

转动和磁场下的手征相变

李聪怡

华北电力大学, 数理学院, 北京

收稿日期: 2022年2月18日; 录用日期: 2022年3月18日; 发布日期: 2022年3月25日

摘要

关于磁场和角速度对强相互作用相变的影响, 一些学者已经开展了一定的研究。研究表明系统旋转会抑制夸克凝聚, 且选取的旋转系统的半径对动力学夸克质量也有影响, π 介子在磁场中旋转对其凝聚起促进作用等。本文针对重离子的非对心碰撞, 对同时存在磁场和旋转的强相互作用相变进行了研究。考虑到QCD渐进自由的本质特征, 用变耦合参数和含有夸克自由度的NJL模型, 得到了格点QCD预测的反磁催化现象, 探究了磁场和旋转角速度对手征相变的临界温度的影响。

关键词

磁场, 旋转, 手征凝聚, 手征对称性

Chiral Phase Transition for the Rotation and External Magnetic Field

Congyi Li

School of Mathematics and Physics, North China Electric Power University, Beijing

Received: Feb. 18th, 2022; accepted: Mar. 18th, 2022; published: Mar. 25th, 2022

Abstract

Some studies have been carried out on the influence of magnetic field and angular velocity on phase transition of strong interaction. The rotation can inhibit the quark condensation, and the selected radius in a rotation system also has an effect on the mass of the dynamical quark. The rotation of pion in magnetic field promotes its condensation. Given the non-central collision of heavy ions, we investigate phase transition of strong interaction with both magnetic field and rotation. In view of the fact that asymptotic freedom of QCD, we take the NJL model of variable coupling parameters and containing quark freedoms, obtain the inverse magnetic catalysis phenomenon predicted by lattice QCD, and study the influence of magnetic field and rotational angular velocity on

the critical temperature of chiral phase transformation.

Keywords

Magnetic Field, Rotation, Chiral Condensation, Chiral Symmetry

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

勾勒量子色动力学(QCD)的相图是中高能核物理研究的前沿和热点。手征相变和解禁闭相变是 QCD 中最重要的两种相变。对手征相变而言,在手征极限下(裸夸克质量为零),手征对称性可表征手征相变,其序参量是夸克凝聚。作为第一性原理的格点量子色动力学(LQCD)是研究 QCD 相图的重要方法。但是当重子数化学势非零时,有著名的“符号问题”[1]。而 Nambu-Jona-Lasinio (NJL)有效模型不存在这个问题,其具有动力学手征对称性破缺的性质,可以很好地描述低能强子的性质。

大爆炸初期,整个宇宙处于夸克胶子相。在实验室利用重离子加速器可以实现相对论重离子的碰撞来产生夸克胶子等离子体。研究这个过程物理现象有助于我们了解宇宙初期的演化。因此,近年来关于磁场和旋转角速度对强相互作用相变的研究越来越多。文献[2]表明两个重离子对撞会产生强磁场,强度可达 $10^{18}\sim 10^{20}$ 高斯。重离子的非对心碰撞会产生 $10^3\sim 10^5\hbar$ 大小的角动量,且伴随着短暂的强磁场[3][4]。STAR 利用束流能量扫描程序对 Au-Au 非对心碰撞进行测量,测出其角速度在 10^{21} S^{-1} 的数量级[5]。最初主要研究的是磁场对手征对称性的影响,以及强磁场中的物相变化。研究结果表明强磁场使得手征对称性破缺的真空更稳定[6][7][8][9]。在强磁场中任何维度下,费米子会重组进入朗道能级,且每个能级具有较大的简并度[10]。强磁场下还存在两个有意思的现象:磁催化和反磁催化。磁催化是指低温下手征对称性在磁场中减弱。反磁催化是指在较高温度下手征对称性在磁场中得到加强。

手征对称性的反磁催化现象最初是由 LQCD 预测的[11],然而有限温度下传统的 NJL 模型不能预测反磁催化的现象。其中有研究者认为反磁催化是胶子逆反应的结果,采用了体现胶子逆反应的拓展的 PNJL 模型,却没能得到反磁催化的结果[12]。到目前为止反磁催化的机制明确,一个可能的解释是 NJL 模型中没有考虑胶子自由度,并且没有包含海夸克对外磁场的反作用。即 NJL 模型没有体现 QCD 渐进自由的基本特征[13]。尤其是在高温、中子密度较大时以及强磁场中。因此,唯象模型可以通过改变耦合参数来模拟 QCD 渐进自由的特征。文献[14]从 QCD 的渐进自由出发,通过与格点数据拟合得到了以温度和磁场为变量的耦合参数,从而得到了反磁催化的现象。其他的研究表明:旋转对无角动量的手征凝聚和双夸克凝聚有抑制作用[15],有限温度下相互作用的费米子通过旋转可以恢复手征对称性的自发破缺[16]。

已有的关于磁场和旋转系统的研究使用的是传统的 NJL 模型[17]。该模型不能得到 LQCD 预测的反磁催化的现象。而在强磁场下,我们必须考虑能产生反磁催化的有效模型。因此,本文将基于相对论重离子的非对心碰撞,用改进的 NJL 模型对旋转和外磁场下的手征相变展开研究。

2. NJL 模型及其参数

在外磁场下,两种味道的 NJL 模型的拉氏密度为

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} \left[i\gamma^\mu \left[D_\mu + m_0 \right] \right] \psi + G \left[(\bar{\psi}\psi)^2 + (\bar{\psi}i\gamma_5\tau\psi)^2 \right] \quad (1)$$

其中 $\psi = (u, d)^T$ 表示两种味道的夸克场, m_0 是裸夸克质量, G 是耦合常数 $\tau_i (i=1,2,3)$ 是在味道空间的泡利矩阵。 $D_\mu = \partial_\mu + i\hat{q}A_\mu$ 是协变导数, 其中, $\hat{q} = \text{diag}(q_u, q_d)$ 是电荷矩阵, 矢量势 A_μ 表示弯曲时空的电磁场。

我们知道不同的规范选取不会破坏物理结果。在这里我们取惯性系中的对称规范, 即 $A_i = (0, B_y/2, -B_x/2, 0)$, 这会导致 $\mathbf{B} = B\hat{z}$ 。系统有角速度为 Ω 的旋转, 且旋转方向平行于外磁场方向时, NJL 模型的拉氏量为[18]

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} \left\{ \gamma^0 \left[i\partial_t + \Omega \left[\hat{L}_z + \hat{S}_z \right] \right] + i\gamma^1 D_{x+} + i\gamma^2 D_{y+} + i\gamma^3 \partial_z - m_0 \right\} + \mathcal{L}_{int} \quad (2)$$

$$\mathcal{L}_{int} = G \left[(\bar{\psi}\psi)^2 + (\bar{\psi}i\gamma_5\tau\psi)^2 \right] \quad (3)$$

其中, 轨道角动量算符为 $\hat{L}_z \equiv -i(x\partial_y - y\partial_x)$, 自旋算符为 $\hat{S}_z = \sigma^{12}/2$, $D_x = \partial_x + i\hat{q}B_y/2$, $D_y = \partial_y - i\hat{q}B_x/2$ 。

在旋转方向平行于磁场方向, 平均场近似的情形下, 由四费米子相互作用引起的动力学夸克质量为

$$m = m_0 - 2G \langle \bar{\psi}\psi \rangle \quad (4)$$

研究表明旋转系统在旋转方向的垂直方向上必须有边界。在文中, 我们把研究的系统看作一个圆柱体, R 为研究系统的半径, 即圆柱体的半径。相对论的因果关系要求 $\Omega R < 1$, 所以选取的圆柱体半径不能无限大。又因为动力学夸克质量在边界处不均匀, 即 $m = m(r)$ 。文献[19]研究了圆柱体半径的选取对动力学夸克质量的影响。研究表明: 半径足够大时, 不均匀现象仅出现在边界很小范围内。因此, 只需要选取较大的圆柱体半径就可以解决该问题。本文中, 我们选取的圆柱体半径在 10^{-15} m 这个数量级, 可以将 m 视为一个常数。

当夸克系统处于高温或者强磁场中, 有效模型的计算结果和格点 QCD 得到的结果不一致。一个合理的解释是 NJL 有效模型并未体现 QCD 渐进自由这一重要特征。为了解决这一问题, 我们采用随磁场和温度变化的耦合常数[20]。

$$G(B, T) = C(B) \left[1 - \frac{1}{1 + e^{\beta[B][T\alpha[B]-T]}} \right] + s(B) \quad (5)$$

方程中的拟合参数如表 1 所示, 且拟合参数 $C, T\alpha, s, \beta$ 均为磁场的函数。

Table 1. Value of fitting parameters in coupling parameter

表 1. 耦合参数中的拟合参数值

eB	C	$T\alpha$	s	β
0	0.9	0.168	3.731	40
0.2	1.226	0.168	3.262	34.117
0.4	1.769	0.169	2.294	22.988

随温度和磁场变化的耦合参数的函数图像如图 1 所示。由图 1 的耦合参数图像可知, 随着温度的升高耦合参数减小, 这很好地体现了 QCD 渐进自由的基本特征。

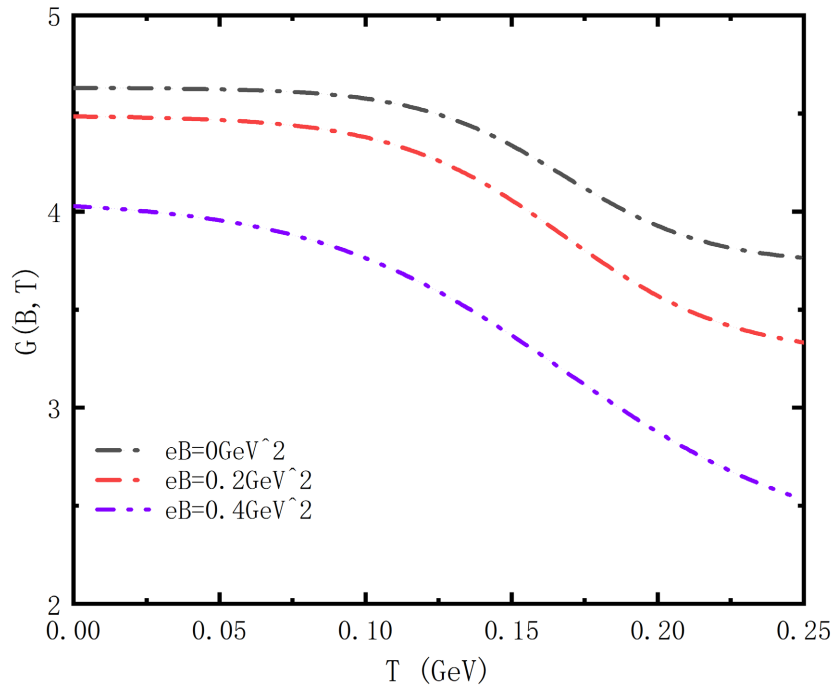


Figure 1. For different values of magnetic field, coupling parameter as a function of T
图 1. 不同磁场下, 耦合参数作为温度的函数图像

有限温度下能隙方程为

$$\frac{m - m_0}{2G(B, T)N_C} = \frac{m^2}{\pi^2} \left[\Lambda \sqrt{1 + \frac{\Lambda^2}{m^2}} - m \ln \left(\frac{\Lambda}{m} + \sqrt{1 + \frac{\Lambda^2}{m^2}} \right) \right] + \frac{m}{4\pi^2} \sum_{f=u,d} \int_0^\infty \frac{ds}{s^2} e^{-sm^2} \left(\frac{q_f Bs}{\tanh q_f Bs} - 1 \right) + c \quad (6)$$

$$c = -m \sum_{n=0}^\infty \frac{1}{S} \sum_{l=0}^{N_f} \int_{-\infty}^\infty \frac{dp_z}{\pi} \frac{\alpha_n}{\epsilon_{nf}} \left[f(\epsilon_{nf} + \Omega_{nl}) + f(\epsilon_{nf} - \Omega_{nl}) \right] \quad (7)$$

其中, $N_f = 2$, $N_C = 3$ 。 Λ 是真空中三维动量空间的截断, $\alpha_n = \frac{2 - \delta_{n0}}{2}$, $\Omega_{nl} = (l - n + 1/2)\Omega$, 求和上限 $N_f = \frac{|q_f B| S}{2} \pi$, $q_u = 2e/3$, $q_d = -e/3$ 。狄拉克费米子分布函数为 $f(E) = \frac{1}{e^{E/T} + 1}$ 。 $m_0 = 5 \text{ MeV}$, $\Lambda = 0.65 \text{ GeV}$, $R = 20/\sqrt{eB} \text{ GeV}^{-1}$ 。

3. 结果及讨论

利用两种味道的 NJL 模型进行数值计算, 并画出不同旋转角速度和温度下的 QCD 相图。利用相图来研究温度, 磁场和旋转角速度对手征对称性的影响。 T 表示温度, Ω 表示角速度, eB 表示磁场强度。

图 2 展示的是无旋转时, 动力学夸克质量随磁场和温度的变化情况。我们可以得到以下结论: 在零温附近, 动力学质量随磁场的增强而增大。即磁场越强, 手征凝聚越大。这就是磁催化现象。 $T \sim 0.1 \text{ GeV}$ 附近, 动力学夸克质量迅速减小。且在强磁场下更小, 此即反磁催化现象。相图中的一个整体趋势是随着温度升高, 动力学质量有明显的减小。即温度升高, 手征对称性的自发破缺开始恢复, 夸克凝聚减小。

图 3 展示的是旋转角速度为 0.002 GeV 时, 动力学质量随磁场和温度的变化情况。定性来看图 3 与图 2 基本一致。不同之处是温度在 $0 \text{ GeV} \sim 0.1 \text{ GeV}$ 范围内, 有旋转时动力学夸克质量减小较快, $T > 0.1 \text{ GeV}$

动力学夸克质量相比无旋转有所减小。综上所述，无磁场时夸克质量不受旋转的影响，有磁场时旋转起到抑制作用，即旋转磁抑制。图 4 是旋转角速度为 0.003 GeV 时，动力学夸克质量随磁场和温度的变化情况。如图 4 所示，有磁场时旋转下动力学夸克质量明显小于无磁场时的动力学夸克凝聚。旋转对动力学夸克质量的抑制作用已经超过了磁场的磁催化作用。无磁场时夸克质量不受旋转的影响。

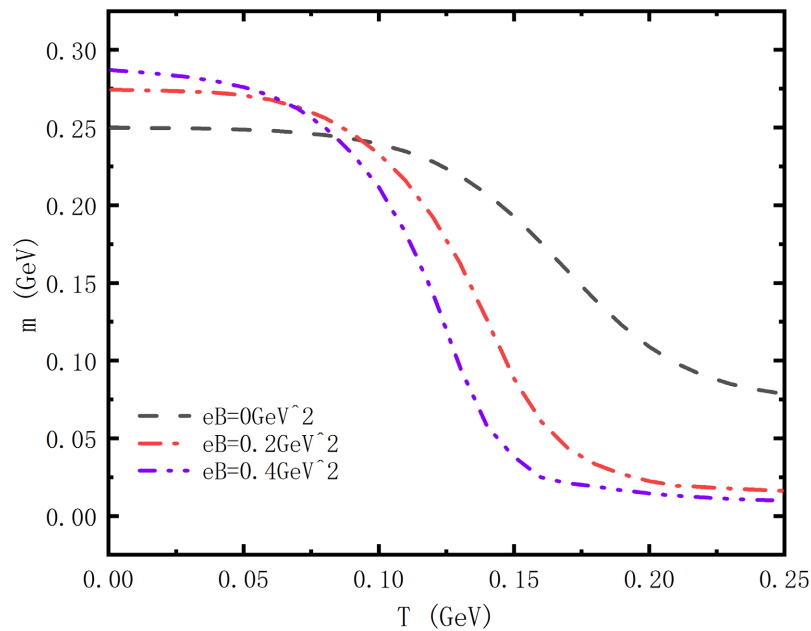


Figure 2. For $\Omega = 0$ GeV, dynamical mass as a function of T with different values of magnetic field
图 2. 角速度为 0 GeV，不同磁场下动力学质量作为温度的函数图像

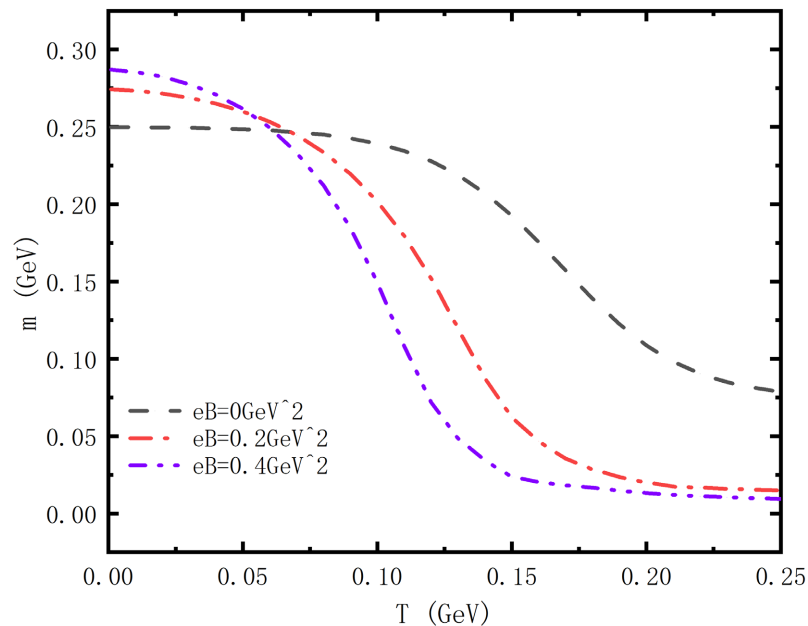


Figure 3. For $\Omega = 0.002$ GeV, dynamical mass as a function of T with different values of magnetic field
图 3. 角速度为 0.002 GeV，不同磁场下动力学质量作为温度的函数图像

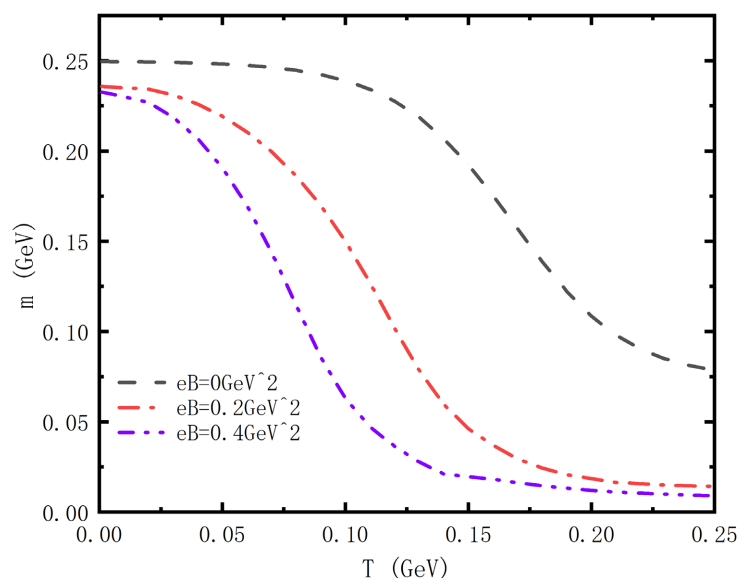


Figure 4. For $\Omega = 0.003$ GeV, dynamical mass as a function of T with different values of magnetic field

图 4. 角速度为 0.003 GeV, 不同磁场下动力学质量作为温度的函数图像

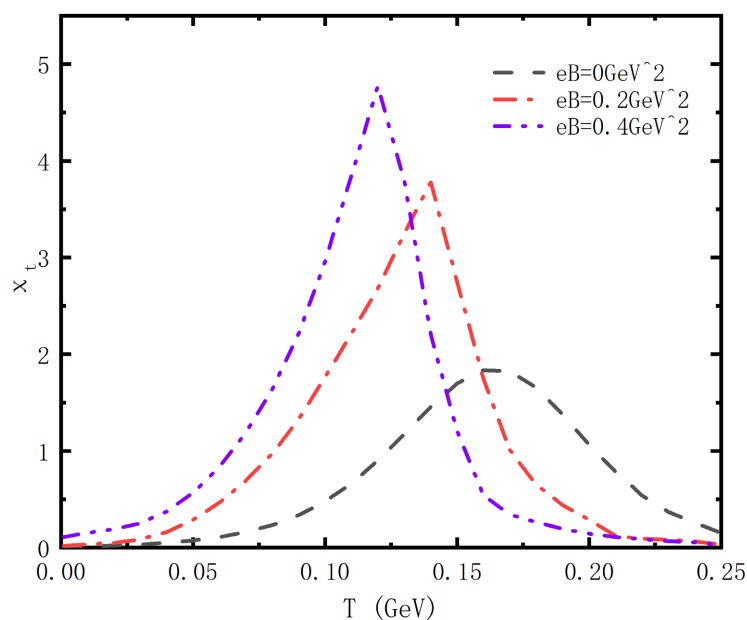


Figure 5. For $\Omega = 0$ GeV, chiral susceptibility as a function of T

图 5. 角速度为 0 GeV, 手征磁化率的函数图像

图 5 展示的是角速度为零时, 不同磁场下手征磁化率随温度的变化情况。根据手征磁化率的峰值我们可以得到手征相变的临界温度。由图可得, 磁场 $eB = 0 \text{ GeV}^2$ 时的临界温度为 0.16 GeV , 磁场 $eB = 0.2 \text{ GeV}^2$ 时的临界温度为 0.14 GeV , 磁场 $eB = 0.4 \text{ GeV}^2$ 时的临界温度为 0.12 GeV 。即随着磁场的增强, 临界温度随之减小。而这完全符合格点 QCD 的结论, 手征相变的温度随着磁场的增强而降低, 也即磁场有助于手征对称性的恢复, 使得从手征自发性破缺相到手征对称性恢复相所需的相变温度随着磁场的增强而减小。图 6 展示的是角速度为 0.002 GeV 时, 不同磁场下手征磁化率随温度的变化情况。由图可知,

磁场 $eB = 0 \text{ GeV}^2$ 时临界温度为 0.16 GeV , 磁场 $eB = 0.2 \text{ GeV}^2$ 时临界温度为 0.13 GeV , 磁场 $eB = 0.4 \text{ GeV}^2$ 时临界温度为 0.1 GeV 。相比于图 5, 有磁场时临界温度略有减小, 无磁场时临界温度不变。这表明有磁场时的旋转会降低手征相变的温度。图 7 展示的是角速度为 0.003 GeV 时, 不同磁场下手征磁化率随温度的变化情况。由图可知, 磁场 $eB = 0 \text{ GeV}^2$ 时临界温度为 0.16 GeV , 磁场 $eB = 0.2 \text{ GeV}^2$ 时临界温度为 0.11 GeV , 磁场 $eB = 0.4 \text{ GeV}^2$ 时临界温度为 0.07 GeV 。相比于图 5 和图 6, 有磁场时手征相变的临界温度明显减小, 无磁场时临界温度保持不变。这表明磁场中旋转角速度的大小与手征相变的临界温度密切相关。综上所述, 无磁场时不同旋转角速度下, 手征相变的温度保持不变; 无旋转有磁场时手征相变的温度随磁场的增强而降低; 有磁场时不同旋转角速度下, 随着旋转角速度变大手征相变的临界温度减小。

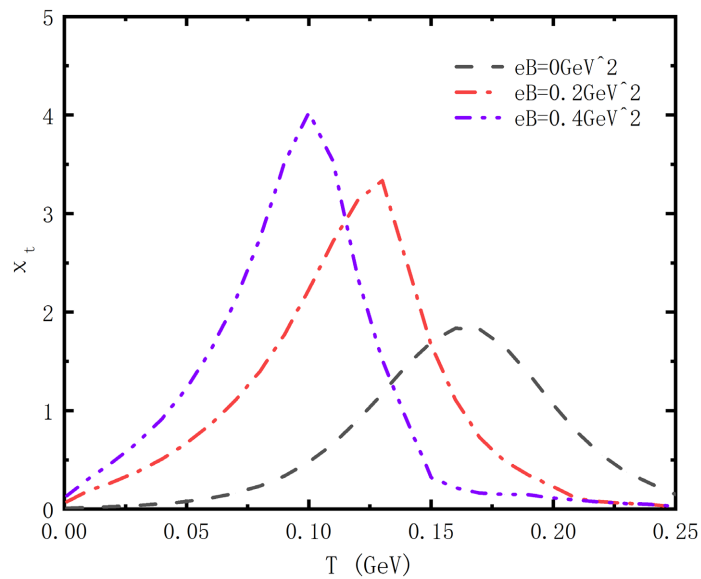


Figure 6. For $\Omega = 0.002 \text{ GeV}$, chiral susceptibility as a function of T and eB .

图 6. 角速度为 0.002 GeV , 手征磁化率的函数图像

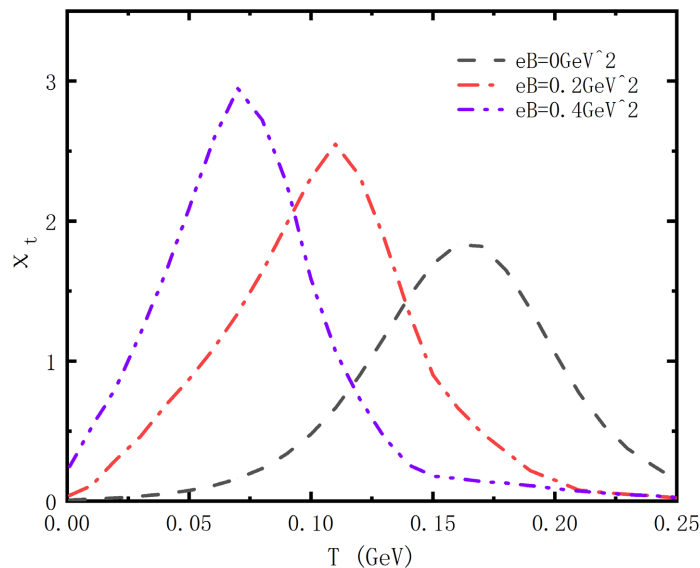


Figure 7. For $\Omega = 0.003 \text{ GeV}$, chiral susceptibility as a function of T

图 7. 角速度为 0.003 GeV , 手征磁化率的函数图像

图 8 是温度为 0 GeV，不同磁场下动力学质量随角速度变化的函数图像。旋转角速度较小时，动力学质量保持不变且磁场越大夸克质量越大。旋转角速度大于 0.002 GeV 时，动力学夸克质量迅速减小，且磁场越大夸克质量越小。该效应类似于磁催化和反磁催化效应。无磁场时，动力学质量不依赖旋转的角速度。综上所述，磁场存在时，动力学质量随角速度的增加先保持不变而后减小，且磁场越大对应的动力学质量越小。即旋转的角速度大于一定值后，磁场和旋转的综合作用是抑制手征凝聚。图 9 展示的是温度为 0.1 GeV，不同磁场下动力学质量随角速度变化的图像。动力学夸克质量随着磁场增强和角速度的增加而逐渐减小，且磁场较强和旋转较大时手征凝聚的减小越多。

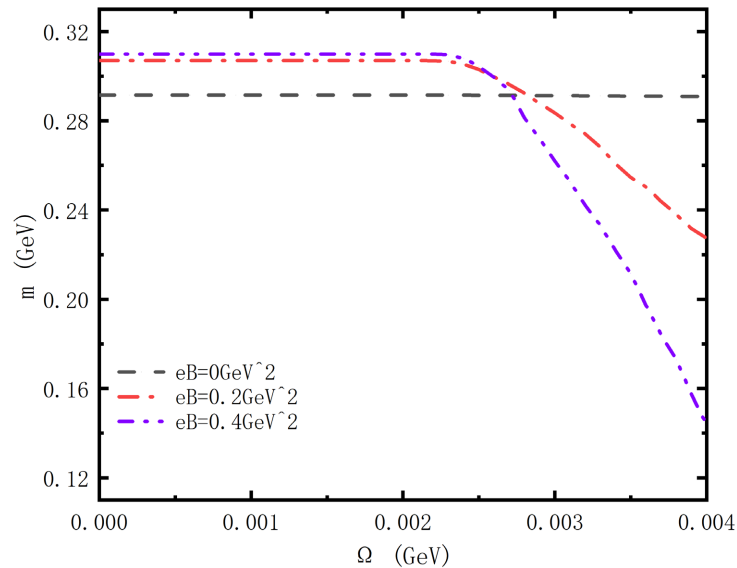


Figure 8. For $T = 0$ GeV, dynamical mass as a function of Ω with different values of magnetic field

图 8. 温度为 0 GeV，不同磁场下动力学质量作为角速度的函数图像

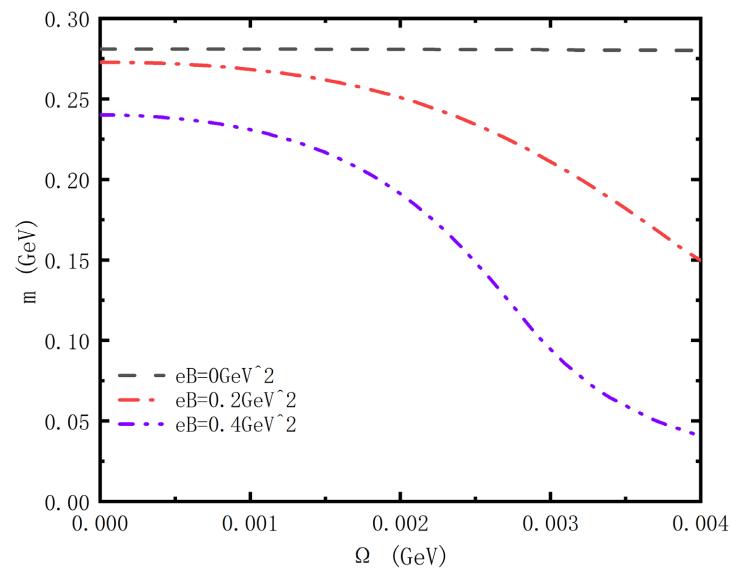


Figure 9. For $T = 0.1$ GeV, dynamical mass as a function of Ω with different values of magnetic field

图 9. 温度为 0.1 GeV，不同磁场下动力学质量作为角速度的函数图像

4. 结论

本文从随温度和磁场变化的耦合参数出发, 利用 NJL 有效模型研究了旋转和外磁场下的手征相变。在所采取的参数情况下, 我们发现旋转角速度、磁场和温度对手征凝聚都有一定的影响。首先, 无磁场时夸克质量不受旋转角速度的影响, 有磁场时旋转对夸克凝聚起到抑制作用, 即旋转磁抑制效应。其次, 低温下的磁催化效应遇上旋转磁抑制效应的最终结果取决于磁场和旋转角速度的相对大小。最后, 根据手征磁化率的计算我们得到了手征相变的临界温度。零磁场下的旋转对手征对称性无影响, 而磁场和磁场中的旋转有助于手征对称性的恢复, 使得从手征对称性自发性破缺相到手征对称性恢复相的相变温度随着磁场的增强而减小。本文明确给出了磁场和旋转角速度的具体数值, 这些定量的计算分析有助于我们更好地了解相对论重离子在非对心碰撞中的夸克行为。

基金项目

国家自然科学基金(编号: 11875127)。

参考文献

- [1] Kogut, J.B. and Sinclair, D.K. (2008) Lattice QCD at Finite Temperature and Density in the Phase-Quenched Approximation. *Physical Review D*, **77**, Article ID: 114503. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.77.114503>
- [2] Fukushima, K. (2019) Extreme Matter in Electromagnetic Fields and Rotation. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, **107**, 167-199. <https://doi.org/10.1016/j.pnpnp.2019.04.001>
- [3] Becattini, F., Piccinini, F. and Rizzo, J. (2008) Angular Momentum Conservation in Heavy Ion Collisions at Very High Energy. *Physical Review C*, **77**, Article ID: 024906. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.77.024906>
- [4] Jiang, Y., Lin, Z.W. and Liao, J. (2016) Rotating Quark-Gluon Plasma in Relativistic Heavy-Ion Collisions. *Physical Review C*, **94**, Article ID: 044910. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.94.044910>
- [5] Collaboration, S. (2017) Global Λ Hyperon Polarization in Nuclear Collisions: Evidence for the Most Vortical Fluid. *Nature*, **548**, 62-65. <https://doi.org/10.1038/nature23004>
- [6] Kawati, S., Konisi, G. and Miyata, H. (1983) Symmetry Behavior in an External Field. *Physical Review D*, **28**, 1537-1541. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.28.1537>
- [7] Klevansky, S.P. and Lemmer, R.H. (1989) Chiral-Symmetry Restoration in the Nambu-Jona-Lasinio Model with a Constant Electromagnetic Field. *Physical Review D*, **39**, 3478-3489. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.39.3478>
- [8] Klimenko, K.G. (1992) Three-Dimensional Gross-Neveu Model at Nonzero Temperature and in the Presence of an External Electromagnetic Field. *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields*, **54**, 323-329. <https://doi.org/10.1007/BF01566663>
- [9] Krive, I.V. and Naftulin, S.A. (1992) Dynamical Symmetry Breaking and Phase Transitions in a Three-Dimensional Gross-Neveu Model in a Strong Magnetic Field. *Physical Review D*, **46**, 2737-2740. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.46.2737>
- [10] Kharzeev, D.E., Landsteiner, K., Schmitt, A. and Yee, H.U. (2012) Strongly Interacting Matter in Magnetic Fields: A Guide to This Volume. *Lecture Notes in Physics*, Vol. 871, Springer, Berlin, Heidelberg, 1-11. https://doi.org/10.1007/978-3-642-37305-3_1
- [11] Gusynin, V.P., Miransky, V.A. and Shovkovy, I.A. (1995) Dimensional Reduction and Dynamical Chiral Symmetry Breaking by a Magnetic Field in 3 + 1 Dimensions. *Physics Letters B*, **349**, 477-483. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(95\)00232-A](https://doi.org/10.1016/0370-2693(95)00232-A)
- [12] Mao, S. (2018) Chiral Symmetry Restoration and Quark Deconfinement beyond Mean Field in a Magnetized PNJL Model. *Physical Review D*, **97**, Article ID: 011501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.011501>
- [13] Farias, R., Gomes, K.P., Krein, G., *et al.* (2014) Importance of Asymptotic Freedom for the Pseudocritical Temperature in Magnetized Quark Matter. *Physical Review C*, **90**, Article ID: 025203. <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.90.025203>
- [14] Gusynin, V.P., Miransky, V.A. and Shovkovy, I.A. (1995) Dynamical Chiral Symmetry Breaking by a Magnetic Field in QED. *Physical Review D*, **52**, 4747-4751. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.52.4747>
- [15] Jiang, Y. and Liao, J. (2016) Pairing Phase Transitions of Matter under Rotation. *Physical Review Letters*, **117**, Article

-
- ID: 192302. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.192302>
- [16] Chernodub, M.N. and Gongyo, S. (2016) Interacting Fermions in Rotation: Chiral Symmetry Restoration, Moment of Inertia and Thermodynamics. *Journal of High Energy Physics*, **1**, 1-32. [https://doi.org/10.1007/JHEP01\(2017\)136](https://doi.org/10.1007/JHEP01(2017)136)
- [17] Chen, H.L., Fukushima, K., Huang, X.G. and Mameda, K. (2015) Analogy between Rotation and Density for Dirac Fermions in a Magnetic Field. *Physical Review D*, **93**, Article ID: 104052. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.93.104052>
- [18] Cao, G. and He, L. (2019) Rotation Induced Charged Pion Condensation in a Strong Magnetic Field: A Nambu-Jona-Lasinio Model Study. *Physical Review D*, **100**, Article ID: 094015. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.100.094015>
- [19] Zhang, Z., Shi, C., He, X.T., Luo, X. and Zong, H.S. (2020) Chiral Phase Transition inside a Rotating Cylinder within the Nambu-Jona-Lasinio Model. *Physical Review D*, **102**, Article ID: 114023. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.102.114023>
- [20] Farias, R., Timóteo, V.S., Avancini, S.S., *et al.* (2017) Thermo-Magnetic Effects in Quark Matter: Nambu-Jona-Lasinio Model Constrained by Lattice QCD. *European Physical Journal A*, **53**, Article No. 101. <https://doi.org/10.1140/epja/i2017-12320-8>