

基于奇异点的相干完美吸收传感

付林雪, 范孟军, 丁亚琼, 付新铭

上海理工大学理学院, 上海

收稿日期: 2023年3月29日; 录用日期: 2023年5月5日; 发布日期: 2023年5月12日

摘要

传感在许多领域都有十分重要的作用。基于奇异点的传感由于其在奇异点附近具有较高的灵敏度而被广泛研究。但是在弱耦合区域透反射谱线的峰或者谷并不总是严格与哈密顿量本征值的实部相对应。因此基于奇异点的传感会存在误差。这里我们通过超材料建立一个具有PT对称的系统来实现相干完美吸收并且提出一种基于奇异点的相干完美吸收谱线的传感。随参数的演变, 系统在奇异点之后哈密顿量的本征值一直为实数。由于相干完美吸收需要哈密顿量的本征值为实数, 因此相干完美吸收峰跟哈密顿量本征值实部是严格对应的。这种探测器避免了此前基于奇异点与透反射谱线不能对应的问题。并且对实现新型传感器具有指导作用。

关键词

超材料, 奇异点, 相干完美吸收, 传感

Coherent Perfect Absorption Sensing Based on Exceptional Points

Linxue Fu, Mengjun Fan, Yaqiong Ding, Xinming Fu

College of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Mar. 29th, 2023; accepted: May 5th, 2023; published: May 12th, 2023

Abstract

Sensing plays an important role in many fields. The sensor based on the exception point has been widely studied because of its high sensitivity near the exception point. However, the peaks or valleys of the transmission and reflection lines in the weakly coupled region do not always correspond strictly to the real part of the eigenvalues of Hamiltonian. Therefore, the sensor based on the exceptional point will have error. In this paper, we establish a PT-symmetric system to achieve coherent perfect absorption by metamaterials and propose an exceptional point-based coherent

perfect absorption line sensing. The eigenvalue of the Hamiltonian is always a real number after the system is at an exceptional point. Since the eigenvalue of the Hamiltonian is required to be real, the coherent perfect absorption peak corresponds strictly to the real part of the eigenvalue of the Hamiltonian. This kind of detector avoids the problem that previously based on the exceptional point can not correspond with the transmission and reflection spectrum line. And it has the guiding function to realize the new type sensor.

Keywords

Metamaterials, Exceptional Point, Coherent Perfect Absorption, Sensing

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

由于在奇异点附近系统对参数变化的响应很大, 基于奇异点的传感被广泛研究。奇异点是厄米系统一个显著的特征[1] [2]。在奇异点处, 不仅系统的本征值简并, 本征态同样也简并。由于跟环境有能量交换, 非厄米系统本征值大多为复数。1998年, Bender 提出当系统满足时间-宇称(PT)对称时, 非厄米系统的哈密顿量也可以为实数[3]。当一个 PT 对称系统的本征值经历奇异点后, 本征值的虚部会发生简并并且为 0, 实部分裂从而使本征值为实数。基于奇异点以及 PT 对称, 有大量新奇的物理现象被提出。例如单向隐身[4] [5], 相干完美吸收[6] [7], 灵敏传感[8]以及其他奇特的现象[9] [10] [11] [12]。

在奇异点处, 本征值对于参数变化的响应跟奇异点的阶数有关。奇异点的阶数越高, 对于微扰的响应越灵敏。已经提出过基于二阶奇异点, 三阶奇异点的灵敏传感[10] [13]。大多基于 EP 点的灵敏传感都是假设透射的峰/谷对应哈密顿量本征值的实部。峰/谷的线宽对应本征值的虚部。但是这种假设在并不完全成立。在强耦合区, 本征值的实部虚部能很好的对应传输谱线的频率以及线宽。但是在弱耦合区域这种对应关系并不成立。已经由研究提出, 通过对传输光谱的分裂而不是基于本征值的分裂来构造灵敏传感[14]。这种传感具有类似 EP 处本征值分裂的特性并且避免了本征值分裂与频谱不相对应的关系。

由于相干吸收需要严格满足本征值为实数, 因此相干吸收跟具有增益的哈密顿量本征值是严格对应的。因此我们通过将具有增益的哈密顿量本征值跟相干吸收光谱对应起来设计一种基于 PT 对称的相干吸收光谱灵敏传感。这种传感完全没有上述问题, 并且可以扩展到高阶奇异点。首先我们建立一个双原子模型, 这个模型由一个亮态以及一个暗态组成。通过将入射波作为有效激励, 我们可以得到系统的哈密顿量。随后我们平衡系统的增益以及损耗实现 PT 对称并且使得本征值在 EP 点之前为实数。通过耦合模计算系统的传输谱线可以得到系统的相干吸收光谱。得到的相干吸收光谱于哈密顿量本征值的实部严格对应。随后将系统参数调节到 EP 点处。通过增加一个耦合微扰使得系统偏离 EP 点。此时观察相干吸收光谱的吸收峰的失谐量。通过计算吸收光谱的失谐量与增加微扰的比值可以得到在 EP 点处系统对于微扰的相应与微扰成二次方关系。并且这种灵敏传感可以推广到跟高阶。

2. 双原子系统的相干完美吸收

构建的双原子系统示意图如图 1 所示。原子 A ($\tilde{a} = Ae^{-i\omega t}$) 可以被直接激励, 称之为亮原子。损耗 γ_a

是亮原子的散射损耗，由原子的结构决定。 Γ_a 是亮原子的散射损耗，由原子所加载的损耗决定。原子 B ($\tilde{b} = B e^{-i\omega t}$)不能被直接激励，只能被亮原子通过耦合强度 κ 激励，称之为暗原子。 Γ_b 是暗原子的散射损耗，由暗原子所加载的损耗决定。在这种结构中暗原子的耗散损耗为 0。当通过端口 1 激励系统时，系统的耦合模方程可以写为：

$$\begin{aligned}\frac{d\tilde{a}}{dt} &= (-i\omega_0 - \Gamma_a - \gamma_a)\tilde{a} + i\kappa\tilde{b} + i\sqrt{\gamma_a}(\tilde{s}_1), \\ \frac{d\tilde{b}}{dt} &= (-i\omega_0 - \Gamma_b)\tilde{b} + i\kappa\tilde{a}.\end{aligned}\quad (1)$$

因此可以得到系统的透反射系数为：

$$\begin{aligned}T &= \frac{(\omega - \omega_1 - i\Gamma_b)\sqrt{\gamma_a} \times \sqrt{\gamma_a} \times i}{-k^2 + (\omega - \omega_1 - i\Gamma_b)(\omega - \omega_1 - i(\Gamma_a + \gamma_a))}, \\ R &= 1 + T.\end{aligned}\quad (2)$$

系统的散射矩阵可以写为：

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}.\quad (3)$$

当将入射波作为有效增益，系统的哈密顿量可以写为：

$$H = \begin{pmatrix} \omega_0 - i(\Gamma_a - \gamma_a) & \kappa \\ \kappa & \omega_0 - i\Gamma_b \end{pmatrix}.\quad (4)$$

通过求解系统哈密顿量的本征值，可以得到哈密顿量本征值随参数的演变为

$$\omega_{\pm} = \omega_0 + i\frac{\gamma_a - \Gamma_a - \Gamma_b}{2} \pm \sqrt{\kappa^2 - \frac{(\gamma_a - \Gamma_a + \Gamma_b)^2}{4}}.\quad (5)$$

当公式(5)的二次根号下等于 0 时，哈密顿量本征值的实部虚部都简并。此时为系统的奇异点。

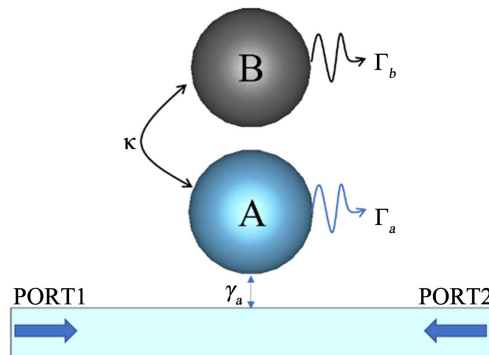


Figure 1. Two-atom coupling system
图 1. 双原子耦合系统

实现相干完美吸收需要哈密顿量本征值为实数。将如射波作为有效增益，调节原子的损耗使得增益跟损耗平衡，即 $\gamma_a - \Gamma_a = \Gamma_b$ 公式(5)中的虚数相为 0。因此只要根号项为实数，即 $4\kappa^2 \geq (\gamma_a - \Gamma_a + \Gamma_b)^2$ 时，这个系统的本征值为实数且在 ω_{\pm} 处实现相干完美吸收。图 2 展示了系统哈密顿亮本征值随系统耦合强度的演变。这里设定亮原子的散射损耗 $\gamma_a = 0.075 \times 2\pi$ GHz，耗散损耗 $\Gamma_a = 0.045 \times 2\pi$ GHz。暗原子的耗散损耗 $\Gamma_b = 0.03 \times 2\pi$ GHz。当系统参数在奇异点附近变化时，系统对参数的相应非常灵敏。因此在奇异点

可以作为灵敏探测。当耦合强度小于 $0.03 \times 2\pi$ GHz 时, 本征值实部为 1 支, 虚部分裂为两支且不为 0。此时不满足相干完美吸收的条件。当耦合强度增大到 $0.03 \times 2\pi$ GHz 时, 此处为奇异点。本征值的虚部简并为 1 支并且为 0, 实部也简并。此时满足完美吸收的条件。图 2(a) 的插图可以看出在此处哈密顿量实部随微扰的变化很大。当耦合强度继续增大, 本征值的虚部一直为 0, 满足相干完美吸收条件。

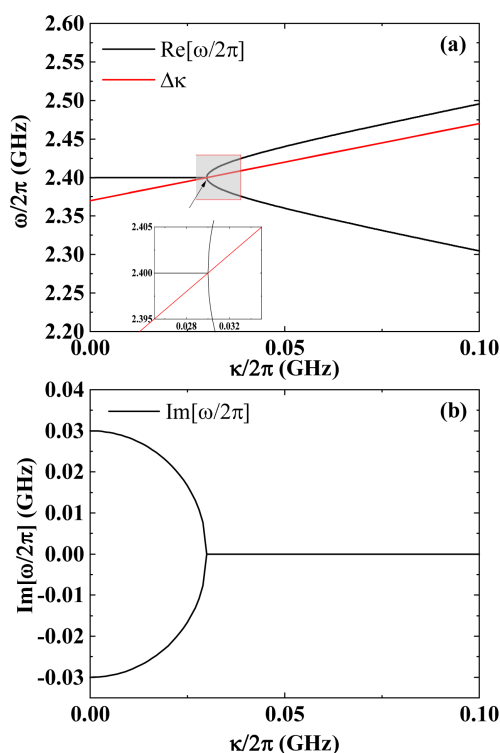


Figure 2. The real and imaginary parts of the eigenvalues of the Hamiltonian quantities (a) in the inset are the data at the EP point after the enlargement

图 2. 哈密顿量本征值的实部与虚部(a)中插图为放大后 EP 点处的数据

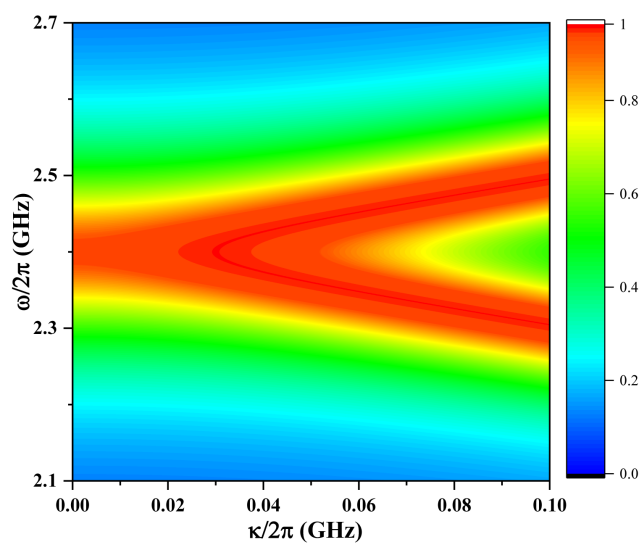


Figure 3. Coherent absorption spectra calculated by coupled modes

图 3. 通过耦合模计算的相干吸收光谱

双原子系统的相干吸收计算公式为

$$CPA = 1 - |T + R|^2 \quad (6)$$

通过公式(2)和(6)可以得到系统的传输谱线从而计算系统对于入射波的相干吸收。图3展示了基于图2的条件计算的相干吸收。相干吸收在耦合强度小于 $0.03 \times 2\pi \text{ GHz}$ 时, 吸收峰为1个并且吸收率不为1。当耦合强度等于 $0.03 \times 2\pi \text{ GHz}$ 时, 相干吸收峰为1个并且吸收达到1。继续增加耦合强度, 相干吸收峰分裂为两个且持续保持完美吸收。相干吸收峰的演变跟本征值的实部完全对应。

由于实现相干完美吸收需要严格满足哈密顿量本征值为实数, 相干完美吸收峰严格对应哈密顿量本征值。由于PT对称系统在经过奇异点后哈密顿量本征值实部分裂且虚部为0。因此可以构造一个基于奇异点的相干完美吸收谱线的灵敏传感。

3. 电磁仿真实现相干吸收传感

微波超材料结构可以实现对电磁波灵活的操控。因此基于上述理论, 我们设计了一个由金属线以及开口谐振环互相耦合的双原子结构。如图4金属线作为亮原子可以被微带线直接激励。通过调节金属线的长度可以调节亮原子的本征频率。金属线的宽度可以调节亮原子的散射损耗。金属线所加载的电阻可以调节亮原子的耗散损耗。开口谐振环作为暗原子可以被金属线通过耦合强度 κ 激励。开口环的尺寸以及开口大小可以调节暗原子的谐振频率。开口环所加载的电阻可以调节暗原子的耗散损耗。亮原子与暗原子之间的间距可以调节亮暗原子之间的耦合强度。

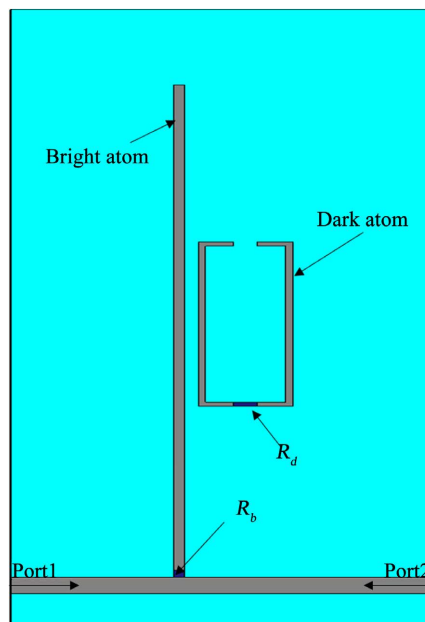


Figure 4. A diatomic metamaterial structure for coherent perfect absorption

图4. 实现相干完美吸收的双原子超材料结构

首先, 通过仿真调节亮暗原子的参数使得亮暗原子的谐振频率相同。这里金属线长为 72 mm 使得在 $f_1 \approx 2.4 \text{ GHz}$ 。开口谐振环为 $20 \times 10 \text{ mm}$ 使得谐振频率也在 $f_2 \approx 2.4 \text{ GHz}$ 。随后单独对亮暗原子进行仿真测量亮暗原子的损耗。原子的损耗可以通过所加载不通电阻得到的透反射谱线的半高宽的一半进行线性拟合得到。拟合曲线在电阻为0时与y轴的截距为原子的散射损耗。拟合曲线的斜率为原子耗散损耗随电阻演变的系数。测得亮原子的散射损耗 $\gamma_a = 0.075 \times 2\pi \text{ GHz}$, 耗散损耗 $\Gamma_a = 0.003 \times 2\pi \times R_b \text{ GHz}$ 。暗原

子的耗散损耗 $\Gamma_b = 0.005 \times 2\pi \times Rd$ GHz。之后计算亮暗原子的耦合强度随耦合间距的关系。将亮暗原子相互耦合，通过调整亮暗原子的耦合间距，测得系统的透反射谱线峰间距的一半随亮暗原子间的耦合间距的演变进行拟合得出暗原子的耦合强度随耦合间距的关系。耦合强度随耦合间距的演变关系为 $\kappa/2\pi = 0.328\exp(-S\kappa/0.533) - 0.002$ 。通过调节系统的电阻以及系统的耦合间距，可以方便的实现对系统参数的调节。

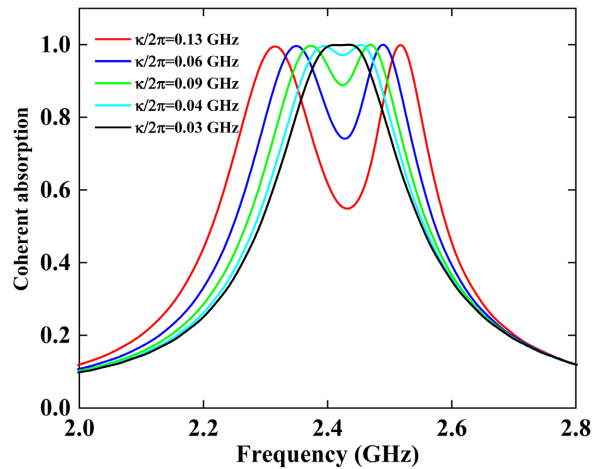


Figure 5. Coherent absorption spectra at different coupling intensities
图 5. 不同耦合强度下的相干吸收光谱

通过调节亮暗原子所加载的损耗首先平衡系统的增益跟损耗。亮原子加载 15Ω 的电阻，耗散损耗为 $\Gamma_a = 0.045 \times 2\pi \times Rb$ GHz。暗原子加载 6Ω 的电阻，耗散损耗为 $\Gamma_b = 0.005 \times 2\pi \times Rd$ GHz。此时系统的增益跟损耗平衡。然后调节系统的耦合间距为 1.3 mm，耦合强度 $\kappa/2\pi = 0.03$ GHz。系统的参数满足的增益跟损耗相等且处于奇异点。根据之前的推导，当系统处于这个参数下时，系统对于外界的微扰最为敏感且相干吸收峰的演变严格对应哈密顿量实部的演变。

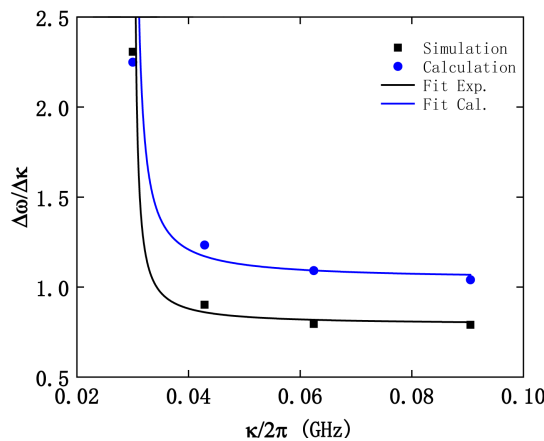


Figure 6. The corresponding calculations for coupled perturbations and simulation results
图 6. 对耦合微扰的相应的计算以及仿真结果

图 5 是不同耦合强度下系统的相干吸收峰以及哈密顿量本征值对耦合强度变化的响应。由于仿真时测量系统参数存在误差，仿真结果并不能完全跟计算结果吻合。图 6 是对耦合微扰的相应的计算以及仿真结果。 $\Delta\omega/\Delta\kappa$ 表示没变化单位耦合强度时相干吸收峰的劈裂程度或者哈密顿量本征值的偏离程度。当

耦合强度为 $\kappa/2\pi = 0.03$ GHz, 此时系统处于奇异点, 相干吸收峰的劈裂程度跟哈密顿量本征值的变量对耦合强度的相应最大。随着耦合强度的增加, 对耦合强度变化的相应越来越小。当耦合强度足够大时, 偏离量跟耦合强度的比值趋于 1。即偏离量跟耦合强度的变化接近相等。这与图 2(a)的结论相一致, 证明了基于奇异点的相干完美吸收谱线灵敏度探测。

4. 结论

由于基于奇异点的透反射谱线传感不能很好的跟哈密顿量本征值对应, 我们设计了一个基于奇异点的相干完美吸收光谱传感。由于实现相干完美吸收必须严格满足本征值为实数, 因此相干完美吸收峰严格对应哈密顿量本征值的实部。首先通过耦合模以及有效哈密顿量的计算得到基于相干完美吸收随哈密顿量本征值的演变相对应。随后在奇异点处通过添加一个耦合微扰观察吸收谱线的相应。我们的计算结果跟我们的预测结果一致。并且我们通过微波超材料在 CST 的微波工作室中到了同样的结果。这种传感对于微扰的失谐在奇异点附近跟奇异点的阶数有关。两阶奇异点对应着传输谱线失谐的二次方。这种基于奇异点的传感并不会出现本征值实部跟谱线分裂不对应的误差并且对构造基于奇异点的传感具有指导意义。

参考文献

- [1] Miri, M.A. and Alù, A. (2019) Exceptional Points in Optics and Photonics. *Science*, **363**. <https://doi.org/10.1126/science.aar7709>
- [2] Heiss, W.D. (2012) The Physics of Exceptional Points. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, **45**, Article ID: 444016. <https://doi.org/10.1088/1751-8113/45/44/444016>
- [3] Bender, C.M. and Boettcher, S. (1998) Real Spectra in Non-Hermitian Hamiltonians Having P T Symmetry. *Physical Review Letters*, **80**. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.80.5243>
- [4] Lv, B., Fu, J., Wu, B., Li, R., Zeng, Q., Yin, X., Wu, Q., Gao, L., Chen, W., Wang, Z., Liang, Z., Li, A. and Ma, R. (2017) Unidirectional Invisibility Induced by Parity-Time Symmetric Circuit. *Scientific Reports*, **7**, Article Number 40575. <https://doi.org/10.1038/srep40575>
- [5] Huang, Y., Shen, Y., Min, C., Fan, S. and Veronis, G. (2017) Unidirectional Reflectionless Light Propagation at Exceptional Points. *Nanophotonics*, **6**, 977-996. <https://doi.org/10.1515/nanoph-2017-0019>
- [6] Baranov, D.G., Krasnok, A., Shegai, T., Alù, A. and Chong, Y. (2017) Coherent Perfect Absorbers: Linear Control of Light with Light. *Nature Reviews Materials*, **2**, Article Number 17064. <https://doi.org/10.1038/natrevmats.2017.64>
- [7] Sun, Y., Tan, W., Li, H.Q., Li, J. and Chen, H. (2014) Experimental Demonstration of a Coherent Perfect Absorber with PT Phase Transition. *Physical Review Letters*, **112**, Article Number 143903. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.143903>
- [8] Feng, L., Wong, Z.J., Ma, R.M., Wang, Y. and Zhang, X. (2014) Single-Mode Laser by Parity-Time Symmetry Breaking. *Science*, **346**, 972-975.
- [9] Wiersig, J. (2014) Enhancing the Sensitivity of Frequency and Energy Splitting Detection by Using Exceptional Points: Application to Microcavity Sensors for Single-Particle Detection. *Physical Review Letters*, **112**, Article Number 203901. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.203901>
- [10] Zeng, C., Sun, Y., Li, G., Li, Y.H., Jiang, H.T., Yang, Y.P. and Chen, H. (2019) Enhanced Sensitivity at High-Order Exceptional Points in a Passive Wireless Sensing System. *Optics Express*, **27**, 27562-27572. <https://doi.org/10.1364/OE.27.027562>
- [11] Chong, Y.D., Ge, L. and Stone, A.D. (2011) PT-Symmetry Breaking and Laser-Absorber Modes in Optical Scattering Systems. *Physical Review Letters*, **106**, Article Number 093902. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.106.093902>
- [12] Baum, B., Alaeian, H. and Dionne, J. (2015) A Parity-Time Symmetric Coherent Plasmonic Absorber-Amplifier. *Journal of Applied Physics*, **117**, Article Number 063106. <https://doi.org/10.1063/1.4907871>
- [13] Chen, W.J., Özdemir, Ş.K., Zhao, G.M., Wiersig, J. and Yang, L. (2017) Exceptional Points Enhance Sensing in an Optical Microcavity. *Nature*, **548**, 192-196. <https://doi.org/10.1038/nature23281>
- [14] Geng, Q. and Zhu, K.D. (2021) Discrepancy between Transmission Spectrum Splitting and Eigenvalue Splitting: A Reexamination on Exceptional Point-Based Sensors. *Photonics Research*, **9**, 1645-1649. <https://doi.org/10.1364/PRJ.423996>