 和 Hejazian 工作[36]采用了有限元法求解控制方程，研究涉及到矩形腔中自然对流传热的研究。矩形腔内有一个填充有 Fe_3O_4 /水纳米流体的椭圆形热源，如图 6(a)所示，他们根据纳米粒子的浓度大小、热源的几何形状以及瑞利数的数值，对平均努塞尔数的变化进行记录，发现热源的构造会对平均努塞尔数的大小有着显著变化，而纳米颗粒的添加对系统的平均努塞尔数大小产生负面影响，会在一定程度上减小平均努塞尔数。利用纳米流体对水平通道中底部加热开腔的组合对流的哈特曼数效应进行了数值研究。Asadian 等人[37]主要研究 Al_2O_3 /水纳米流体在磁场存在的条件下，如图 6(b)所示，在方形外壳中稳态自由对流的流动和传热特性。注意电导率的温度变化及其对纳米流体运动引起的电磁力的影响。

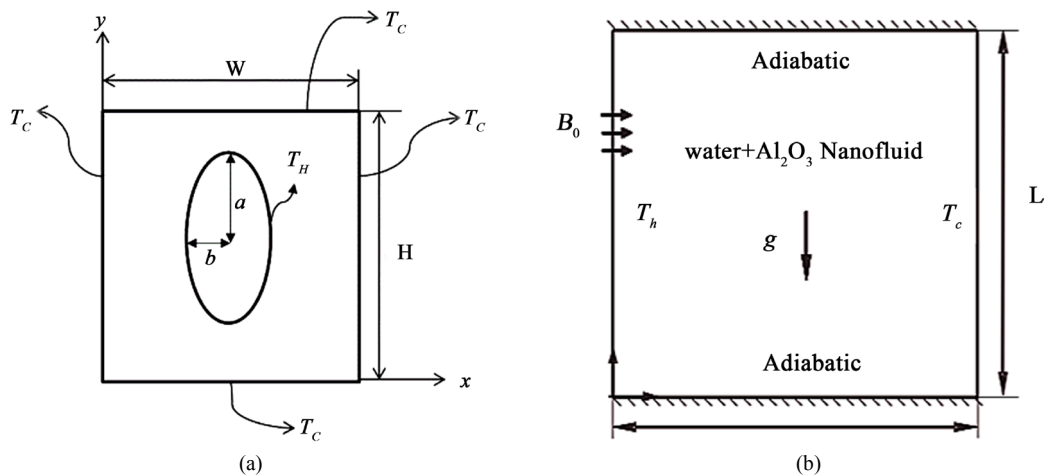


Figure 6. (a) Schematic domain of the enclosure studied by Moraveji; (b) Asadian's physical model
图 6. (a) Moraveji 研究的腔体示意图; (b) Asadian 研究的物理模型

纳米流体传热问题中有限元法有了新的发展，Azad 等人[38]分析了不同强度的磁场和不同纳米颗粒体积分数的流体流动和传热特性的特点，如图 7 所示，整个物理场充满了含有 4% 纳米铜颗粒的水基纳米流体。这个研究的物理问题由不同的二维治理方程组和相应的边界条件在数学上表示，采用基于 Galerkin 加权残差的有限元方法进行求解。各种特性，如流线、等温线和平均努塞尔特数和平均流体温度方面的

传热率都被导出。结果表明,上述参数对空腔内的流动现象和温度场影响很大,而在通道内这些影响则不太明显。Al-Kalbani 和 Rahman [39]采用基于 Galerkin 加权残差的有限元技术,对充满不同类型纳米流体的倾斜方形围墙中的自然对流传热进行了数值研究。对纳米流体在腔体内的流动进行了模拟,考虑到纳米流体中纳米颗粒的布朗运动、腔体内均匀热源的位置、腔体内磁场的强度以及该磁场的方向。研究证实,腔体内流体流动的传热速率很大程度上取决于雷诺数和哈特曼数、基础流体中纳米粒子的体积分、腔体的倾斜角以及其中热源的位置。而且这个研究首次计算了腔体内平均传热速率对腔体壁内热源位置和腔体倾角的依赖性。

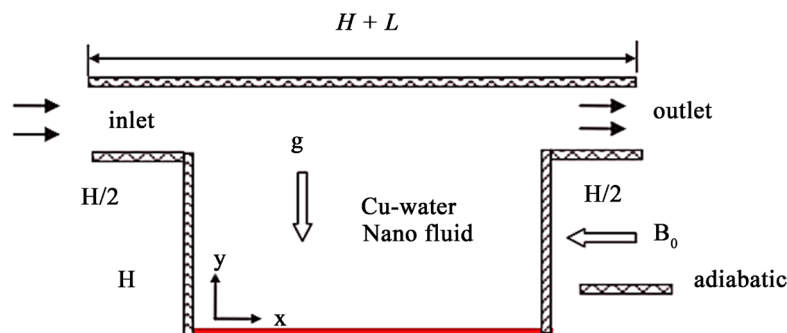


Figure 7. Physical model under Azad's consideration
图 7. Azad 考虑的物理模型

有限元法也被运用在三维结构的计算中, Venkatachalapathy 和 Udayakumar 的工作[40]以空气为流体的自然对流冷却为背景,对模拟电子元件的多个突出热源的自然对流传热进行了三维数值研究。通过测量热源、进风口、出风口和腔体的稳态温度,改变热通量和出口面积进行分析进而获得传热系数、努塞尔特数和格拉斯霍夫数。他们的结果表明,阵列内部的热源温度较高,传热系数几乎随着热源温度的增加而线性增加。

有限元法在腔体内对流传热的计算过程中,把计算区域划分为一系列微元(在二维情况下,微元多为三角形或四边形),由每个微元上去数个节点,然后通过对控制方程做积分来获得离散方程。其最大的优点是对不规则区域的适应性较好,对腔体内区域的边界区域可以完全计算到位,可以按照控制方程对满足分界面的条件,但是在三维结构中,有限元法对于处理边缘(棱边)、棱角等问题仍解决的不是很到位,计算时会出现奇点。为了解决三维方腔内流体传热问题,科学家们进一步开发适应解决三维问题的数值计算方法,有限体积法就被人们运用到腔体内对流传热问题。

2.3. 有限体积法

有限体积法(Finite Volume Method, 简称 FVM)也是比较常见的研究手段,它是由 Patankar 开发[41],一般地,在有限体积法主要利用散度定理将体积积分转化为曲面积分以考虑非结构网格。在二维矩形腔体内对流传热问题中,有限体积法也可以解决之前出现的理论问题。Deng 和 Chang [42]利用有限体积法数值研究了在一个充满空气($Pr = 0.7$)的矩形罩中的二维稳态和层流自然对流。他们的结果表明,在侧壁上具有两个正弦温度分布的外壳中,自然对流换热要好于在一个侧壁上具有单个正弦温度分布的外壳。

在有限体积法的发展中,不同的求解模型被科学家所提出。Kumar Singh 和 Premachandran 的工作[43]是研究 v^2 -f 模型对湍流自然流和混合对流的预测性能,如图 8(a)所示,在实验中开发了一种基于有限体积法的流速求解器用于求解腔体内的对流传热现象。为了评价 v^2 -f 模型求解器的性能,在实验中得到的结果与现有的研究或直接数值模拟(DNS)数据进行了比较。总体而言, v^2 -f 模型对自然对流和混合对流的

流动和传热特性的预测令人满意。Safaei 等人[44]利用有限体积法的 SIMPLE 算法求解研究了在具有冷的左壁和右壁、可移动的隔热上壁和固定的热下壁的方形封闭空间中,流体的混合对流换热问题。研究发现当理查森数小于 1 时,对于类似于牛顿流体的非牛顿流体,控制外壳内部的热传递是强制对流的。在 Ma 等人[45]的工作中,他们研究了倾斜的方形外壳中水/ Al_2O_3 纳米流体的自然对流传热。如图 8(b)所示,腔体的侧壁为冷壁,上下为隔热壁。求解方程时采用有限体积法进行求算,也采用了 SIMPLE 算法进行求解。结果表明,随着瑞利数(Ra)的加强,传热速率加强到 3.11 倍。特别地,在弱磁场下发生的传热最大,通过增强围护结构的角度,左右壁的传热率分别强化了 33%和 55%,而右壁的传热率则下降了 55%,同时在内部流体中添加纳米颗粒也会导致传热率的增强。

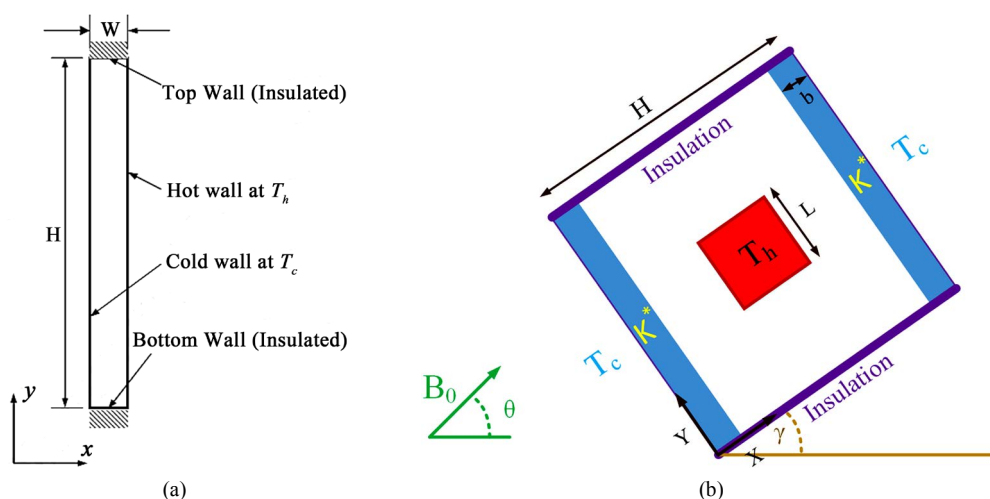


Figure 8. (a) The enclosure studied by Kumar Singh; (b) Schematic of the physical model studied by Ma
图 8. (a) Kumar Singh 研究的腔体结构; (b) Ma 研究的物理模型

除了二维矩形腔体内对流问题外,有限体积法也多利用在三维体系下。Dol 和 Hanjalic [46]就利用有限体积法对侧加热近似立方封闭体在高瑞利数下的湍流自然对流进行了计算研究。实验的结果表明,二次弯矩闭合在捕捉热三维效应和拐角强流线曲率方面效果较好。如图 9(a)中的边界条件, Gazdallah 等人 [47]在工作中介绍了在辐射传热中的有限体积法求解的实现,解算器只需访问六面体非结构化网格中控制面。他们的研究发现在不同形状的长方体腔体结构中,实验结果的温度和热通量的预测与以往数据比较时观察到良好的一致性。Kogawa 等人[48]利用有限体积法对湍流自然对流的湍流结构、边界层和传热进行了研究,包括立方腔内的辐射效应进行了研究。对气体辐射效应和表面辐射效应的边界层进行评价,发现立方体空腔内的流动循环增强,且表面辐射对湍流产生的剪切应力起主导作用。与气体辐射相比,表面辐射对辐射传热的影响显著。辐射效应改变了辐射传热,而所有计算条件下的对流传热都相似。对于传统对流体系的 RB 对流, Valencia 等人[49]利用有限体积法计算了立方腔内水的 RB 湍流对流的结果,如图 9(b)所示。他们的结果表明,瑞利数与流体保持在某种构型的时间或流体在不同构型之间变化所需的时间,不可能有明确的关系。

在解决三维尺度的流体传热问题,有限体积法展现出良好的算力,且弥补了有限元法在三维流体传热问题中容易出现在边界计算报错的缺点。随着技术的发展,科学家们将自己的专注点放在了更小的理论尺度,但当人们先要了解小尺度的流体运动时,现存的有限差分法、有限元法、有限体积法在计算速度上没有太大的优势,因为在计算 NS 这个偏微分方程上需要花费大量的时间,新的计算流体力学模拟方法也随之产生。

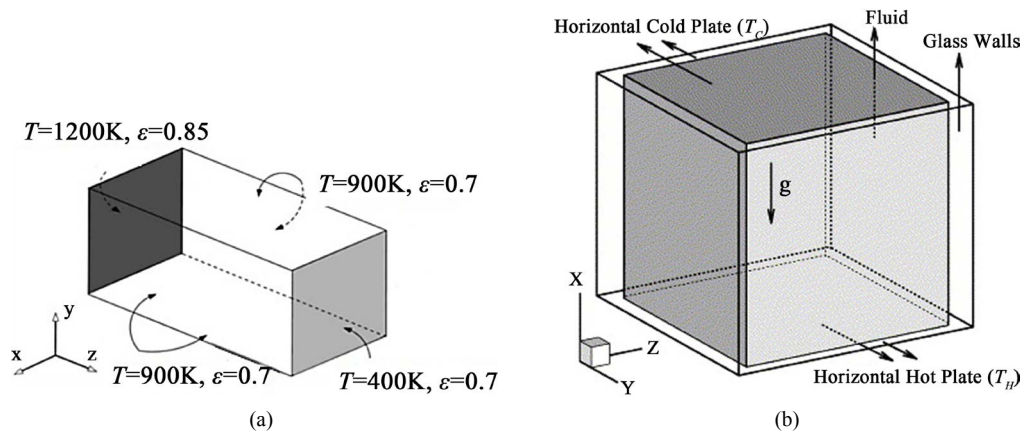


Figure 9. (a) Boundary conditions in Gazdallah's study; (b) The cube unit in the Valencia study
图 9. (a) Gazdallah 研究中的边界条件; (b) Valencia 研究中的立方体单元

2.4. 格子玻尔兹曼法

格子玻尔兹曼方法(Lattice Boltzmann Method, 简称 LBM) [50]就是这样的产物, 假设流体是由虚拟的微观粒子构成, 这些粒子在一个离散网格中进行连续传播和碰撞, 是独特的数值模拟计算方法。如图 10(a)所示, Dixit 和 Babu [51]用插值补充格子玻尔兹曼方法研究了方腔内高瑞利数流体的自然对流, 实验可以准确预测平均速度湍流边界层廓线。对于较高的瑞利数流体, 特别是高达 10^8 的瑞利数流体, LBM 在结果精度和计算速度方面都具有很强的竞争力。Chen 的工作[52]就是用一种新颖而简单的基于大涡流的 LBM 对二维空腔内湍流流动进行数值模拟。结果表明, 该模型的数值计算结果与前人的研究结果吻合较好。

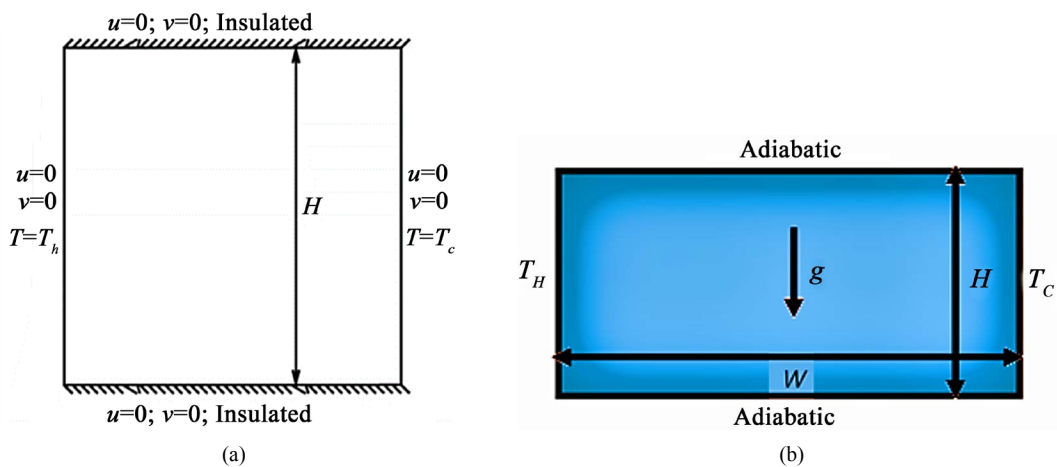


Figure 10. (a) Physical models in Dixit research; (b) Enclosure model studied by Sajjadi and Kefayati
图 10. (a) Dixit 研究中的物理模型; (b) Sajjadi and Kefayati 研究的腔体模型

进一步, Chen 又和 Krafczyk [53]研究了方形围护结构内部生热导致的湍流自然对流的熵增, 实验表明当 Eckert 数大于 10^{-8} 时, 时间平均总熵产数和最大熵产数几乎呈线性增加。如图 10(b)所示, Sajjadi 和 Kefayati [54]用大涡模拟技术对高大围场内的湍流自然对流进行了格子 Boltzmann 模拟。通过研究发现, 高径比和瑞利数的减小导致了换热的增加。Yao 等人[55]的工作采用格子玻尔兹曼法模拟了一个部分充满多孔介质的二维方形空腔中的自然对流问题, 通过数值模拟得到空腔内流体的流场和温度场。研究结果

表明, 在特征长度 $D < 0.1$ 或 $D > 0.9$ 的情况下, 热壁平均努塞尔数对多孔层宽度敏感。且在高瑞利数的条件下, 自然对流受到的影响变得明显。Wei 等[56]利用 LBM 研究了带热源方腔内的湍流自然对流换热, 如图 11(a)所示。实验结果表明, 腔内流动状态对传热特性的影响与加热器的无因次长度密切相关。

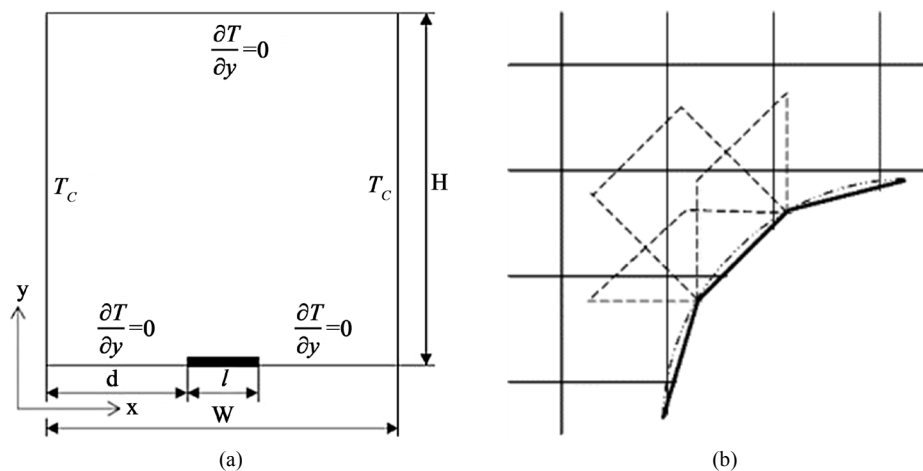


Figure 11. (a) Computational geometry studied by Wei; (b) Illustration of Zhou's volumetric boundary
图 11. (a) Wei 研究的计算模型的示意图; (b) Zhou 的体积边界条件说明

在物理场的控制上, 格子玻尔兹曼方法也可以应用于不同的物理场内的流体传热。Sheikholeslami 等人[57]研究了在磁场存在的条件下, 冷的方筒和热的椭圆筒之间的同心环状体的自由对流传热。正方体和椭圆体保持在均匀的温度下, 并假设壁是绝缘磁场, 利用格子玻尔兹曼方法求解控制方程。他们的结果表明, 平均努塞尔数是纳米粒子体积分数和瑞利数的递增函数, 而它是哈特曼数的递减函数。此外, 还可以发现, 随着哈特曼数的增加, 传热的增强程度也在增加, 但随着瑞利数的增加, 传热的增强程度也在降低。如图 11(b)所示, Zhou 等人[58]研究了封闭高空腔内的二维湍流自然对流, 测试了两个典型的 RB 对流案例以验证该浮力模型的概念和算法的正确性。然后对 $Ra = 0.86 \times 10^6$ 和 $Ra = 1.43 \times 10^6$ 两种不同瑞利数的封闭高空腔内湍流自然对流进行了模拟, 发现与前人的实验有很好的 consistency。

Choi 等人[59]也采用格子玻尔兹曼法, 如图 12(a)所示, 对矩形空腔中的湍流自然对流进行了数值研究。他们研究的主要重点是调查 LBM 对湍流自然对流的精度和数值稳定性。实验结果表明, 采用 HYBRID 热力模型的 LBM 预测的速度场与传统有限体积法预测的结果一样好。Ma 和 Yang 的研究[60]是在磁熔体存在的条件下, 利用 LBM 在有多孔方块障碍物的空腔内模拟了纳米流体的自然对流。结果表明在较低的温度下, 可以通过添加纳米颗粒使得传热效果更有效, 腔体内障碍物的配置会对平均努塞尔特数和传热速度产生影响, 因为它们会受到温度边界条件变化带来的影响。如图 12(b)所示, Rasul 等人[61]利用 LBM 研究含有障碍物的空腔内纳米流体的自然对流。结果主要集中在各种参数影响腔体流体内的等温线和流线, 它们可以描述纳米流体的流体力学和热行为。结果表明, 对于较低的瑞利数, 随着粗糙度数的增加, 平均努塞尔数没有变化, 而对于较高的瑞利数, 平均努塞尔数会先下降后保持不变。

这样看来, 格子玻尔兹曼方法和传统的计算流体力学中的数值模拟方法, 二者的区别在是否基于流体连续性假设。传统计算流体力学方法必须基于仿真的流体是连续的, 而玻尔兹曼方法则不受此假设的限制。尤其在比较微小的尺度, 如微米级的多孔介质中, 流体的流动在局部可能不满足连续性假设, 如果再采用传统的流体力学仿真, 准确度和可信度就会有有很大的影响。因此在微米级的多孔介质流体中, 都会优先采用格子玻尔兹曼方法。

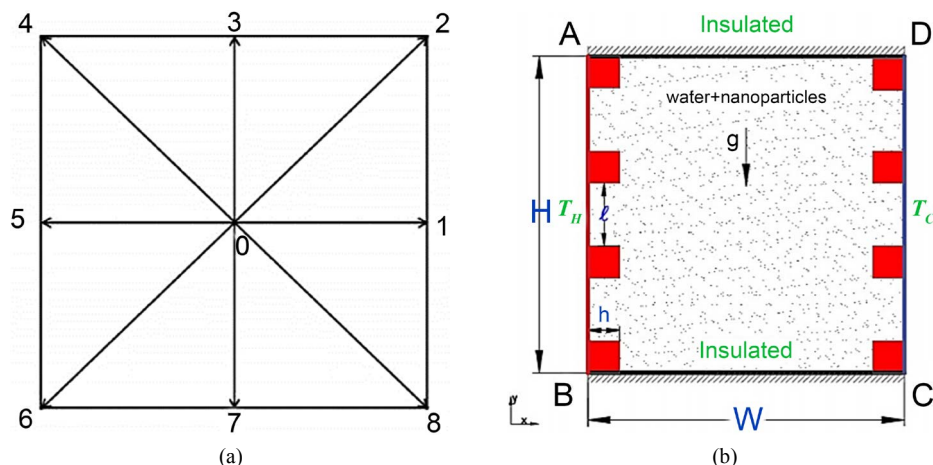


Figure 12. (a) Velocity directions in Choi's study; (b) Illustration of Rasul's volume boundary conditions
图 12. (a) Choi 研究中的速度方向; (b) Rasul 的体积边界条件说明

3. 总结

本文对矩形腔体内自然对流进行了一系列回顾, 总结过去人们关于在矩形腔体内对流数值计算的方法, 主要有四种模拟传热和流体流动的常用方法: 有限差分法、有限元法、有限体积法、格子玻尔兹曼法。从最早的有限差分法开始, 人们利用其解决一些基础的流体传热问题, 随着精度的要求和在复杂边界上的求解, 人们在有限差分法的基础上提出了有限元法, 它很有效地解决了在复杂边界上算力, 流体传热领域可以考虑更多样的传热问题。但有限元法在解决三维方腔内流体传热问题时, 会出现在边界处产生一些奇点和报错, 随着时间的推移, 科学家进一步总结开发有限体积法来解决三维腔体内的流体传热问题, 该方法可以应用到大尺度的流体传热的三维模型中去。随着研究的进步发展, 人们也开始了对于小尺度矩形腔体内流体传热进行研究, 利用有限体积法会在物理问题的解释中出现错误, 因为其基本是考虑连续性流体, 所以科学家进一步开发了格子玻尔兹曼法, 它可以模拟绝大多数在小尺度的腔体内流体传热问题, 且很好地解释具体小尺度流体传热现象。

这些方法针对矩形腔体所具有不同的几何形状参数, 或者矩形腔体的初始条件和边界条件的不同, 科学家们研究了矩形腔体内不同初始条件或者参数的流体传热问题, 总结了有价值的实验规律和流体运动现象。而且在研究中人们那也关注了流体种类对流体传热的影响, 纳米流体在腔体内的流体传热研究也是热门领域。因此, 我们总结前人的工作对未来矩形腔体内对流传热的研究是具有指导意义的, 同时人们对数值模拟方法的进步, 也在做着自己的迭代, 推陈出新。关于矩形腔体内的对流传热在未来还有很大研究的空间, 特别是在三维腔体体系对流体流动和传热的影响仍需要探究, 并要深入分析对流热的机理, 总结归纳三维腔体不同参数维度的条件下流体动力学相图也是仍待研究的。

参考文献

- [1] 张敬畅, 曹维良, 于定新, 石锦华, 窦正仓. 超临界流体干燥法制备纳米级 TiO_2 的研究[J]. 无机材料学报, 1999, 14(1): 23-35.
- [2] 李志义, 刘学武, 张晓冬, 夏远景, 胡大鹏. 超临界流体在微电子器件清洗中的应用[J]. 洗净技术, 2004, 2(5): 5-10.
- [3] Huang, H.S., Weng, Y.C., Chang, Y.W., Chen, S.L. and Ke, M.T. (2010) Thermoelectric Water-Cooling Device Applied to Electronic Equipment. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 37, 140-146. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2009.08.012>
- [4] 赵兆颐, 朱瑞安. 反应堆热工流体力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1992.

- [5] 郝恒东, 孙超, 夏克青. 湍流热对流中的动力学和传热研究[J]. 物理, 2006, 35(4): 265-268.
- [6] Batchelor, G.K. (1950) The Application of The Similarity Theory of Turbulence to Atmospheric Diffusion. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **76**, 133-146. <https://doi.org/10.1002/qj.49707632804>
- [7] Batchelor, G.K. (1954) Heat Transfer by Free Convection across A Closed Cavity between Vertical Boundaries At Different Temperatures. *Quarterly of Applied Mathematics*, **12**, 209-233. <https://doi.org/10.1090/qam/64563>
- [8] Poots, G. (1958) Heat Transfer by Laminar Free Convection in Enclosed Plane Gas Layers. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, **11**, 257-273. <https://doi.org/10.1093/qjmam/11.3.257>
- [9] Wilkes, J.O. and Churchill, S.W. (1966) The Finite-Difference Computation of Natural Convection in a Rectangular Enclosure. *AIChE Journal*, **12**, 161-166. <https://doi.org/10.1002/aic.690120129>
- [10] de Vahl Davis, G. (1968) Laminar Natural Convection in an Enclosed Rectangular Cavity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **11**, 1675-1693. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(68\)90047-1](https://doi.org/10.1016/0017-9310(68)90047-1)
- [11] Das, D., Roy, M. and Basak, T. (2017) Studies on Natural Convection within Enclosures of Various (Non-Square) Shapes—A Review. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **106**, 356-406. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.08.034>
- [12] Batri, A., Zarco-Pernia, E. and De María, J.M.G. (2014) A Review on Natural Convection in Enclosures for Engineering Applications. The Particular Case of the Parallelogrammic Diode Cavity. *Applied Thermal Engineering*, **63**, 304-322. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2013.10.065>
- [13] Biswal, P. and Basak, T. (2017) Entropy Generation vs Energy Efficiency For natural Convection Based Energy Flow in Enclosures and Various Applications: A Review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, **80**, 1412-1457. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2017.04.070>
- [14] Vanaki, S.M., Ganesan, P. and Mohammed, H.A. (2016) Numerical Study of Convective Heat Transfer of Nanofluids: A Review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, **54**, 1212-1239. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2015.10.042>
- [15] 林成森. 数值计算方法[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [16] 苏燕兵, 陆军, 白博峰. 封闭腔内水自然对流换热数值模拟[J]. 化工学报, 2007, 58(11): 2715-2720.
- [17] Liszka, T. and Orkisz, J. (1980) The Finite Difference Method at Arbitrary Irregular Grids and Its Application in Applied Mechanics. *Computers & Structures*, **11**, 83-95. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(80\)90149-2](https://doi.org/10.1016/0045-7949(80)90149-2)
- [18] Hiroyuki, O., Akira, M., Masaru, O., Churchill, S.W. and Lior, N. (1985) Numerical Calculations of Laminar and Turbulent Natural Convection in Water in Rectangular Channels Heated and Cooled Isothermally on the Opposing Vertical Walls. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **28**, 125-138. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(85\)90014-6](https://doi.org/10.1016/0017-9310(85)90014-6)
- [19] Paolucci, S. (1990) Direct Numerical Simulation of Two-Dimensional Turbulent Natural Convection in an Enclosed Cavity. *Journal of Fluid Mechanics*, **215**, 229-262. <https://doi.org/10.1017/S0022112090002634>
- [20] Yedder, R.B. and Bilgen, E. (1995) Turbulent Natural Convection and Conduction in Enclosures Bounded by a Massive Wall. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **38**, 1879-1891. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(94\)00298-A](https://doi.org/10.1016/0017-9310(94)00298-A)
- [21] Kuznetsov, G.V. and Sheremet, M.A. (2010) Numerical Simulation of Turbulent Natural Convection in a Rectangular Enclosure Having Finite Thickness Walls. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **53**, 163-177. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2009.09.043>
- [22] Zhang, Z., Chen, W., Zhu, Z. and Li, Y. (2014) Numerical Exploration of Turbulent Air Natural-Convection in a Differentially Heated Square Cavity at $Ra=5.33 \times 10^9$. *Heat and Mass Transfer*, **50**, 1737-1749. <https://doi.org/10.1007/s00231-014-1339-8>
- [23] Yang, H., Chen, T. and Zhu, Z. (2009) Numerical Study of Forced Turbulent Heat Convection in a Straight Square duct. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **52**, 3128-3136. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2009.01.029>
- [24] Tomé, M.F., Castelo, A., Ferreira, V.G. and McKee, S. (2008) A Finite Difference Technique for Solving the Oldroyd-B Model for 3D-Unsteady Free Surface Flows. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, **154**, 179-206. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2008.04.008>
- [25] Tomé, M.F., Mangiavacchi, N., Cuminato, J.A., Castelo, A. and McKee, S. (2002) A Finite Difference Technique for Simulating Unsteady Viscoelastic Free Surface flows. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, **106**, 61-106. [https://doi.org/10.1016/S0377-0257\(02\)00064-2](https://doi.org/10.1016/S0377-0257(02)00064-2)
- [26] Sheremet, M.A. and Miroshnichenko, I.V. (2015) Numerical Study of Turbulent Natural Convection in a Cube Having Finite Thickness Heat-Conducting Walls. *Heat and Mass Transfer*, **51**, 1559-1569. <https://doi.org/10.1007/s00231-015-1520-8>

- [27] Sheremet, M.A. (2011) Mathematical Simulation of Conjugate Turbulent Natural Convection in an Enclosure with Local Heat Source. *Thermophysics and Aeromechanics*, **18**, Article No. 107. <https://doi.org/10.1134/S0869864311010124>
- [28] Ozoe, H., Mouri, A., Hiramitsu, M., Churchill, S.W. and Lior, N. (1986) Numerical Calculation of Three-Dimensional Turbulent Natural Convection in a Cubical Enclosure Using a Two-Equation Model for Turbulence. *Journal of Heat Transfe*, **108**, 806-813. <https://doi.org/10.1115/1.3247016>
- [29] Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L. (2000) The Finite Element Method. Vol. 2, Butterworth-Heinemann, Oxford.
- [30] Fusegi, T. and Farouk, B. (1989) Laminar and Turbulent Natural Convection-Radiation Interactions in a Square Enclosure Filled with a Nongray Gas. *Numerical Heat Transfer*, **15**, 303-322. <https://doi.org/10.1080/10407788908944690>
- [31] Razzaque, M.M., Klein, D.E. and Howell, J.R. (1983) Finite Element Solution of Radiative Heat Transfer in a Two-Dimensional Rectangular Enclosure with Gray Participating Media. *Journal of Heat Transfer*, **105**, 933-936. <https://doi.org/10.1115/1.3245690>
- [32] Barakos, G., Mitsoulis, E. and Assimakopoulos, D. O. (1994) Natural Convection flow in a Square Cavity Revisited: Laminar and Turbulent Models with Wall Functions. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **18**, 695-719. <https://doi.org/10.1002/flid.1650180705>
- [33] Kuyper, R.A., Van Der Meer, T.H., Hoogendoorn, C.J. and Henkes, R.A.W.M. (1993) Numerical Study of Laminar and Turbulent Natural Convection in an Inclined Square Cavity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **36**, 2899-2911. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(93\)90109-J](https://doi.org/10.1016/0017-9310(93)90109-J)
- [34] Alam, P., Kumar, A., Kapoor, S. and Ansari, S.R. (2012) Numerical Investigation of Natural Convection in a Rectangular Enclosure Due to Partial Heating and Cooling at Vertical Walls. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, **17**, 2403-2414. <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2011.09.004>
- [35] Xamán, J., Arce, J., Álvarez, G. and Chávez, Y. (2008) Laminar and Turbulent Natural Convection Combined with Surface Thermal Radiation in a Square Cavity with a Glass Wall. *International Journal of Thermal Sciences*, **47**, 1630-1638. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2008.01.012>
- [36] Moraveji, M. K. and Hejazian, M. (2013) Natural Convection in a Rectangular Enclosure Containing an Oval-Shaped Heat Source and Filled with Fe₃O₄/Water Nanofluid. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, **44**, 135-146. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2013.03.011>
- [37] Asadian, A.M., Abouali, O., Yaghoubi, M. and Ahmadi, G. (2014) The Effect of Temperature Dependent Electrical Conductivity on the MHD Natural Convection of Al₂O₃-Water Nanofluid in a Rectangular Enclosure. *ASME 2014 12th International Conference on Nanochannels, Microchannels, and Minichannels Collocated with the ASME 2014 4th Joint US-European Fluids Engineering Division Summer Meeting*, Chicago, 3-7 August 2014, Article ID: V001T14A003. <https://doi.org/10.1115/ICNMM2014-21758>
- [38] Azad, A.K., Parvin, S. and Chowdhury, M.M.K. (2017) Effects of Hartmann Number on Combined Convection in a Channel with Cavity Using Cu-Water Nanofluid. *AIP Conference Proceedings*, **1851**, Article ID: 020081. <https://doi.org/10.1063/1.4984710>
- [39] Al-Kalbani, K.S. and Rahman, M.M. (2019) Convective Heat Transfer in the Flow of a Nanofluid in an Inclined Square Enclosure. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, **92**, 1150-1170. <https://doi.org/10.1007/s10891-019-02030-5>
- [40] Venkatachalapathy, S. and Udayakumar, M. (2010) Numerical Investigation of Natural Convection Heat Transfer from Multiple Heat Sources in a Square Enclosure. *Journal of Engineering and Applied Sciences*, **5**, 56-63.
- [41] Eymard, R., Gallouët, T. and Herbin, R. (2000) Finite Volume Methods. *Handbook of Numerical Analysis*, **7**, 713-1018. [https://doi.org/10.1016/S1570-8659\(00\)07005-8](https://doi.org/10.1016/S1570-8659(00)07005-8)
- [42] Deng, Q.H. and Chang, J.J. (2008) Natural Convection in a Rectangular Enclosure with Sinusoidal Temperature Distributions on Both Side Walls. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, **54**, 507-524. <https://doi.org/10.1080/01457630802186080>
- [43] Kumar Singh, N. and Premachandran, B. (2016) Analysis of Turbulent Natural and Mixed Convection Flows Using the v^2 - f Model. *Journal of Heat Transfer*, **138**, Article ID: 062502. <https://doi.org/10.1115/1.4032639>
- [44] Safaei, M.R., Rahmani, B. and Goodarzi, M. (2011) Numerical Study of Laminar Mixed Convection Heat Transfer of Power-Law Non-Newtonian Fluids in Square Enclosures by Finite Volume Method. *International Journal of Physical Sciences*, **6**, 7456-7470. <https://doi.org/10.5897/IJPS11.1092>
- [45] Ma, Y., Shahsavari, A., Moradi, I., Rostami, S., Moradikazerouni, A., Yarmand, H. and Zulkifli, N.W.B.M. (2019) Using Finite Volume Method for Simulating the Natural Convective Heat Transfer of Nano-Fluid Flow Inside an Inclined Enclosure with Conductive Walls in the Presence of a Constant Temperature Heat Source. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, Article ID: 123035. (In Press) <https://doi.org/10.1016/j.physa.2019.123035>

- [46] Dol, H.S. and Hanjalić, K. (2001) Computational Study of Turbulent Natural Convection in a Side-Heated Near-Cubic Enclosure at a High Rayleigh Number. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **44**, 2323-2344. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(00\)00271-4](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(00)00271-4)
- [47] Gazdallah, M., Feldheim, V., Claramunt, K. and Hirsch, C. (2012) Finite Volume Method for Radiative Heat Transfer in an Unstructured Flow Solver for Emitting, Absorbing and Scattering Media. *Journal of Physics: Conference Series*, **369**, Article ID: 012020. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/369/1/012020>
- [48] Kogawa, T., Okajima, J., Sakurai, A., Komiya, A. and Maruyama, S. (2017) Influence of Radiation Effect on Turbulent Natural Convection in Cubic Cavity at Normal Temperature Atmospheric gas. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **104**, 456-466. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.08.059>
- [49] Valencia, L., Pallares, J., Cuesta, I. and Grau, F.X. (2007) Turbulent Rayleigh-Bénard Convection of Water in Cubical Cavities: A Numerical and Experimental Study. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **50**, 3203-3215. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2007.01.013>
- [50] Mohamad, A. A. (2011) Lattice Boltzmann Method. Springer, London. <https://doi.org/10.1007/978-0-85729-455-5>
- [51] Dixit, H.N. and Babu, V. (2006) Simulation of High Rayleigh Number Natural Convection in a Square Cavity Using the Lattice Boltzmann Method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **49**, 727-739. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.07.046>
- [52] Chen, S. (2009) A Large-Eddy-Based Lattice Boltzmann Model for Turbulent Flow Simulation. *Applied Mathematics and Computation*, **215**, 591-598. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2009.05.040>
- [53] Chen, S. and Krafczyk, M. (2009) Entropy Generation in Turbulent Natural Convection Due to Internal Heat Generation. *International Journal of Thermal Sciences*, **48**, 1978-1987. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2009.02.012>
- [54] Sajjadi, H. and Kefayati, R. (2015) Lattice Boltzmann Simulation of Turbulent Natural Convection in Tall Enclosures. *Thermal science*, **19**, 155-166. <https://doi.org/10.2298/TSCI120105066S>
- [55] Yao, S.G., Duan, L.B., Ma, Z.S. and Jia, X.W. (2014) The Study of Natural Convection Heat Transfer in A Partially Porous Cavity Based on LBM. *The Open Fuels and Energy Science Journal*, **7**, 88-93. <https://doi.org/10.2174/1876973X01407010088>
- [56] Wei, Y., Dou, H.S., Wang, Z., Qian, Y. and Yan, W. (2016) Simulations of Natural Convection Heat Transfer in An Enclosure at Different Rayleigh Number Using Lattice Boltzmann Method. *Computers & Fluids*, **124**, 30-38. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2015.09.004>
- [57] Sheikholeslami, M., Gorji-Bandpy, M. and Ganji, D.D. (2013) Numerical Investigation of MHD Effects on Al₂O₃-Water Nanofluid Flow and Heat Transfer in a Semi-Annulus Enclosure Using LBM. *Energy*, **60**, 501-510. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2013.07.070>
- [58] Zhou, Y., Zhang, R., Staroselsky, I. and Chen, H. (2004) Numerical Simulation of Laminar and Turbulent Buoyancy-Driven Flows Using a Lattice Boltzmann Based Algorithm. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **47**, 4869-4879. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2004.05.020>
- [59] Choi, S. K., Kim, S. O., Lee, T. H., Kim, Y. I. and Hahn, D. (2012) Computation of Turbulent Natural Convection in a Rectangular Cavity with the Lattice Boltzmann Method. *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, **61**, 492-504. <https://doi.org/10.1080/10407790.2012.687998>
- [60] Ma, Y. and Yang, Z. (2019) LBM Simulation of MHD Nanofluid Heat Transfer in a Square Cavity with a Cooled Porous Obstacle: Effects of Various Temperature Boundary Conditions. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, **143**, 545-558. <https://doi.org/10.1007/s10973-019-09164-x>
- [61] Mohebbi, R., Izadi, M., Sidik, N. A. C. and Najafi, G. (2019) Natural Convection Heat Transfer of Nanofluid Inside a Cavity Containing Rough Elements Using Lattice Boltzmann Method. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, **29**, 3659-3684. <https://doi.org/10.1108/HFF-06-2018-0332>