# 非对称拉盖尔 - 高斯光束操纵下介质的 光学性质

## 管让锞

上海理工大学理学院,上海

收稿日期: 2023年3月26日; 录用日期: 2023年4月20日; 发布日期: 2023年4月27日

## 摘要

本文研究了由非对称拉盖尔高斯(aLG)光束控制的四能级双V原子系统的特性。在探测场的传输过程中, 发生了圆形双折射,为矢量光束的形成提供了条件(VBs),并且重点讨论了探针场强度和偏振随传输距 离的变化。结果表明,探测场的偏振在短距离内呈线性变化。此外,证明了传输距离的操纵可以实现探 测场的偏振分离。这为获得VB提供了一种新的思路。

#### 关键词

矢量光束,非对称拉盖尔-高斯光,偏振特性,轨道角动量

## Optical Properties of the Medium under Asymmetric Laguerre-Gaussian Beams Manipulation

#### **Rangke Guan**

College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Mar. 26<sup>th</sup>, 2023; accepted: Apr. 20<sup>th</sup>, 2023; published: Apr. 27<sup>th</sup>, 2023

#### Abstract

In this paper, the properties of a four-level double-V atomic system controlled by asymmetric Laguerre Gaussian (aLG) beam are studied. During the transmission of the probe field, circular birefringence occurs, resulting in vector beams (VBs). The variation of probe field intensity and polarization with transmission distance is discussed emphatically. The results show that the polarization of the probe field varies linearly over a short distance. In addition, it has been proved that the operation of transmission distance can achieve polarization separation of the probe field. This provides a new method for obtaining VBs.

## Keywords

Vector Beam, Asymmetric Laguerre-Gaussian Beam, Polarization Properties, Orbital Angular Momentum

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0). http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

CC ① Open Access

## 1. 引言

光的偏振产生了相对于传播方向的振动方向的不对称性,这对研究光和物质有重要的研究意义[1][2] [3]。矢量光(VBs)是一种非均匀偏振光[4],它在光束截面的每一点都有不同的偏振态,具有紧聚焦和高 分辨率成像等显著特点[5][6]。目前,已经可以通过使用光纤[7]、空间光调制器[8]和圆偏振场[9]等方法 来获得矢量光。当然,通过非线性磁光旋转(NMOR)[10]或原子介质的色散[11],另外,在线性偏振光束 中获得矢量光是备受研究关注的[12]。矢量光场的研究可以提高光束质量,操纵光的相干性,提高光功率 的获得,并将相关研究成果应用于实践。2021年,通过操纵具有三维磁场的介质的吸收曲线,可以得到 具有特殊性质的矢量光[13]。

另一方面,矢量光在光学滤波器[14]、光学限制[15]和激光频率稳定[16]方面有重要的应用。除了它的偏振特性外,矢量光束还带有轨道角动量(OAM),这是矢量光束的另一个自由度,在很多方面都有应用,如大容量信息传输[17][18]、光学操纵[19][20]、光通信[21]、量子技术[22]、光镊子[23]等吸引了很多研究的关注。在这方面,最典型的光束是拉盖尔 - 高斯(LG)光束,它被广泛用于光与物质的研究[24]。拉盖尔 - 高斯模式是通过求解圆柱坐标中的旁轴近似亥姆霍兹方程而得到的,由于它携带OAM,可以在许多方面充分应用。然而,通过简单地将拉盖尔 - 高斯模的复数振幅在笛卡尔平面上进行复数移位而得到的非对称拉盖尔 - 高斯模在笛卡尔平面上有一个新月形的横向强度模式,而且它的OAM对参数的依赖性是抛物线型的[25]。2002年,Cai等人讨论了不对称的拉盖尔高斯光束在张量描述的非轴心的传播问题[26]。后来,人们对非对称拉盖尔高斯光束的研究越来越感兴趣[27]。

本文的结构如下。第2节展示了所提系统的理论推导和结果,第3节中进行了仿真结果和分析,最后, 在第4节中提出了结论。

## 2. 理论模型和公式

## 2.1. 双 V 原子系统的诱导极化率

所考虑的系统如图1所示,其中|1⟩=|5<sup>2</sup>S<sub>1/2</sub>,*F*=1,*m<sub>F</sub>*=0⟩和|4⟩=|5<sup>2</sup>P<sub>1/2</sub>,*F*=1,*m<sub>F</sub>*=1⟩是四级系统的基态,而高能级|3⟩=|5<sup>2</sup>P<sub>1/2</sub>,*F*=1,*m<sub>F</sub>*=−1⟩和|4⟩=|5<sup>2</sup>P<sub>1/2</sub>,*F*=1,*m<sub>F</sub>*=1⟩是由塞曼分裂产生的。在外部磁场的作用下,沿量子轴线的塞曼分裂满足:  $\vec{B} = B(\cos\theta \hat{z} + \sin\theta \hat{x})$ 。磁场的纵向分量  $B\cos\theta$  诱导|3⟩和|4⟩之间能级的塞曼偏移,而横向分量  $B\sin\theta$ 则在|3⟩和|4⟩之间原子的重新分布。|2⟩→|3⟩和|2⟩→|4⟩分别由强控制场Ω<sub>c1</sub>和Ω<sub>c2</sub>连接,并且控制光束的表达由以下公式给出

$$\vec{E}_{cj}\left(\vec{r},z,t\right) = \varepsilon_{cj} e^{-j\left(\omega_{cj}t - k_{cj}z\right)} + c.c. \begin{cases} j = 1, |2\rangle \to |3\rangle \\ j = 2, |2\rangle \to |4\rangle \end{cases}$$
(1)

其中 $\vec{r}, z, t$ 分别代表横向空间坐标、传输距离和传输时间, $\omega_{cj}$ 和 $k_{cj}$ 是控制场的角频率和波数, $\vec{E}_{cj}$ 是控制 波束的振幅。控制场的选择需要满足原子跃迁的选择定则的条件,即偶极转换满足轨道角量子数变化为±1 的条件和磁量子数变化为0或±1,要能够符合控制场与能级之间的耦合关系。探测场的两个正交线性偏振 极化分量 $\hat{\sigma}_{+}$ 和 $\hat{\sigma}_{-}$ 分别耦合了 $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ 和 $|1\rangle \rightarrow |4\rangle$ ,沿着z轴方向传输的探测场的两个正交偏振分量可以 写为

$$\vec{E}_{pj}\left(\vec{r},z,t\right) = \varepsilon_{pj}\left[\hat{\sigma}_{+} + \hat{\sigma}_{-}\right] e^{-i\left(\omega_{p}t - k_{p}z\right)} + c.c.,$$
(2)

其中 $k_p$ 是探测场的波数, $a_{pj}$ 是对应探测场两个分量的角频率(j=1,2), $E_{pj}$ 是探测光束的缓慢变化包络,然后用拉比(Rabi)频率把光与物质的相互作用表示为

$$\Omega_{cj}(\vec{r},z,t) = \frac{d_{2i} \cdot \hat{\sigma}_{\pm}}{\hbar} \varepsilon_{cj}(\vec{r},z,t),$$

$$\Omega_{pj}(\vec{r},z,t) = \frac{\vec{d}_{1i} \cdot \hat{\sigma}_{\pm}}{\hbar} \varepsilon_{pj}(\vec{r},z,t),$$
(3)
$$(j = 1, i = 3; j = 2, i = 4).$$

其中 $\vec{d}_{ij}$ 是原子从 $|j\rangle$ 跃迁到 $|i\rangle$ 的电偶极矩的矩阵元,在这个体系中,由于控制场和探测场的作用,电偶极矩和旋转波近似的条件下系统总的相互作用哈密顿表示为

$$H = -\hbar \left[ \Delta |2\rangle \langle 2| \right] + (\delta - \beta_L) |3\rangle \langle 3| + (\delta + \beta_L) |4\rangle \langle 4| - \hbar \left( \Omega_{p_1} |3\rangle \langle 1| + \Omega_{c_1} |3\rangle \langle 2| + \Omega_{c_2} |4\rangle \langle 2| + \Omega_{p_2} |4\rangle \langle 4| \right) + H.C.,$$
(4)

其中 $\delta = \omega_{41} - \omega_{p2} - \beta_L$ 是单光子失谐,  $\Delta = \omega_{p1} - \omega_{c1} - \omega_{21}$ 是双光子失谐。 $\omega_{21}$ 是 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 能级之间的中心频率。 塞曼分裂的大小决定于 $\beta_L = \beta_0 \cos\theta$ ,  $|3\rangle$ 和 $|4\rangle$ 能级之间的耦合强度为 $\beta_T = \beta_0 \sin\theta/\sqrt{2}$ ,这里的 $\beta_0$ 与磁场大小满足:  $\beta_0 = g_F \mu_F B/\hbar$ ,  $g_F$ 是朗德因子,  $\mu_F$ 是玻尔磁子。



Figure 1. Schematic diagram of four stage dual V system 图 1. 四级双 V 系统原理图

用刘维尔方程表示相干态的原子分布动力学方程为

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [H,\rho] - \sum_{i=3}^{4} \sum_{j=1}^{2} \frac{\gamma_{ij}}{2} (|i\rangle \langle i|\rho - 2|j\rangle \langle j|\rho_{ii} + \rho|j\rangle \langle j|).$$
(5)

其中,式(5)中的第二项是由辐射过程产生的,考虑到非辐射过程主要是由原子之间的碰撞引起的,与辐

射过程的影响相比,这一项是很小的,因此可以忽略。这里γ<sub>ij</sub>代表来自|3〉和|4〉的辐射衰减率。闭循环 原子系统的原子布居动力学和相干性可以通过代入刘维尔方程(5)中的有效哈密顿量(4)来获得。因此,可 以方便地写出以下一组布洛赫方程:

$$\dot{\rho}_{11} = i \left(\Omega_{p1}^{*} \rho_{31} - \Omega_{p1} \rho_{13} + \Omega_{p2}^{*} \rho_{41} - \Omega_{p2} \rho_{14}\right),$$

$$\dot{\rho}_{22} = i \left(\Omega_{c1}^{*} \rho_{32} - \Omega_{c1} \rho_{23} + \Omega_{c2}^{*} \rho_{42} - \Omega_{c2} \rho_{24}\right),$$

$$\dot{\rho}_{33} = i \left(\Omega_{p1} \rho_{13} - \Omega_{p1}^{*} \rho_{31} + \Omega_{c1} \rho_{23} - \Omega_{c2}^{*} \rho_{32}\right) - (\gamma_{31} + \gamma_{32}) \rho_{33},$$

$$\dot{\rho}_{12} = i \left[\Omega_{p1}^{*} \rho_{32} - \Omega_{c1} \rho_{13} + \Omega_{p2}^{*} \rho_{42} - \Omega_{c2} \rho_{14} + \Delta \rho_{12}\right],$$

$$\dot{\rho}_{13} = i \left[\Omega_{p1}^{*} \left(\rho_{33} - \rho_{11}\right) + \Omega_{p2}^{*} \rho_{43} - \Omega_{c1}^{*} \rho_{12} + \left(\delta - \beta_L\right) \rho_{13}\right] - \frac{\gamma_{31} + \gamma_{32}}{2} \rho_{13},$$

$$\dot{\rho}_{14} = i \left[\Omega_{p2}^{*} \left(\rho_{44} - \rho_{11}\right) + \Omega_{p1}^{*} \rho_{34} - \Omega_{c2}^{*} \rho_{12} + \left(\delta + \beta_L\right) \rho_{14}\right] - \frac{\gamma_{41} + \gamma_{42}}{2} \rho_{14},$$

$$\dot{\rho}_{23} = i \left[\Omega_{c1}^{*} \left(\rho_{33} - \rho_{22}\right) - \Omega_{p1}^{*} \rho_{21} + \Omega_{c2}^{*} \rho_{43} + \left(\Delta - \delta + \beta_L\right) \rho_{23}\right] - \frac{\gamma_{31} + \gamma_{32}}{2} \rho_{23},$$

$$\dot{\rho}_{24} = i \left[\Omega_{c1}^{*} \left(\rho_{44} - \rho_{22}\right) + \Omega_{c1}^{*} \rho_{34} - \Omega_{p2}^{*} \rho_{21} + \left(\Delta - \delta - \beta_L\right) \rho_{24}\right] - \frac{\gamma_{41} + \gamma_{42}}{2} \rho_{24},$$

$$\dot{\rho}_{34} = i \left[\Omega_{p1} \rho_{14} - \Omega_{p2}^{*} \rho_{31} + \Omega_{c1} \rho_{24} - \Omega_{c2}^{*} \rho_{32} + 2\beta_L \rho_{34}\right] - \frac{\gamma_{31} + \gamma_{32} + \gamma_{41} + \gamma_{42}}{2} \rho_{34},$$

$$\dot{\rho}_{44} = -\left(\dot{\rho}_{11} + \dot{\rho}_{22} + \dot{\rho}_{33}\right),$$
(6)

这里的复共轭表达式 $\dot{\rho}_{ij} = \dot{\rho}_{ji}$ 。我们假设激发态 $|3\rangle$ 和 $|4\rangle$ 以相等的速率向基态 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 发生衰变,即  $\gamma_{31} = \gamma_{32} = \gamma_{41} = \gamma_{42} = \gamma/2$ 。探测场足够弱,可以在稳态条件下被视为对线性阶系统的扰动,密度矩阵的扰动扩展到探测场的更高阶可以表示为

$$\rho_{ij} = \rho_{ij}^{(0)} + \rho_{ij}^{(1)} + \mathcal{O}^2 \left(\frac{\Omega_p}{\gamma}\right),$$
(7)

其中方程(7)中的第一项是零阶,第二项是一阶解,其他更高阶可以忽略。将方程(7)代入方程(6),并假设 原子布居最初分布在最低能级 $|1\rangle$ ,因此 $\rho_{11}^{(0)}=1$ 且 $\sum \rho_{ij}^{(0)}=1$ 。在稳态条件下,探测场引起的介质极化率 可以表示为

$$\chi_{31} = \frac{\mathcal{N} \left| \vec{d}_{13} \right|^2}{\varepsilon_0 h \Omega_{p1}} \rho_{31}^{(1)},$$

$$\chi_{41} = \frac{\mathcal{N} \left| \vec{d}_{14} \right|^2}{\varepsilon_0 h \Omega_{p2}} \rho_{41}^{(1)},$$
(8)

这里的密度矩阵元的解析结果为

$$\rho_{31}^{(1)} = \frac{\Omega_{p1} \left[ \Delta \left( -\eta - \beta_L \right) + \left| \Omega_{c2} \right|^2 \right] - \Omega_{c2}^* \Omega_{c1} \Omega_{p2}}{-\Delta \left( \eta - \beta_L \right) \left( \eta + \beta_L \right) + \eta \zeta_+ + \beta_L \zeta_-},$$

$$\rho_{41}^{(1)} = \frac{\Omega_{p2} \left[ \Delta \left( -\eta - \beta_L \right) + \left| \Omega_{c1} \right|^2 \right] - \Omega_{c2}^* \Omega_{c1} \Omega_{p1}}{-\Delta \left( \eta - \beta_L \right) \left( \eta + \beta_L \right) + \eta \zeta_+ + \beta_L \zeta_-},$$
(9)

其中 $\eta = -i\gamma + \delta$ ,  $\zeta_{+} = |\Omega_{c1}|^{2} + |\Omega_{c2}|^{2}$ ,  $\zeta_{-} = |\Omega_{c1}|^{2} - |\Omega_{c2}|^{2}$ ,  $\mathcal{N}$  是介质的原子密度,以及 $|\vec{d}_{13}| = |\vec{d}_{14}|$ 。 在缓慢变化的包络和准轴近似下,探测场的传输方程给定为

$$\frac{\partial \Omega_{p1}}{\partial z} = \frac{i}{2k_p} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Omega_{p1} + \frac{ik_p \chi_{31}}{2} \Omega_{p1},$$

$$\frac{\partial \Omega_{p2}}{\partial z} = \frac{i}{2k_p} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Omega_{p2} + \frac{ik_p \chi_{41}}{2} \Omega_{p2},$$
(10)

其中,式(10)右侧的第一项说明了探测光束在介质中发生了衍射,第二项是由于介质对探测场的吸收和色散引起的。

## 2.2. 非对称拉盖尔 - 高斯光束的性质

传统拉盖尔 - 高斯光束的复振幅在初始平面上极坐标的表达式为

$$E_{m,n}(r,\phi,z=0) = \left(\frac{\sqrt{2}r}{\omega_0}\right)^2 L_m^n \left(\frac{2r^2}{\omega_0^2}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{\omega_0^2} + in\phi\right).$$
(11)

其中 $(r, \phi, z)$ 是柱坐标, $\omega_0$ 是高斯束腰,n是光学涡旋的拓扑电荷,并且 $L_m^r(x)$ 是伴随拉盖尔多项式。如果光束在x和y方向上偏移,并在自由空间中以任意距离z传播,则表示为

$$E_{m,n}(r,\phi,z) = \frac{\omega(0)}{\omega(z)} \left[ \frac{\sqrt{2}}{\omega(z)} \right]^n \left[ (x-x_0) + i(y-y_0)^n L_m^n \left[ \frac{2s^2}{\omega^2(z)} \right] \right] \frac{n!}{r!(n-r)!} \\ \times \exp\left[ -\frac{s^2}{\omega^2(z)} + \frac{iks^2}{2R(z)} - i(n+2m+1)\zeta(z) \right].$$
(12)

其中*x*,*y*分别是光束在*x*和*y*方向上的偏移。 $s^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$ ,  $\omega(z) = (1 + (z/z_R))^{1/2}$ 是波束宽度 *R*(*z*) = *z*[1+(*z*/*z<sub>R</sub>)<sup>2</sup>*]是等相表面的曲率半径,  $\zeta(z) = \arctan z/z_R$ 是Gouy相移项。在式(12)中能够很好理 解偏移的物理意义,图2是aLG光在初始平面中的横向强度模式,显然,aLG的偏移会引起强度分布的改 变。偏移会引起aLG的强度分布的变化,在笛卡尔坐标系中,基于LG高斯光,给LG沿*x*和*y*方向发生偏移 得到了式(12),因此,LG在笛卡尔坐标系中在两个垂直方向发生偏移可以产生aLG,当偏移为虚数时, 相位上会发生变化。



**Figure 2.** The lateral intensity mode of aLG beam in the initial plane has the following parameters: (m, n) = (0, 0), the shifted (a)  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = 0$ , (b)  $x_0 = 0$ , (c)  $y_0 = \omega_0$ ,  $x_0 = \omega_0$ ,  $y_0 = 0$  and (d)  $x_0 = \omega_0$ ,  $y_0 = \omega_0$ **图2.** aLG光在初始平面中的横向强度模式以下参数: (m, n) = (0, 0), 在横向位移(a)  $x_0 = 0$ 和 $y_0 = 0$ , (b)  $x_0 = 0$ , (c)  $y_0 = \omega_0$ ,  $x_0 = \omega_0$ ,  $y_0 = \omega_0$ ,  $y_0 = 0$ , (d)  $x_0 = \omega_0$ ,  $y_0 = \omega_0$ 

在式(12)中,可以看出非对称拉盖尔 - 高斯光束的偏移量对强度分布和相位分布的影响。当两个值都 是实数时,这表示着传统拉盖尔 - 高斯模的强度分布分别沿 *x* 和 *y* 方向上的偏移大小。另一方面,如果 *x*<sub>0</sub>和 *y*<sub>0</sub>是虚值,则 *s*<sub>2</sub>、*ω*(*z*)和 *R*(*z*)不再表示与光轴的距离、光束宽度,以及波前曲率半径,它们不再与 *x* 和 *y* 有相同的物理含义。值得注意的是,与传统拉盖尔 - 高斯光束不同的是,它的横向强度模式不是径 向对称的,以及它们的相位分布的周期性随后被破坏。

利用平面波角谱展开关系,可以得到非对称拉盖尔-高斯模在光轴上的归一化轨道角动量的大小,如下表达形式

$$\frac{J_{z}}{W} = n + \frac{2 \operatorname{Im}\left(x_{0}^{*} y_{0}\right)}{\omega_{0}^{2}} \left[ \frac{L_{m}^{1}\left(-\frac{2D_{0}^{2}}{\omega_{0}^{2}}\right)}{L_{m}\left(-\frac{2D_{0}^{2}}{\omega_{0}^{2}}\right)} + \frac{L_{m+n}^{1}\left(-\frac{2D_{0}^{2}}{\omega_{0}^{2}}\right)}{L_{m+n}\left(-\frac{2D_{0}^{2}}{\omega_{0}^{2}}\right)} - 1 \right].$$
(13)

其中  $D_0^2 = (\operatorname{Im} x_0)^2 + (\operatorname{Im} y_0)^2$ 。 *W* 是非对称拉盖尔-高斯光的功率。*J*\_是轨道 *z* 方向的角动量。式(13)的第 二项表示非对称拉盖尔 - 高斯光的归一化轨道角动量由于偏移而产生的附加项在 *x* 和 *y* 方向上。为了便 于理解其物理意义,可以取 n = m = 0。在这种情况下,光束被转换为非对称光束高斯光束。式(13)中的 第一项等于零,而第二项等于  $4 \operatorname{Im}(x_0^* y_0) / \omega_0^2$ 。当 $x = \pm i y = a \omega_0$ 时,非对称拉盖尔 - 高斯光的归一化轨道 角动量与偏移量之间的关系呈现出抛物线关系。当虚移发生在与 *y* 方向相反的方向时,两条曲线关于 *y* = *n* 是对称的,这个结果对于其他 *n* 和 *m* 的值上也是如此。图 3 是在不同偏移下 aLG 的归一化 OAM, aLG(0, 0)的 OAM 随 *a* 的变化满足抛物线。图中两条曲线分别代表了对于偏移量  $x_0 = -i y_0 = a \omega_0$ 的 aLG(0, 0)的 OAM 和  $x_0 = i y_0 = a \omega_0$ 的 aLG(0, 0)的 OAM,可以得到的结论是 *a* 确定时,这两个光场具有相反的 OAM, aLG 的解析表达式式(13)证明了这两条 OAM 的形状。



**Figure 3.** Normalized OAM with the following parameters: the shifted (a)  $x_0 = -iy_0 = a\omega_0$  and (b)  $x_0 = iy_0 = a\omega$ . The other parameters are the same as those in Figure 2

图3. 在以下参数下的归一化OAM:在横向移动 $x_0 = -iy_0 = a\omega_0$  (a)和 $x_0 = iy_0 = a\omega_0$  (b)。其他参数与图2中的参数相同

#### 2.3. 偏振旋转角和偏振度的解析表达式

在圆极化偏振的基础上,线性极化探测场可以写成:

$$\vec{E}(r,\phi,z) = \mathcal{E}_L(r,\phi,z)\hat{e}_L + \mathcal{E}_R(r,\phi,z)\hat{e}_R, \qquad (14)$$

其中 $\mathcal{E}_L(r,\phi,z)$ 和 $\mathcal{E}_R(r,\phi,z)$ 是探测场的左圆极化LCP和右圆极化RCP分量。在公式(8)的基础上,折射率可以写成

$$n_{i} = \sqrt{1 + \operatorname{Re}\left[\chi_{j1}\right]}, (i = L, j = 3; i = R, j = 4),$$
(15)

在用斯托克斯参数描述了光场的偏振状态后,可以得到偏振旋转角度Θ与介质极化率的实数部分之 差的关系

$$\Theta = -\frac{1}{2}kz(n_R - n_L) - \frac{kzr^2}{4} \left( \frac{n_R}{z^2 + n_R^2 z_r^2} - \frac{n_L}{z^2 + n_L^2 z_r^2} \right)$$
(16)

由于极化率是远小于1的,探测场的强度可以表述为

$$I_{j1} = I_0 e^{-4\pi\kappa_{j1}z/\lambda}, (j = 3, 4)$$
(17)

其中 $I_0$ 是探测场在初始平面上的强度,  $k_{j1} = \text{Im}[\chi_{j1}]/2$ ,  $\text{Im}[\chi_{j1}]$ 是介质极化率的虚部。因此, 探测场的偏振度可以表示为

$$P = \frac{\left|I_{31} - I_{41}\right|}{I_{31} + I_{41}} = \left|1 - \frac{2}{e^{k(\kappa_{31} - \kappa_{41})z} + 1}\right|.$$
(18)

## 3. 结果和分析

## 3.1. 诱导的介质极化率和对探测场的反应探测场的响应

在研究光和物质之间的相互作用时,介质所表现出的性质与控制场密切相关。在下面的讨论中,选择了式(12)中所表达的具有螺旋相位的aLG作为控制场。与传统的光场不同,非对称拉盖尔-高斯模的偏量x<sub>0</sub>和y<sub>0</sub>对拓扑电荷有操纵作用。



**Figure 4.** The real and imaginary parts of the dielectric induced polarizability under the control of aLG.  $x_0 = \pm y_0 = a\omega_0$ . The four graphs on the left are the results of a = 0, and the four graphs on the right are the results of a = 0.5. Other parameters are  $N = 2 \times 10^{10}$  atoms/cm<sup>3</sup>,  $\Omega_{p10} = \Omega_{p20} = 0.1\gamma$ ,  $\Omega_{c10} = \Omega_{c20} = 0.1\gamma$ ,  $\Omega_p = \Omega_c = 3 \times 10^{-3}$  cm,  $\Delta = 0.8\gamma$ ,  $\delta = 0$ ,  $\beta_L = 0.05\gamma$ ,  $\gamma = 36.1258$  MHz

**图**4. 在aLG控制下的介质诱导极化率的实部和虚部。其中 $x_0 = \pm y_0 = a\omega_0$ 。左边的四张图是a = 0的结果,右边的四张 图是a = 0.5的结果。其他参数为 $N = 2 \times 10^{10}$  atoms/cm<sup>3</sup>,  $\Omega_{p10} = \Omega_{p20} = 0.1\gamma$ ,  $\Omega_{c10} = \Omega_{c20} = 0.1\gamma$ ,  $\Omega_p = \Omega_c = 3 \times 10^{-3}$  cm,  $\Delta = 0.8\gamma$ ,  $\delta = 0$ ,  $\beta_L = 0.05\gamma$ , 其中 $\gamma = 36.1258$  MHz

在非对称拉盖尔 - 高斯模的控制下,原子介质的极化率在图4中描述,其中分别给出了诱导极化率的 实部和虚部。需要注意的是,由于非对称拉盖尔 - 高斯模在这个原子系统中起着耦合能级的作用,影响 着能级之间的相干强度,所以必须满足选择性转换规则。非对称拉盖尔 - 高斯模所代表的两个左手和右 手控制场需要有相反的旋涡相位,而当移位的x<sub>0</sub>和y<sub>0</sub>为零时,aLG不具有旋涡相位见图3。因此,这里所 说的a为零表示的是偏移量无限接近于零。随着偏移量x<sub>0</sub>和y<sub>0</sub>的改变,控制场的强度模式也发生了变化, 最明显的是强度模式变得平坦,整体形状随着偏移x<sub>0</sub>和y<sub>0</sub>的改变而改变,然后导致更复杂的空间极化率, 如图4所示。

另外,在相同的偏移x<sub>0</sub>和y<sub>0</sub>下,在得到的χ<sub>31</sub>和χ<sub>41</sub>的空间分布中,实部基本相同,但虚部的分布却完 全不同,包括它们的两个最大值,这说明左右自旋探测场的吸收是不同的,相应的偏振态也有明显差异, 在介质的传输过程中,探测场会受到介质的吸收效应的影响,进而形成不一样的强度分布。为了分析这 个过程中非对称拉盖尔 - 高斯模对探测场的影响,这里显示了探测场在截面z = 2z<sub>R</sub>上的归一化强度分布, 见图5。随着x<sub>0</sub>和y<sub>0</sub>的增加,控制场的整体强度分布发生偏移,出现图2中的相位畸变。这导致介质对探测 场的吸收和色散效应的变化,即<sub>χ31</sub>和<sub>χ41</sub>的实部和虚部的空间变化,如图4所示。在这种情况下,探测场的 横向强度分布形状逐渐变平,随着图5中移位的x<sub>0</sub>和y<sub>0</sub>的增加,其集中分布区逐渐远离中心。



**Figure 5.** Normalized intensity distribution of the probe on the cross section  $z = 2z_R$ . The other parameters are the same as those in Figure 3

图5. 探测光束在 $z = 2z_R$ 截面上的归一化强度分布。其他参数与图3中的参数相同

## 3.2. 在有 OAM 的控制场下产生的矢量光束的偏振特性

本节主要介绍在 aLG 控制下得到的矢量光束,并显示矢量光束在各截面的强度和相应的偏振分布,如 图 6 所示。图中显示了探测场在传输过程中从 0 到 6*z*<sub>R</sub>的情况,均匀地选择了六个截面分布。在初始平面上, 探测场是一个没有涡流的线性极化高斯光束。由于介质对探测场左右极化分量的吸收和色散效应的不同,当 探测场在 z 方向传播时,左右极化分量出现分离,在任何截面上得到的场不再是均匀分布的线性极化。



Figure 6. Dynamic normalized intensity distribution and spatial polarization distribution of the peobe. a = 1, other parameters are the same as in Figure 3

图 6. 探测场的动态归一化强度分布和空间极化分布。a = 1,其他参数与图 3 相同

值得注意的是,由于传输距离足够长,且介质对右旋偏振分离的吸收小于左旋偏振的吸收,在 z = 6z<sub>R</sub> 的横向截面上,几乎所有的剩余分量都是右旋偏振分量,这就导致了此时右旋偏振分量的均匀分布。这 对于实现线性偏振的左旋圆偏振 LCP 和右旋圆偏振 RCP 分量之间的分离以及从线性偏振光中获得圆偏 振光有重要意义。

在 aLG 的控制下,探测场的任何横向截面上的偏振旋转角和偏振度都表现出重要的特征。随着传输距离的增加,探测场的主要强度集中在 *x* 轴上,偏振分布也集中在这条线上,如图 6 所示。因此,在图 7(a)和图 7(b)中,显示了探测场在 *x* 方向的偏振旋转角和偏振度。很明显,随着传输距离的增加,偏振旋转角和偏振度都会增加。为了更准确地分析偏振旋转角、偏振度和传输距离 *z* 之间的关系,在图 7(c)中选择点 *S*(1,0)。在式(16)中,介质极化率的实部远远小于 1,因此其第二项可以忽略。得到以下形式

$$\Theta = -\frac{1}{2}kz(n_R - n_L).$$
<sup>(19)</sup>

显然,当左、右偏振的折射率差仅与介质恒定时,偏振旋转角与传输距离呈线性关系。如图7(c) 中的黑线所描述的,它是一条通过点(0,0)的斜直线。此外,从式(18)可以看出,当传输系数的差异有一 定的值,并且传输距离比较小时,偏振度与传输距离有线性关系,如图7(c)中的蓝线所示。此后,随着 传输距离的增加,极化程度的增加更加缓慢,并不断接近1。当偏振度为1时,探测场是一个圆偏振光 场,这与图6的结果一致。在图7(c)中,显示了探测场在*x*方向的偏振旋转角和偏振度,这也与图7(a)和 图7(b)相对应。此时,探测场在*x* = *ω*,处的最大偏振旋转角为44.65°,相应的偏振度在此位置也达到7.44 的峰值。



**Figure 7.** Analysis of polarization characteristics of probe field. (a) Polarization rotation of the probe field on the *x*-*z* section. (b) Molar ellipticity distribution of probe field on *x*-*z* section. (c) The dynamic polarization of the probe field along *z* direction at the point S(1, 0). (d) The polarization of the probe field on the section of  $z = 2z_R$ . The black and blue solid lines represent rotation angle and molar ellipticity respectively. Other parameters are the same as those in Figure 3 **2** 7. 探测场的偏振特性分析。(a) 探测场在 *x*-*z* 截面上的偏振旋转。(b) 探测场在 *x*-*z* 截面上的偏振度分布。(c) 探

圖  $T_r$  探测场的确派特性分析。(d) 探测场在  $z = 2z_R$  截面上的确派旋转。(b) 探测场在 z = 2 截面上的确派度分析。(c) 探测场在 S(1,0)点沿 z 方向的动态偏振。(d) 探测场在  $z = 2z_R$  截面上的偏振。黑色和蓝色实线分别代表旋转角和偏振度。 其他参数与图 3 中的参数相同

## 4. 总结

在这项工作中,主要研究由<sup>87</sup>Rb 原子组成的原子系统,该系统以非对称拉盖尔 - 高斯模作为控制场, 以研究介质的光学性质以及对探测场的光学响应,主要根据这些特殊的响应分析了探测场的光学特性。 在本文中,基于传统光场的解析结果,提出了非对称拉盖尔 - 高斯模的强度调制和相位调制,强调了非 对称拉盖尔 - 高斯模的偏移对其轨道角动量的影响。对于通过介质的探测场的特殊性质,本文同时分析 了偏振旋转角和偏振度,并通过数值解来解释其偏振分布。

由于引入偏移,携带轨道角动量的非对称拉盖尔 - 高斯模在其强度和相位分布上具有可操控性,从 而实现了非对称拉盖尔 - 高斯模对介质的多样化操控。结果表明,aLG模的偏移会引起介质中心的偏移, 探测场在介质中传输时,其偏振状态发生改变,而在短距离传输的情况下,偏振选择角度和偏振度随传 输距离成正比关系,并且随传输距离的增加,能够实现探测场的左右旋偏振分量的分离,这个从偏振旋 转角度和偏振度的数值结果进行了证明。介质的极化率可以通过调节非对称拉盖尔 - 高斯模的偏移量来 改变,这反过来又实现了探测场的偏振矢量的分离和不同矢量光的获取。

## 参考文献

- Milione, G., Sztul, H.I., Nolan, D.A. and Alfano, R.R. (2011) Higher-Order Poincaré Sphere, Stokes Parameters, and the Angular Momentum of Light. *Physical Review Letters*, **107**, Article ID: 053601. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.107.053601
- [2] Yi, X., Liu, Y., Ling, X., et al. (2015) Hybrid-Order Poincaré Sphere. *Physical Review A*, **91**, Article ID: 023801. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.91.023801
- [3] Naidoo, D., Roux, F.S., Dudley, A., et al. (2016) Controlled Generation of Higher-Order Poincaré Sphere Beams from a Laser. Nature Photonics, 10, 327-332. <u>https://doi.org/10.1038/nphoton.2016.37</u>
- [4] Maurer, C., Jesacher, A., Fürhapter, S., Bernet, S. and Ritsch-Marte, M. (2007) Tailoring of Arbitrary Optical Vector Beams. New Journal of Physics, 9, Article No. 78. <u>https://doi.org/10.1088/1367-2630/9/3/078</u>
- [5] Wang, J., Castellucci, F. and Franke-Arnold, S. (2020) Vectorial Light-Matter Interaction: Exploring Spatially Structured Complex Light Fields. AVS Quantum Science, 2, Article ID: 031702. <u>https://doi.org/10.1116/5.0016007</u>
- [6] Lerman, G.M., Stern, L. and Levy, U. (2010) Generation and Tight Focusing of Hybridly Polarized Vector Beams. Optics Express, 18, 27650-27657. <u>https://doi.org/10.1364/OE.18.027650</u>
- [7] Volpe, G. and Petrov, D. (2004) Generation of Cylindrical Vector Beams with Few-Mode Fibers Excited by Laguerre-Gaussian Beams. *Optics Communications*, 237, 89-95. <u>https://doi.org/10.1016/j.optcom.2004.03.080</u>
- [8] Wang, X.-L., Ding, J., Ni, W.-J., Guo, C.-S. and Wang, H.-T. (2007) Generation of Arbitrary Vector Beams with a Spatial Light Modulator and a Common Path Interferometric Arrangement. *Optics Letters*, 32, 3549-3551. <u>https://doi.org/10.1364/OL.32.003549</u>
- [9] Yu, P., Chen, S., Li, J., et al. (2015) Generation of Vector Beams with Arbitrary Spatial Variation of Phase and Linear Polarization Using Plasmonic Metasurfaces. Optics Letters, 40, 3229-3232. <u>https://doi.org/10.1364/OL.40.003229</u>
- [10] Ghaderi Goran Abad, M. and Mahmoudi, M. (2021) Laguerre-Gaussian Modes Generated Vector Beam via Nonlinear Magneto-Optical Rotation. *Scientific Reports*, **11**, Article No. 5972. <u>https://doi.org/10.1038/s41598-021-85249-8</u>
- [11] Li, Z., Franke-Arnold, S., Clark, T.W., et al. (2022) Transfer and Evolution of Structured Polarization in a Double-V Atomic System. Optics Express, 30, 19812-19823. <u>https://doi.org/10.1364/OE.457368</u>
- [12] Gibson, C.J., Bevington, P., Oppo, G.-L. and Yao, A.M. (2018) Control of Polarization Rotation in Nonlinear Propagation of Fully Structured Light. *Physical Review A*, 97, Article ID: 033832. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.97.033832
- [13] Castellucci, F., Clark, T.W., Selyem, A., Wang, J. and Franke-Arnold, S. (2021) Atomic Compass: Detecting 3D Magnetic Field Alignment with Vector Vortex Light. *Physical Review Letters*, **127**, Article ID: 233202. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.127.233202
- [14] Rumala, Y.S., Milione, G., Nguyen, T.A., et al. (2013) Tunable Supercontinuum Light Vector Vortex Beam Generator Using a q-Plate. Optics Letters, 38, 5083-5086. <u>https://doi.org/10.1364/OL.38.005083</u>
- [15] Gu, B., Wu, J.L., Sheng, N., Liu, D. and Cui, Y. (2015) Enhanced Optical Limiting Effects in Multiphoton Absorbers Using Cylindrical Vector Beams. In: CLEO 2015: Applications and Technology, Optica Publishing Group, Washington

DC. https://doi.org/10.1364/CLEO\_AT.2015.JTu5A.1

- [16] Zhao, M., Jiang, X., Fang, R., et al. (2021) Laser Frequency Stabilization via Bichromatic Doppler-Free Spectroscopy of an <sup>87</sup>Rb D<sub>1</sub> Line. Applied Optics, 60, 5203-5207. <u>https://doi.org/10.1364/AO.425694</u>
- [17] Molina-Terriza, G., Torres, J.P. and Torner, L. (2007) Twisted Photons. Nature Physics, 3, 305-310. <u>https://doi.org/10.1038/nphys607</u>
- [18] Padgett, M., Courtial, J. and Allen, L. (2004) Light's Orbital Angular Momentum. *Physics Today*, 57, 35-40. https://doi.org/10.1063/1.1768672
- [19] Woerdemann, M., Alpmann, C., Esseling, M. and Denz, C. (2013) Advanced Optical Trapping by Complex Beam Shaping. Laser & Photonics Reviews, 7, 839-854. <u>https://doi.org/10.1002/lpor.201200058</u>
- [20] Grier, D.G. (2003) A Revolution in Optical Manipulation. Nature, 424, 810-816. https://doi.org/10.1038/nature01935
- [21] Vaziri, A., Pan, J.-W., Jennewein, T., Weihs, G. and Zeilinger, A. (2003) Concentration of Higher Dimensional Entanglement: Qutrits of Photon Orbital Angular Momentum. *Physical Review Letters*, **91**, Article ID: 227902. <u>https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.91.227902</u>
- [22] Shi, S., Ding, D.-S., Zhang, W., et al. (2017) Transverse Azimuthal Dephasing of a Vortex Spin Wave in a Hot Atomic Gas. *Physical Review A*, 95, Article ID: 033823. <u>https://doi.org/10.1103/PhysRevA.95.033823</u>
- [23] He, H., Friese, M.E.J., Heckenberg, N.R. and Rubinsztein-Dunlop, H. (1995) Direct Observation of Transfer of Angular Momentum to Absorptive Particles from a Laser Beam with a Phase Singularity. *Physical Review Letters*, **75**, 826-829. <u>https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.75.826</u>
- [24] Amini Sabegh, Z., Amiri, R. and Mahmoudi, M. (2018) Spatially Dependent Atom-Photon Entanglement. Scientific Reports, 8, Article No. 13840. <u>https://doi.org/10.1038/s41598-018-32051-8</u>
- [25] Kotlyar, V.V., Kovalev, A.A. and Soifer, V.A. (2014) Asymmetric Bessel Modes. Optics Letters, 39, 2395-2398. https://doi.org/10.1364/OL.39.002395
- [26] Cai, Y. and Lin, Q. (2002) Decentered Elliptical Gaussian Beam. Applied Optics, 41, 4336-4340. https://doi.org/10.1364/AO.41.004336
- [27] Kovalev, A.A., Kotlyar, V.V. and Porfirev, A.P. (2016) Asymmetric Laguerre-Gaussian beams. *Physical Review A*, 93, Article ID: 063858. <u>https://doi.org/10.1103/PhysRevA.93.063858</u>