

# 氮化硅脊波导在弯曲条件下折射率变化特性

朱玉麟, 孙德贵, 徐亚萌\*

长春理工大学, 理学院, 吉林 长春

收稿日期: 2022年1月12日; 录用日期: 2022年2月14日; 发布日期: 2022年2月22日

## 摘要

本文采用有限-差分方法模拟了绝缘体上氮化硅( $\text{Si}_3\text{N}_4$ )脊型弯曲波导的折射率特性。基于弯曲波导的麦克斯韦方程, 本文对弯曲波导芯层内折射率随波导半径与结构的变化进行了分析。进而, 利用有限-差分算法的软件MODE Solutions的仿真结果表明, 在脊型波导结构下, 弯曲的波导结构随着弯曲半径的增加导致传输光中心发生偏移, 造成TE/TM模式的有效折射率发生变化。该研究对于各波导器件中脊型波导弯曲设计评估具有重要意义。

## 关键词

氮化硅, 脊波导, 弯曲波导, 有效折射率

# Refractive Index Variation Characteristics of Silicon Nitride Rib Waveguide under Bending Condition

Yulin Zhu, Degui Sun, Yameng Xu\*

School of Science, Changchun University of Science and Technology, Changchun Jilin

Received: Jan. 12<sup>th</sup>, 2022; accepted: Feb. 14<sup>th</sup>, 2022; published: Feb. 22<sup>nd</sup>, 2022

## Abstract

In this paper, the refractive index characteristics of silicon nitride ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) bent rib waveguide on Silicon-on-Insulator are simulated by finite-difference method. Based on the Maxwell's equations of bent waveguides, the refractive index changes of the core with the radius and structure of a bent waveguide are analyzed. Then, our simulation results from the MODE Solutions of the Finite-Differen-

\*通讯作者。

ce software show that, for a bent rib waveguide structure, the center of transmitted light shifts with the increase of bending radius, and the effective refractive index of TE/TM mode changes with the increase of bending radius. This research is of great significance for the design and evaluation of various bending rib waveguide devices.

## Keywords

Silicon Nitride, Rib Waveguide, Curved Waveguide, Effective Refractive Index

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

弯曲波导是集成光路中的重要部分，它们不仅可用于实现光传输的方向变化或位移，而且可用于完成特殊功能，例如应用在定向耦合器、光调制器、光开关和环形谐振腔中[1] [2]，也常常用在同一集成芯片上的组件之间的连接上[3]。在器件的设计中，为了减小光学器件的尺寸，小半径弯曲波导的使用是必不可少的。但是，传输光在弯曲波导的弯曲部分进行传输时，其能量往往会因弯曲导致辐射损耗[4]，而且弯曲半径地不断减小则会导致弯曲损耗地迅速增加，只有当弯曲波导的曲率半径足够大时，这种弯曲损耗才可以忽略不计。因此，集成光路中弯曲波导的应用与其产生的光损耗之间是矛盾的。为此，自上世纪七十年代起，业内开展大量关于波导弯曲损耗的理论研究，产生了多个近似方法和公式，获得的计算精度也越来越高。

关于弯曲波导的研究，早期 Heiblum M.等人[5]将保角变换方法应用于波导弯曲的分析，得到了等效结构，允许用传统的光波导分析方法求解；讨论了波导的曲率和由直波导过渡到弯曲波导的损耗，导出了描述波导损耗与波导参数关系的简单一阶表达式。Garth 等人[6]利用一阶微扰理论，得到了弯曲阶跃折射率光波导场和传播常数的简单解析表达式，由其可以得到阶跃折射率波导的解。Jing-Song Gu 等人[7]提出了一种基于直线法的弯曲脊波导数值分析方法，开发了一种半矢量技术，用于确定在垂直于波导平面的方向上，具有任意折射率分布的弯曲脊波导结构中的偏振模式，得到了辐射损失和场分布的精确解。Thyagarajan K.等人[8]在弱导近似中，给出了一个分析描述弯曲波导在横向上具有可分离轮廓的传播特性，展示了用来精确计算波导弯曲损耗的一种矩阵方法。Berglund W. [9]等人对弯曲波导的弯曲损耗进行了较为完整的 WKB 分析，利用保角映射法和 WKB 近似得到更精确的弯曲光波导的弯曲损耗结果。Lidgate 等人[10]使用有限 - 差分光束传播方法研究了具有恒定和可变曲率半径的曲线建模方法，其中所用的圆柱坐标方案相对于保形映射矩形方案的实际优势得到了清楚的证明，后者在精度上具有零级限制；提出了一种与结构相关的有限 - 差分光束传播法方案，该方案允许对非均匀弯曲的弯曲波导进行建模，其计算精度与它们的均匀弯曲对应值相同。Xiao J. [11]等人利用改进的横向电场分量有限 - 差分法，在局域柱坐标系下建立了光介质波导弯曲的全矢量模态求解法，构造了一种六点有限 - 差分格式用于近似交叉耦合项以改善其收敛特性，并利用复坐标拉伸方法的完美匹配层吸收边界条件来有效地展示波导弯曲的泄漏特性，并通过计算典型弯曲脊波导的基模和高阶漏模，验证了所建立方法的有效性和实用性。Zhanghua H. [12]等人用变换光学重新讨论了光波导理论中弯曲损耗计算的基本问题，由于变换光学基于麦克斯韦方程组的形式不变性，与传统的折射率保角映射方法相比，该方法提供了更精确的波导弯曲损耗计算，尤其适用于小弯曲半径的等离子体波导或高折射率对比度的光子波导。

在整个弯曲理论的研究中, 被较广泛采用的方法是 Heiblum M.等人的保角变换法, 但该方法是一种比较宽泛的近似变换, 在计算精度上会有所缺陷, 因此近几年的弯曲波导理论研究开始趋向其他精确程度更高的方法, 例如 Lidgate 等人的圆柱坐标方案和 Zhanghua H.等人的变换光学法。而计算的主要算法则有有限-差分法(FDM)、光束传播法(BPM)、有限元法(FEM)、直线法(MOL)、模式匹配法(MMM)等, 其中应用最为广泛的则是有限-差分法(FDM)。

虽然弯曲波导光损耗的相关研究较多, 但是随着过去的十几年中, 基于微纳米级波导的光波线路在研究与应用不断发展与普及, 弯曲波导在其中的功能也在不断扩展, 不仅由此引起的光损耗需要研究并进行有效控制, 而且光波的其他参数, 如偏振态、有效折射率, 对其所实现的功能也将产生不可忽视的影响。然而, 关于光波脊波导弯曲部分传输的有效光折射率变化的研究与分析较少。因此, 本文采用有限-差分数值仿真方法, 主要研究了氮化硅材料的单模脊波导在弯曲条件下发生的传输光偏移以及 TE/TM 模式的有效折射率变化情况。仿真结果表明脊波导随着弯曲半径减小, 传输光偏移增大, TE/TM 模式折射率变化值增大, 造成的损耗也增大, 脊波导在实际运用中需要更加注意弯曲程度对折射率和损耗的影响, 这一结果可为日后的实验研究起到指导作用。

## 2. 仿真模型

基于 Xiao J.改进的横向电场分量有限-差分理论模型, 采用 MODE Solutions 软件对氮化硅脊型弯曲波导中光的传输特性进行了仿真研究。在完美匹配层(Perfectly Matched Layer, PML)的边界吸收条件下的圆柱坐标系中, 全矢量麦克斯韦方程组如下[11][13]:

$$\tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{E}} + \tilde{\nabla} \cdot \left( \tilde{\mathbf{E}} \cdot \frac{\tilde{\nabla} n^2}{n^2} \right) + k_0^2 n^2 \tilde{\mathbf{E}} = 0 \quad (1)$$

$$\tilde{\nabla} \rightarrow \tilde{r} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} + \tilde{\theta} \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{\theta}} + \tilde{z} \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \quad (2a)$$

$$\tilde{\nabla}^2 \rightarrow \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left( \tilde{r} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \right) + \frac{1}{\tilde{r}^2} \frac{\partial^2}{\partial \tilde{\theta}^2} + \frac{\partial^2}{\partial \tilde{z}^2} \quad (2b)$$

其中  $k_0 = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  是真空中波长,  $n$  是折射率分布。通过引入局部圆柱坐标系, 其中从全局圆柱系统到局部系统的变换规则如下:  $\tilde{r} \rightarrow \tilde{x} + R$ ,  $\tilde{\theta} \rightarrow \tilde{z}/R$  和  $\tilde{z} \rightarrow \tilde{y}$ , 其中  $R$  是弯曲半径, 关于横向电场分量  $E_x$  和  $E_y$  的全矢量波动方程可以表示为:

$$\begin{bmatrix} P_{xx} & P_{xy} \\ P_{yx} & P_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \beta^2 \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$P_{xx} E_x = \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left[ \frac{\tilde{t}_x}{n^2} \frac{\partial (\tilde{t}_x n^2 E_x)}{\partial \tilde{x}} \right] + \tilde{t}_x^2 \frac{\partial^2 E_x}{\partial \tilde{y}^2} + \tilde{t}_x^2 k_0^2 n^2 E_x \quad (4a)$$

$$P_{xy} E_y = \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left[ \frac{\tilde{t}_x^2}{n^2} \frac{\partial (n^2 E_y)}{\partial \tilde{y}} \right] - \tilde{t}_x^2 \frac{\partial^2 E_y}{\partial \tilde{x} \partial \tilde{y}} \quad (4b)$$

$$P_{yy} E_y = \tilde{t}_x \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left( \tilde{t}_x \frac{\partial E_y}{\partial \tilde{x}} \right) + \tilde{t}_x^2 \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \left[ \frac{1}{n^2} \frac{\partial (n^2 E_y)}{\partial \tilde{y}} \right] + \tilde{t}_x^2 k_0^2 n^2 E_y \quad (4c)$$

$$P_{yx} E_x = \tilde{t}_x^2 \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \left[ \frac{1}{\tilde{t}_x n^2} \frac{\partial (\tilde{t}_x n^2 E_x)}{\partial \tilde{x}} \right] - \tilde{t}_x \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left( \tilde{t}_x \frac{\partial E_y}{\partial \tilde{y}} \right) \quad (4d)$$

其中, 在参考文献[10]中,  $n$  为直波导的芯层折射率, 于是代表折射率变化的表达式为  $n_{bend} = \tilde{t}_x \cdot n$ , 而  $\tilde{t}_x = 1 + \tilde{x}/R$ 。我们认为并不是非常精确的, 所以在本文中, 我们参考 WKB 弯曲波导近似法, 用  $\tilde{t}_x = \exp(x/R)$ ,  $\beta$  是复传播常数。复有效指数  $n_{eff}$  定义为  $n_{eff} = \beta/k_0 = n_r - jn_i$ , 其中  $n_r$  和  $n_i$  分别对应实部和虚部。公式(3)是一个没有等效直波导近似的公式。同时公式中  $\tilde{t}_x \rightarrow 1$ , 表示弯曲半径趋于无穷大, 此时的公式不断接近直波导公式,  $P_{xx} \neq P_{yy}$  导致偏振依赖性, 而  $P_{xy} \neq 0$  和  $P_{yx} \neq 0$  导致两个分量之间的偏振耦合。另外,  $z$  是传播方向, 在式中可忽略, 如果将  $y$  方向的尺寸设置为无限大, 则波导的横截面沿  $y$  轴是均匀的。此时可以忽略  $\partial/\partial y$  项, 将表达式简化为二维光学介质波导弯曲的表达式。同时, 为了使波导模式能够更好的传输, 减小传输的损耗, 设计的脊波导需要满足 Soref R.A. 的基于局部模耦合理论的脊形光波导的单模传输条件[14]:

$$\frac{W}{H} \leq 0.3 + \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \quad (5)$$

作为仿真实例, 一个弯曲波导结构如图 1 所示, 氮化硅层总厚为  $H$ , 脊宽为  $W$ , 脊下氮化硅平面层厚为  $h$  的脊波导置于  $\text{SiO}_2$  层上方, 脊波导上覆盖着  $\text{SiO}_2$  层, 仿真区域以脊波导为中心, 使用有限-差分本征模(FDE)求解器, 模拟区域尺寸为  $6 \mu\text{m} \times 6 \mu\text{m}^2$ , 模拟网格精度为  $0.01 \mu\text{m} \times 0.01 \mu\text{m}^2$ , 模拟区域垂直于  $z$  轴方向, 模拟区域外设置为完全吸收边界条件(PML)。

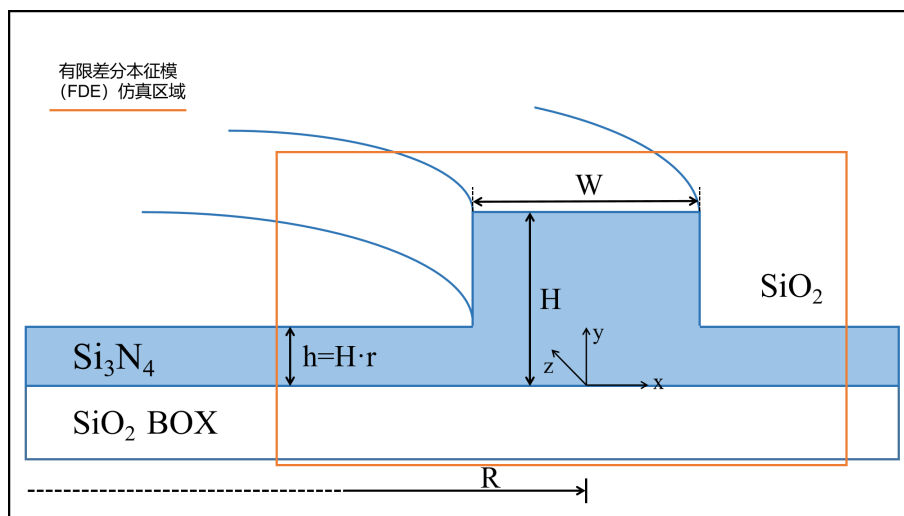


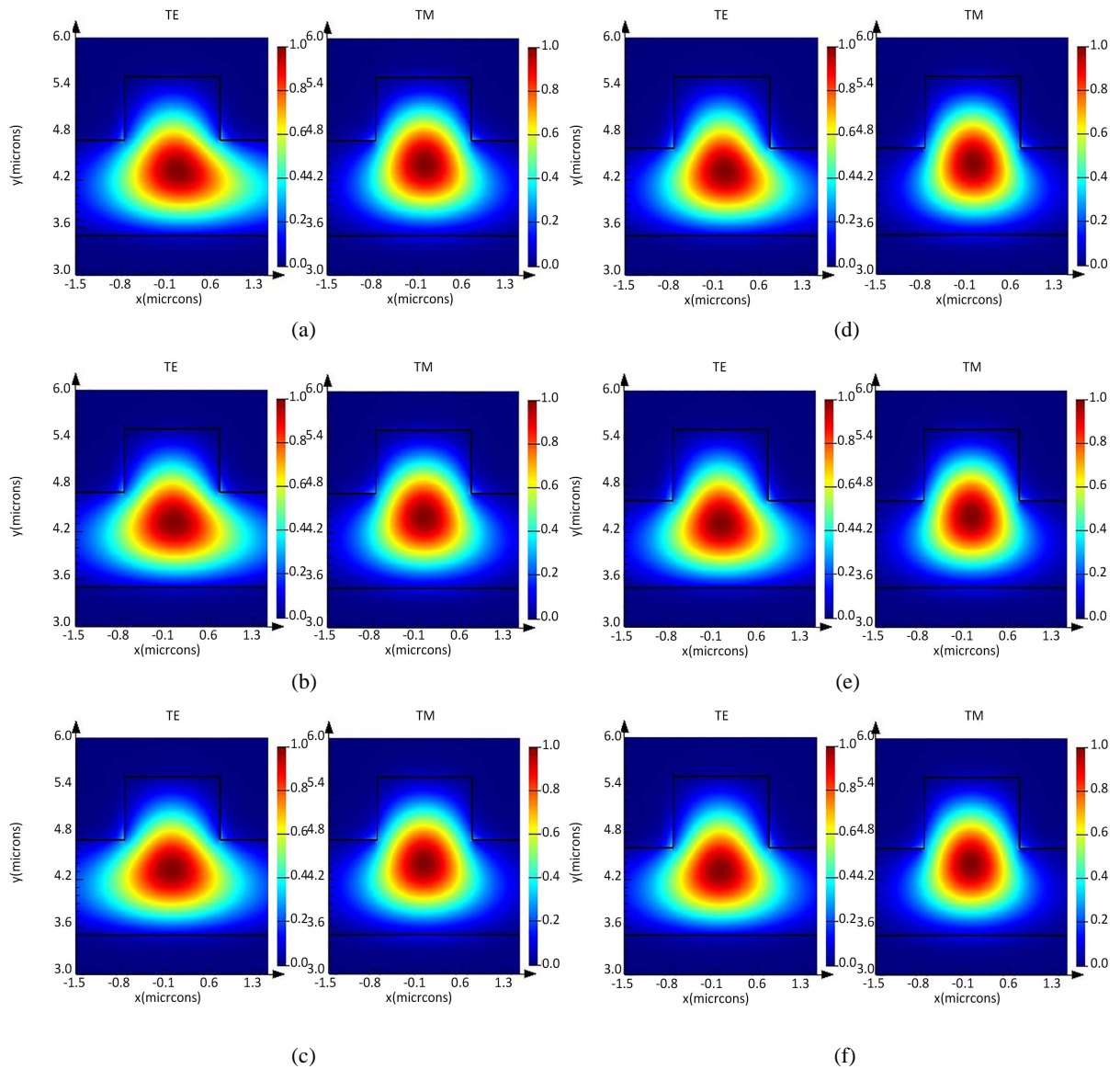
Figure 1. Finite-difference simulation schematic diagram

图 1. 有限-差分仿真模拟示意图

### 3. 结果与讨论

根据单模条件, 我们设计了脊宽  $W$  为  $1.5 \mu\text{m}$ 、 $1.75 \mu\text{m}$ 、 $2 \mu\text{m}$ , 刻蚀深度为  $0.8 \mu\text{m}$ 、 $0.9 \mu\text{m}$  的脊波导, 其中  $\text{Si}$  层总高度  $H$  为  $2 \mu\text{m}$ 。其中, 模拟  $W = 1.5 \mu\text{m}$  的弯曲脊波导在弯曲半径为  $R = 750 \mu\text{m}$ 、 $1500 \mu\text{m}$ 、 $\infty \mu\text{m}$ , 刻蚀深度为  $0.8 \mu\text{m}$ 、 $0.9 \mu\text{m}$ , 模拟时使用的波长为  $1.55 \mu\text{m}$ , 从而获得了如图 2 所示的 TE/TM 模式的光场分布图。

在图 2 的仿真结果图中, 我们可以看出弯曲半径为  $750 \mu\text{m}$  时, TE 模式光在脊波导中发生了偏移, 在脊波导下端的  $\text{Si}_3\text{N}_4$  平面层内传输的光受弯曲的影响更为明显, 由于平面层不存在波导的限制, 这将导致传输光出现传输损耗增加的情况, 在弯曲半径从  $750 \mu\text{m}$  到  $1500 \mu\text{m}$ , 可以看出随着弯曲半径的增大, 脊波导受弯曲的影响逐渐减小, 同时 TE 模式与 TM 模式相比, TE 模式受弯曲的影响更大。而这些结论



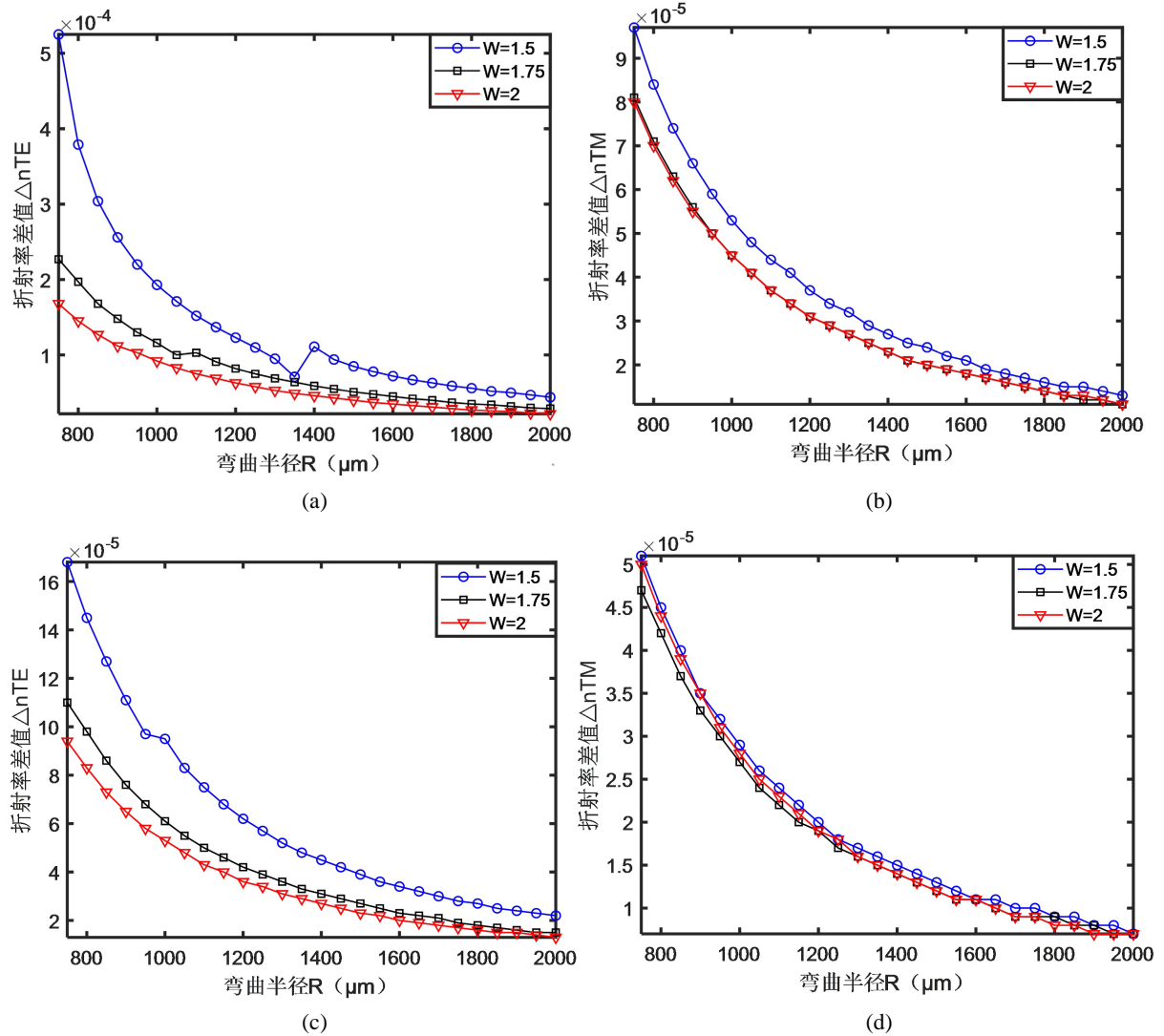
**Figure 2.** The TE/TM mode diagram of the curved rib waveguide with  $W = 1.5 \mu\text{m}$  at bending radius  $R = 750 \mu\text{m}$ ,  $1500 \mu\text{m}$  and  $\infty \mu\text{m}$ ; (a) (b) (c) Etching depth  $0.8 \mu\text{m}$ , (d) (e) (f) Etching depth  $0.9 \mu\text{m}$

**图 2.**  $W = 1.5 \mu\text{m}$  的弯曲脊波导在弯曲半径为  $R = 750 \mu\text{m}$ 、 $1500 \mu\text{m}$ 、 $\infty \mu\text{m}$  时 TE/TM 模式图; (a) (b) (c) 刻蚀深度为  $0.8 \mu\text{m}$ , (d) (e) (f) 刻蚀深度为  $0.9 \mu\text{m}$

对于研究弯曲波导不可或缺的功能结构，如波导之间的耦合与干涉而言很有参考价值。同时我们模拟得到的模式光场分布与 Jing-Song Gu 等人使用直线法得到的模式光场分布情况基本一致，光偏移现象和 Xiao J. 等人的横向电场分量有限 - 差分法与 Zhanghua H. 等人用变换光学得到的模拟结果吻合，因此我们仿真模拟结果的有效性得到了确认。

图 3 是 TE 与 TM 模式的有效折射率变化值与弯曲半径的关系图，弯曲脊波导的 TE/TM 模式有效折射率与直波导的 TE/TM 模式有效折射率相比出现了增加的情况。脊宽为  $1.5 \mu\text{m}$ ，刻蚀深度为  $0.9 \mu\text{m}$  的脊波导在弯曲半径  $R = 750 \mu\text{m}$  时，TE 模式有效折射率差值  $\Delta n_{\text{TE}} = 1.68 \times 10^{-4}$ ，TM 模式有效折射率差值  $\Delta n_{\text{TM}} = 5.1 \times 10^{-5}$ ，在  $R = 1500 \mu\text{m}$  时，TE 模式有效折射率差值  $\Delta n_{\text{TE}} = 3.9 \times 10^{-5}$ ，TM 模式有效折射率差值  $\Delta n_{\text{TM}} = 1.3 \times 10^{-5}$ ，TE 模式与 TM 模式相比受到弯曲的影响更大，弯曲半径越小，有效折射率差值越

大。同时对比脊宽  $W = 1.5$ 、 $1.75$ 、 $2 \mu\text{m}$  的脊波导在相同弯曲半径  $R = 750 \mu\text{m}$  的情况下，TE 模式有效折射率差值分别对应为  $\Delta n_{\text{TE}} = 1.68 \times 10^{-4}$ ， $\Delta n_{\text{TE}} = 1.1 \times 10^{-4}$ ， $\Delta n_{\text{TE}} = 9.4 \times 10^{-5}$ ，脊宽的增加降低了模式有效折射率差值。



**Figure 3.** The diagram of the relationship between effective refractive index variation and bending radius of TE/TM mode at different rib widths; (a) (b) Etching depth  $0.8 \mu\text{m}$ , (c) (d) Etching depth  $0.9 \mu\text{m}$

**图 3.** 不同脊宽条件下 TE/TM 模式的有效折射率变化值与弯曲半径的关系图; (a) (b)刻蚀深度为  $0.8 \mu\text{m}$ , (c) (d)刻蚀深度为  $0.9 \mu\text{m}$

#### 4. 结论

本文主要研究了氮化硅( $\text{Si}_3\text{N}_4$ )材料的单模脊波导在弯曲条件下发生的传输光偏移以及 TE/TM 模式的有效折射率变化情况。仿真结果表明，氮化硅材料的脊波导在弯曲条件下，传输光中心会往弯曲中心点外的方向偏移，同时导致了传输光 TE/TM 模式的有效折射率发生增大的情况。由于单模脊波导的单模条件限制，造成脊波导的高度受到限制；在  $\text{Si}_3\text{N}_4$  层总高度相同条件下，脊高越小，传输光受脊波导束缚越小，这也导致在下方平面层内传输的光受到弯曲条件的影 响越大，使光在弯曲脊波导的传输损耗增加；

另一方面,脊宽的增加将减轻弯曲条件造成的影响,本文为脊波导在弯曲条件的使用提供了参考。比如,对于波导型偏振分束器和偏分复用器件的研制与开发,本文的模拟结果具有重要的参考价值。

## 参考文献

- [1] 管小伟, 吴昊, 戴道铤. 硅基混合表面等离子体纳米光波导及集成器件[J]. 中国光学, 2014, 7(2): 15.
- [2] 高峰, 秦莉, 陈泳屹, 等. 弯曲波导研究进展及其应用[J]. 中国光学, 2017, 10(2): 18.
- [3] Bahadori, M., Nikdast, M., Cheng, Q., Bergman, K. (2019) Universal Design of Waveguide Bends in Silicon-on-Insulator Photonics Platform. *Journal of Lightwave Technology*, **37**, 3044-3054. <https://doi.org/10.1109/JLT.2019.2909983>
- [4] Brimont, A., Hu, X., Cueff, S., et al. (2016) Low-Loss and Compact Silicon Rib Waveguide Bends. *IEEE Photonics Technology Letters*, **28**, 299-302. <https://doi.org/10.1109/LPT.2015.2495230>
- [5] Heiblum, M. and Harris, J. (1975) Analysis of Curved Optical Waveguides by Conformal Transformation. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **11**, 75-83. <https://doi.org/10.1109/JQE.1975.1068563>
- [6] Garth, S.J. (1987) Modes on a Bent Optical Waveguide. *IEE Proceedings—Optoelectronic*, **134**, 221-229. <https://doi.org/10.1049/ip-j.1987.0039>
- [7] Thyagarajan, K. Shenoy, M.R. and Ghatak, A.K. (1987) Accurate Numerical Method for the Calculation of Bending Loss in Optical Waveguides Using a Matrix Approach. *Optics Letters*, **12**, 296-298. <https://doi.org/10.1364/OL.12.000296>
- [8] Gu, J.S. and Besse, P.A. (1991) Method of Lines for the Analysis of the Propagation Characteristics of Curved Optical Rib Waveguides. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **27**, 531-537. <https://doi.org/10.1109/3.81359>
- [9] Berglund, W. and Gopinath, A. (2000) WKB Analysis of Bend Losses in Optical Waveguides. *Journal of Lightwave Technology*, **18**, 1161-1166. <https://doi.org/10.1109/50.857763>
- [10] Lidgate, C.S. (2002) Conformal Mapping: Limitations for Waveguide Bend Analysis. *IEE Proceedings—Science, Measurement and Technology*, **149**, 262-266. <https://doi.org/10.1049/ip-smt:20020597>
- [11] Xiao, J. and Sun, X. (2010) Full-Vector Analysis of Optical Dielectric Waveguide Bends Using Improved Finite Difference Method Based on E Fields in Cylindrical Coordinate Systems. *Journal of Optics*, **12**, Article No. 055404. <https://doi.org/10.1088/2040-8978/12/5/055404>
- [12] Han, Z., Zhang, P. and Bozhevolnyi, S.I. (2013) Calculation of Bending Losses for Highly Confined Modes of Optical Waveguides with Transformation Optics. *Optics Letters*, **38**, 1778-1780. <https://doi.org/10.1364/OL.38.001778>
- [13] Lui, W.W., Xu, C.-L., Hirono, T., Yokoyama, K. and Huang, W.-P. (1998) Full-Vector Wave Propagation in Semiconductor Optical Bending Waveguides and Equivalent Straight Approximations. *Journal of Lightwave Technology*, **16**, 910-914. <https://doi.org/10.1109/50.669038>
- [14] Soref, R.A., Schmidtchen, J. and Petermann, K. (1991) Large Single-Mode Rib Waveguides in GeSi-Si and Si-on-SiO<sub>2</sub>. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **27**, 1971-1974. <https://doi.org/10.1109/3.83406>