

# 薄长片压电振子的强场机械品质因数表征研究

赵恒莉, 郑广斌, 宋李江, 陈赵江\*

浙江师范大学物理与电子信息工程学院, 浙江 金华

收稿日期: 2023年7月26日; 录用日期: 2023年9月6日; 发布日期: 2023年9月14日

## 摘要

为探究利用温升和振动测量表征强电场下薄长片压电振子的机械品质因数 $Q_m$ 的可行性, 首先对工作在横向长度伸缩振动模式的薄长片压电振子的热传导方程进行建模和有限差分求解分析, 推导了压电振子自发热参数 $h_g$ 、边界振动速度幅值 $V_{max}$ 与 $Q_m$ 之间的关系; 其次利用有限元仿真和数值求解方法, 研究了不同材料参数下薄长片压电振子的振动温升分布的特性, 验证了利用温升和振动测量方法表征薄长片压电振子 $Q_m$ 值的准确性; 最后搭建了实验装置表征了PZT-4和PZT-8两种压电薄长片压电振子在不同电场下的 $Q_m$ 值, 结果表明: 不同电场强度下PZT-8压电振子的 $Q_m$ 值均高于PZT-4压电振子, 且随着电场强度增大两种压电振子的 $Q_m$ 值均减小, 该方法和实验结果可为大功率压电器件的设计和性能表征提供参考。

## 关键词

薄长片压电振子, 热传导, 应变, 径向振动模式, 机械品质因数

# Research on Characterization of High-Field Mechanical Quality Factor of Thin Rectangular Plate Piezoelectric Resonators

Hengli Zhao, Guangbin Zheng, Lijiang Song, Zhaojiang Chen\*

College of Physics and Electronic Information Engineering, Zhejiang Normal University, Jinhua Zhejiang

Received: Jul. 26<sup>th</sup>, 2023; accepted: Sep. 6<sup>th</sup>, 2023; published: Sep. 14<sup>th</sup>, 2023

## Abstract

In order to investigate the feasibility of using temperature rise and vibration measurements to characterize the high-field mechanical quality factor  $Q_m$  of a thin rectangular piezoelectric reso-

\*通讯作者。

nators, a finite difference solution method of the heat conduction equation of a thin rectangular piezoelectric resonators operating in the transverse length extensional vibration mode is firstly presented, and the relationship between the self-heating parameter  $h_g$ , the edge vibration velocity amplitude  $V_{max}$  and the mechanical quality factor  $Q_m$  of the piezoelectric oscillator is derived. Secondly, the vibration and the temperature-rise distribution of the thin rectangular plate piezoelectric oscillator under different material parameters are studied by using finite element simulation and numerical solution, and the accuracy of using temperature rise and vibration measurement methods to characterize the  $Q_m$  value of the piezoelectric resonators is verified. Finally, an experimental test system is built to characterize the  $Q_m$  value of PZT-4 and PZT-8 piezoelectric materials under different electric fields. The results show that the  $Q_m$  values of the PZT-8 piezoelectric resonator are higher than those of the PZT-4 piezoelectric resonator under different electric fields, and the  $Q_m$  values of both piezoelectric resonators decrease sharply with the increase of electric field amplitude, which can provide a reference for the design and performance characterization of high-power piezoelectric devices.

## Keywords

Thin Rectangular Plate Piezoelectric Resonators, Heat Conduction, Strain, Radial Vibration Mode, Mechanical Quality Factor

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

压电材料作为一种力电转化的功能性材料,已被广泛应用于军事、医疗、工业和生活等方面[1] [2] [3] [4] [5],尤其近些年来超声压电换能器的不断深入研究[6] [7] [8] [9] [10],更使得压电材料应用得到了进一步的推广。目前,大功率压电器件的需求不断提高,然而大量的理论和实验表明,压电器件在大功率条件下会出现明显的非线性效应[11] [12] [13] [14],材料参数变化明显,导致出现共振频率漂移、幅值曲线跳跃,以及器件过热、振幅饱和与性能下降等[15] [16],这对大功率压电器件的应用十分不利。目前,压电材料表征侧重于弱场条件,大功率条件下压电材料的性能表征是一个亟待解决的问题。

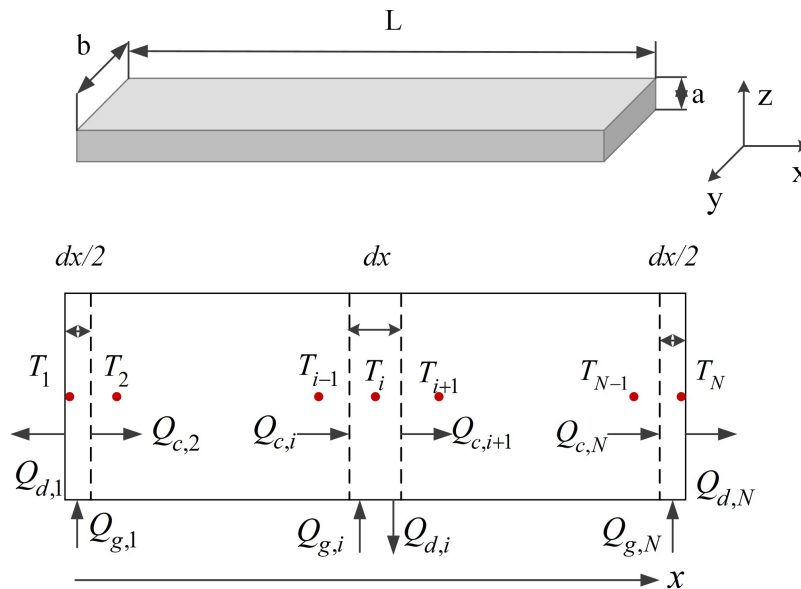
机械品质因数  $Q_m$  作为评估压电材料重要参数,其主要反映压电材料在谐振情况下克服内摩擦而消耗的能量。目前测量压电材料  $Q_m$  值最常用的方法是定义法[17] [18]和 3 dB (半功率点)法[17] [19],这两种方法主要通过阻抗分析仪测量压电材料的阻抗谱来计算压电材料  $Q_m$  值,但这两种方法的不足之处在于仅适用于弱场条件。目前大功率条件下压电材料  $Q_m$  值测量的主要方法是恒定电流法[20] [21]和脉冲驱动法[22] [23],其中恒定电流法可通过搭建相应的电路来测量恒定电流下的压电振子导纳曲线,以求得相应的  $Q_m$  值;脉冲驱动法主要是对压电振子进行脉冲串激励,通过分析在脉冲串激励结束后的振动速度衰减曲线来获得相应的  $Q_m$  值。但上述两种方法的测量过程较为复杂,且在测量精度上也有待提高。

美国宾州州立大学 K. Uchino 教授课题组首次提出了利用温升和振动测量表征压电振子强场机械品质因数的方法[24],但是对该表征方法的可行性并没有进行理论分析和验证,且以往的实验研究并没有给出  $Q_m$  值与激励电场强度的关系。本文首先对薄长片压电振子的热传导方程进行有限差分求解分析;其次对推导得到的热传导方程进行数值模拟和有限元仿真,研究了薄长片压电振子的振动模态与应变和损耗的关系,模拟了不同材料参数下压电振子,验证利用温度和振动测量压电长条振子机械品质因数方法的

准确性。在此基础上，搭建了实验装置对 PZT 压电材料的强场机械品质因数进行表征，得到了 PZT-4 和 PZT-8 在不同电场强度下的  $Q_m$  值，验证了利用温升和振动测量表征压电振子机械品质因数的可行性。

## 2. 薄长片压电振子热传导方程的有限差分求解

本节主要对薄长片压电振子径向共振时的热传导方程进行有限差分求解分析，为以实验数据中拟合自发参数  $h_g$  建立理论基础。压电长条振子在共振时的发热主要由于应力应变滞后引起的机械损耗导致，而应变分布只与压电长条振子的长度有关，因此其产热分布也仅沿其长度方向发生变化。压电长条振子的几何形状以及热流分布如图 1 所示。



**Figure 1.** Model of the thin piezoelectric plate and heat distribution in the length direction  
**图 1.** 薄长片压电振子模型以及在长度方向的热流分布

由图 1 所示，为进行热传导方程的有限差分求解，薄长片压电振子沿长度方向被平均分成  $N$  等分，图中的  $T_1$ 、 $T_i$  和  $T_N$  分别代表长度被均分之后相应位置处的温度。我们可将压电振子径向振动时的热传导模型分成三部分去研究，即左边界(1 位置)、右边界( $N$  位置)以及左边界与右边界之间(1 至  $N$  之间的位置)。根据图 1 中  $i$  点位置处的热流情况可写出如下的能量守恒方程：

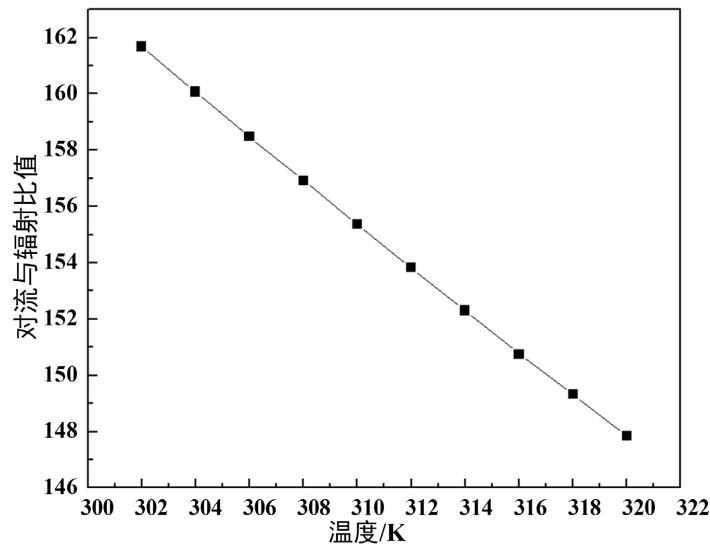
$$(Q_{c,i} + Q_{g,i}) - (Q_{c,i+dx} + Q_{d,i}) = \frac{\partial U_i}{\partial t} \tag{1}$$

其中  $Q_{c,i}$  是传导进入微元  $i$  处的热流，而  $Q_{c,i+dx}$  是由于传导流出微元  $i$  处的热流， $Q_{g,i}$  为微元  $i$  处的产热， $Q_{d,i}$  代表微元  $i$  处的散热， $U_i$  代表微元  $i$  处的总内能，经推导可得到左边界到右边界之间微元处的热传导方程为[24]：

$$\frac{\partial T(i,t)}{\partial t} = \frac{\lambda}{c_p \rho} \frac{\partial^2 T(i,t)}{\partial x^2} + \frac{Q_g(i)}{c_p \rho} - \frac{h_g P}{c_p \rho A} (T(i,t) - T_{air}) - \frac{\varepsilon \sigma P}{c_p \rho A} (T(i,t)^4 - T_{air}^4) \tag{2}$$

其中  $\lambda$  为压电材料的热导率， $c_p$  和  $\rho$  分别为压电材料的比热容和密度， $T_{air}$  为空气温度， $P$  代表压电长条横截面周长， $A$  代表压电长条横截面的面积， $\varepsilon$  和  $\sigma$  分别表示为辐射率和斯蒂芬玻尔兹曼常数。图 2 给出了典型实验条件下对流与辐射耗散功率的比值与样品温度之间的关系。由图可知，随着温度不断下降，

对流与辐射耗散功率的比值有所减小，但是两者的比值还是相对较大，因此辐射项可以忽略。



**Figure 2.** The relationship between the ratio of convection and radiation power and the temperature of the material  
**图 2.** 对流与辐射功率比值与材料温度之间的关系

忽略辐射换热并对公式(2)进行有限差分求解可得到如下形式：

$$\frac{\partial^2 T(i,t)}{\partial x^2} = \frac{\lambda}{c_p \rho (dx)^2} (T(i-1,t) + T(i+1,t) - 2T(i,t)) + \frac{Q_g(i)}{c_p \rho} - \frac{h_d P}{c_p \rho A} (T(i,t) - T_{air}) \quad (3)$$

对于左边界和右边界单元可以写出如下的能量守恒方程：

$$Q_{g,1} - Q_{c,2} - Q_{d,1} = \frac{\partial U_1}{\partial t} \quad (4)$$

$$Q_{c,N} + Q_{g,N} - Q_{d,N} = \frac{\partial U_N}{\partial t} \quad (5)$$

对上述两个方程进行整理以同样的方式整理可得：

$$\frac{dT(1,t)}{dt} = \frac{2\lambda}{c_p \rho (dx)^2} (T(2,t) - T(1,t)) + \frac{Q_g(1)}{c_p \rho} - \frac{h_d (Pdx + 2A)}{c_p \rho A dx} (T(1,t) - T_{air}) \quad (6)$$

$$\frac{dT(N,t)}{dt} = -\frac{2\lambda}{c_p \rho (dx)^2} (T(N,t) - T(N-1,t)) + \frac{Q_g(N)}{c_p \rho} - \frac{h_d (Pdx + 2A)}{c_p \rho A dx} (T(N,t) - T_{air}) \quad (7)$$

薄长片压电振子在共振时的产热主要由机械损耗引起，而且产热分布与压电元件应变的平方成正比，因此可写出如下方程：

$$Q_g(x) = h_g \sin^2\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (8)$$

其中  $\sin(\pi x/L)$  为薄长片压电振子沿长度方向伸缩振动时应变分布函数[25]， $h_g$  为压电振子的发热参数。

### 3. $Q_m$ 与机械能和损耗能之间的关系

机械品质因数  $Q_m$  的值可定义为压电元件的单个周期内总的机械能与耗散的功率之比，其表达式如下：

$$Q_m = 2\pi f \frac{U_e}{P_d} \quad (9)$$

其中  $U_e$  代表为压电元件存储的机械能,  $P_d$  代表耗散的功率。对于径向振动的薄长片压电振子, 机械能可由其最大动能表示, 且动能作为位移  $u$  的函数为

$$U_e = \frac{1}{2} A \int_0^L \rho [v(x)]^2 dx \quad (10)$$

其中

$$v(x) = V_{\max} \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (11)$$

上式中  $V_{\max}$  代表压电长条振子边界处的最大振动速度。将上式代入(10)式中可得最大动能为:

$$U_e = \frac{1}{2} A \int_0^L \rho \left( V_{\max} \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \right)^2 dx \quad (12)$$

当薄长片压电振子达到稳态温度后耗散功率等于稳态时的产热功率, 因此  $P_d$  可以表示为:

$$P_d = A \int_0^L Q_g(x) dx = \frac{1}{2} h_g AL \quad (13)$$

将(12)和(13)式代入到(9)式中可得到  $Q_m$  与振动速度  $V_{\max}$  和发热参数  $h_g$  之间的关系式如下:

$$Q_m = \pi f_r \times \frac{\rho V_{\max}^2}{h_g} \quad (14)$$

#### 4. 数值模拟与有限元仿真

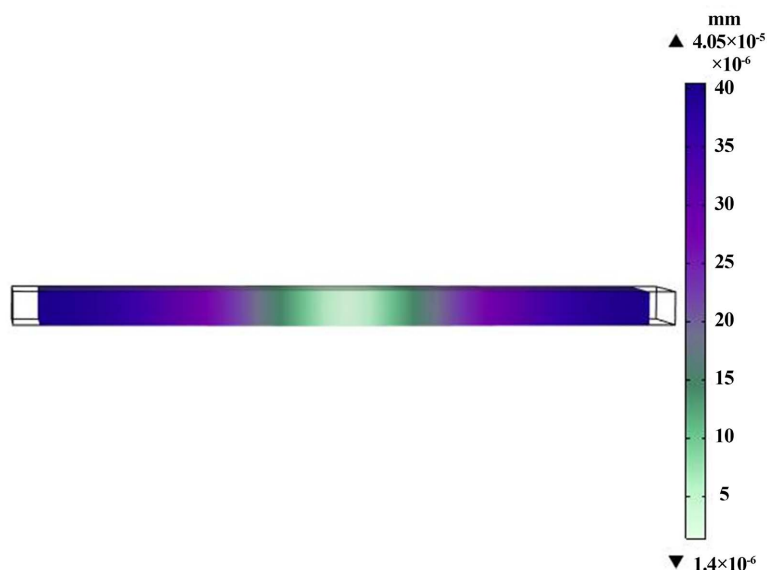
本节建立了与实验样品相同尺寸的薄长片压电振子模型, 利用数值模拟和有限元仿真计算其共振频率、应变分布、损耗分布以及温升分布, 从而验证上述经有限差分求解后的热传导方程的合理性, 同时通过有限元仿真验证了利用温升和振动法表征薄长片压电振子  $Q_m$  值的可行性。本文模拟使用的材料为 PZT-4, 其材料性能参数如表 1 所示:

**Table 1.** The parameters of PZT-4 thin plate under numerical simulation  
**表 1.** 数值模拟时使用的 PZT-4 薄长片压电材料参数

参数名称	数值	单位
密度( $\rho$ )	7500	kg/m <sup>3</sup>
热导率( $\lambda$ )	2.1	W/m·K
比热容( $c_p$ )	420	J/kg·K
对流换热系数( $h_d$ )	20	W/m <sup>2</sup> ·K
长 × 宽 × 高( $L \times b \times a$ )	40 × 6 × 2	mm <sup>3</sup>
室温	300	K

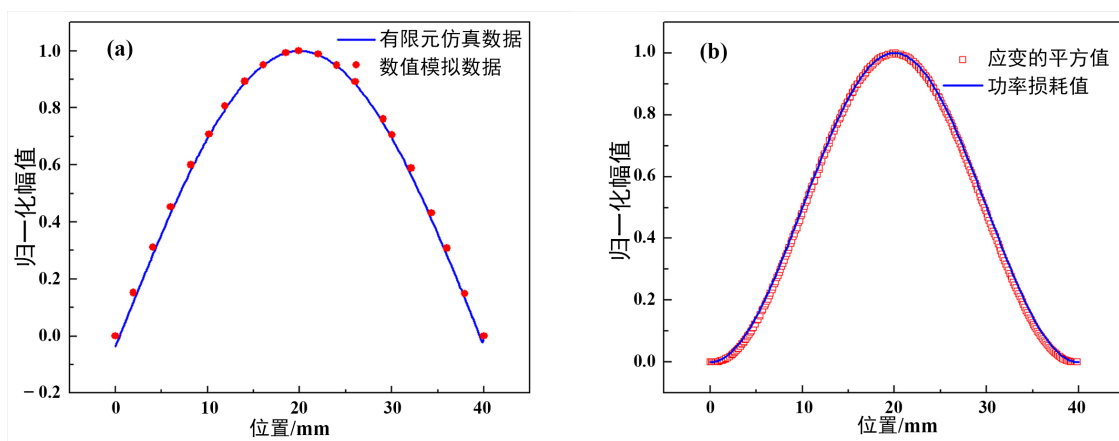
首先利用有限元仿真软件 COMSOL Multiphysics 5.6 建立了薄长片压电振子模型, 在压电振子上下两端施加电场, 且施加自由边界条件, 经特征频率计算, 可得到其径向振动的特征频率为 41.106 kHz, 且其振动模态图如图 3 所示。通过数值软件 MATLAB 编程计算出的特征频率为 40.884 kHz, 这与通过有限元仿真得到的特征频率基本一致。通过仿真与数值计算得到的特征频率的数值之间有微小误差是

由于 COMSOL 仿真软件内在计算原理与 MATLAB 数值计算的方法略有差别而造成的，因此可以忽略不计。



**Figure 3.** Radial vibration mode diagram of PZT-4 thin piezoelectric vibrator  
**图 3.** PZT-4 薄片压电振子径向振动模式图

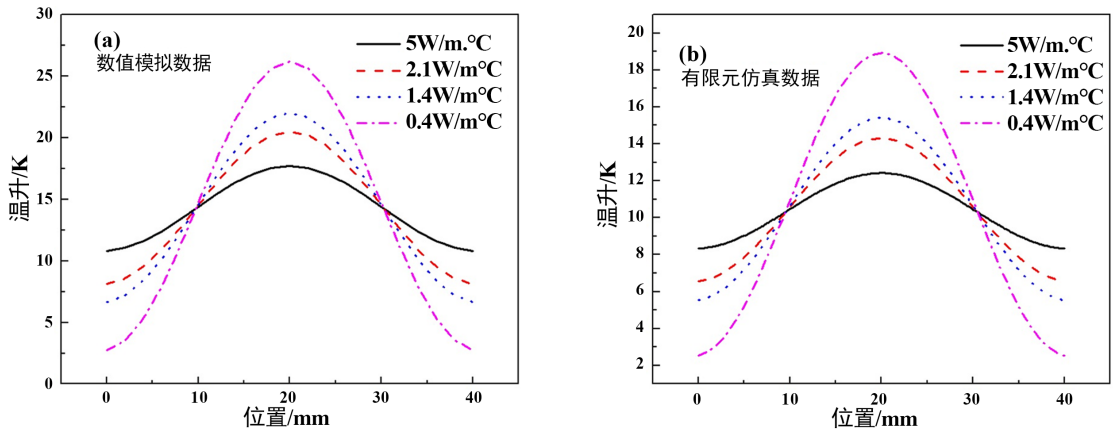
图 4(a)给出了薄片压电振子应变分布图，由图可知有限元仿真和数值模拟得到的结果基本重合，其应变分布沿长度方向为正弦曲线，且最大应变位置处在样品中心。图 4(b)给出了有限元仿真得到薄片压电振子的应变功率损耗分布图，将得到的应变分布进行平方处理后与功率损耗进行对比，可以看出两者曲线是相吻合的，从而证明公式(8)中薄片压电振子的产热分布与应变分布的平方成正比是合理的。



**Figure 4.** (a) strain distribution and (b) strain power loss distribution of the thin piezoelectric vibrator  
**图 4.** 薄片压电振子的(a) 应变分布及(b) 应变功率损耗分布图

热导率作为传热过程中一个重要的参数，其对薄片压电振子的温升分布有重要影响。图 5 给出了经数值模拟和有限元仿真得到的不同热导率时的压电振子的温升分布图。由图可知，随着热导率的增加，薄片压电振子中心点的温度不断下降，而边界的温度不断增加，且其中心与边界的温差逐渐变小。这

是因为热导率越高，压电振子中心热量更容易传导到产热较低的边界处。其次，薄长片压电振子应变最大处(中心点)的温升最大，而边界处的应变几乎为零，边界温升主要是由热量的传导引起的；最后，当热导率较小时薄长片压电振子的温度分布与应变功率耗散分布基本一致，进一步验证了产热分布与应变分布的平方成正比。



**Figure 5.** Influence of different thermal conductivity on temperature rise distribution of the thin piezoelectric vibrator  
**图 5.** 不同热导率对压电长条振子温升分布的影响

为验证利用温升和振动数据表征薄长片压电振子  $Q_m$  值的可行性，通过数值模拟和有限元仿真计算了不同机械损耗因子  $\eta$  时的温度分布，结果如图 6 所示，从图中可以看出，不同损耗因子时有限元仿真和数值求解得到的温度分布基本重合，从而进一步验证了推导得到的热传导方程及其有限差分求解方法是合理的。由图 6 和表 2 可知， $\eta$  越大，温升越小，或者说发热参数越小，这是因为薄长片压电振子在共振时的发热与应变的平方成正比，且应变引起的损耗密度可表示为：

$$P_1 = \frac{1}{2} \omega \eta \text{Real}[\varepsilon \text{Conj}(D\varepsilon)] \quad (15)$$

其中  $P_1$  代表应变损耗功率密度， $\omega$  代表角频率， $\eta$  代表机械损耗因子， $\varepsilon$  代表应变向量， $D$  代表弹性矩阵。当施加在薄长片压电振子两端的电场强度一定时， $\eta$  越大， $Q_m$  越小，压电振子的振动速度会变小，其对应的应变也会变小。由(15)式可知，应变损耗密度与损耗因子  $\eta$  成正比，与应变的平方成正比，因此随着  $\eta$  的增加，薄长片压电振子的温升或者发热参数也随之变小。

**Table 2.** Comparison of theoretical value with simulated value of mechanical quality factor with different loss factors  
**表 2.** 不同损耗因子下机械品质因数理论值与模拟值对比

损耗因子 $\eta$	边界振动速度(m/s)	发热参数( $h_g$ )	$Q_m$ 理论值	$Q_m$ 模拟值	误差
0.001	0.768	564,890	1000	1010.682	1.07%
0.0133	0.577	424,770	750	759.916	1.32%
0.002	0.384	282,510	500	505.317	1.06 %
0.004	0.192	141,240	250	252.685	1.07%

同时将有限元仿真得到的不同损耗因子下的振动速度以及温度分布进行计算得出相应条件下的  $Q_m$  值，其结果如表 2 所示。由表 2 可知模拟得到的薄长片压电振子的  $Q_m$  值与理论值的误差保持在 2% 以内，进一步说明了此方法的可行性。需要说明的是，上述表格中的发热参数是由压电振子温度分布拟合得到。

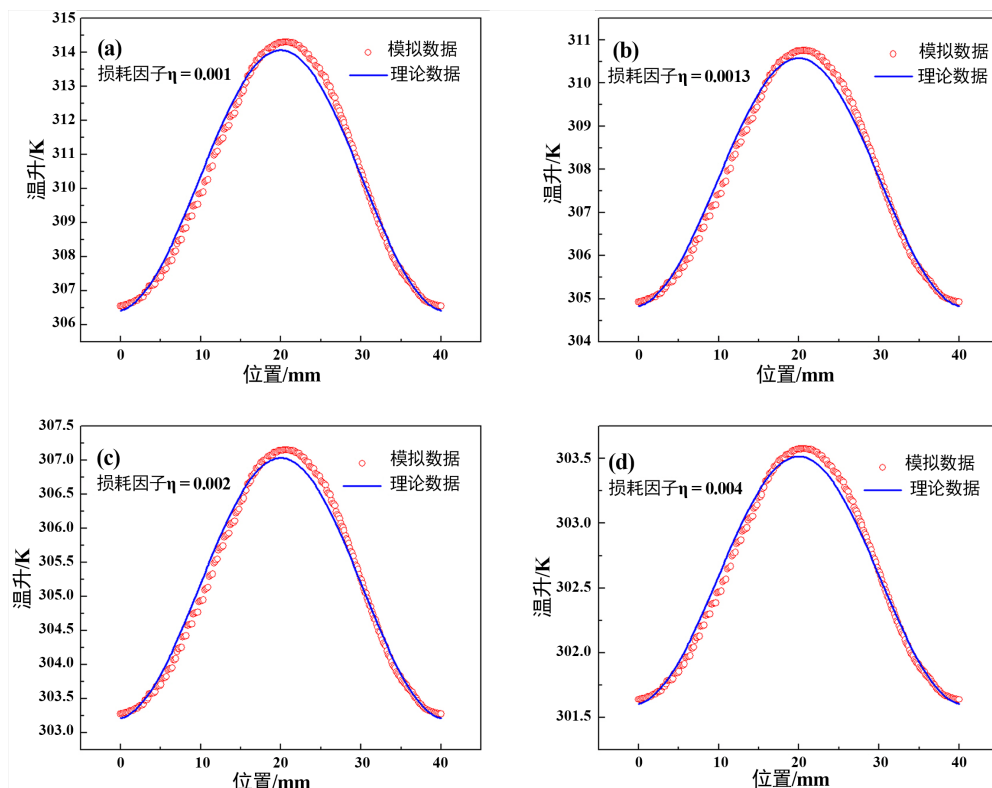


Figure 6. Simulation results of temperature distribution of the thin piezoelectric vibrator with different loss factors  
图 6. 不同损耗因子薄片压电振子的温度分布仿真结果

## 5. 强场下机械品质因数测量的实验研究

### 5.1. 实验装置及样品参数

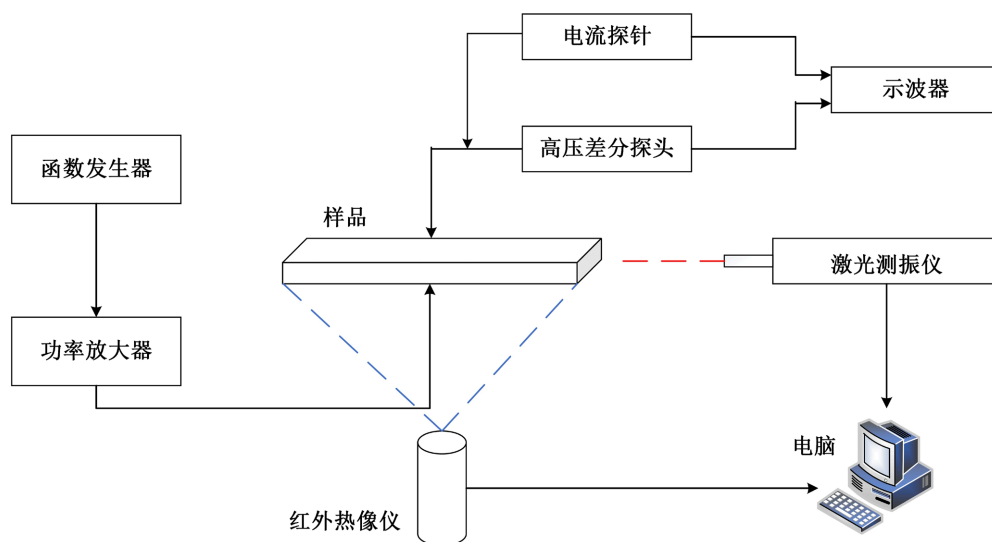


Figure 7. Schematic diagram of experimental apparatus  
图 7. 实验装置示意图

强场下薄片压电振子机械品质因数测量的装置如图 7 所示, 该实验装置主要包括函数发生器(Tek



AFG1062)、功率放大器(NF HSA4011)、激光测振仪(PolyTec OFV-505)、高压差分探头(PINTECH DP-100)、红外热像仪(FLIR E8)、电流探针(TeKtronix A6032)和示波器(RIGOL MSO5072)。其中,函数发生器输出实验所需的交流电压信号值,通过功率放大器将电压放大并加载在样品上,红外热像仪测量样品侧面的温度分布,电流探针用于获取流经样品的真实电流值,高压差分探头和示波器用来检测样品两侧的实际电压和电流数值,而激光测振仪用来测量样品端面的振动速度。

实验过程中主要使用 PZT-4 与 PZT-8 薄长片压电材料两种样品,其中 PZT-4 和 PZT-8 薄长片压电振子长宽高分别为 40 mm, 6 mm 和 2 mm。

## 5.2. 实验测量与结果

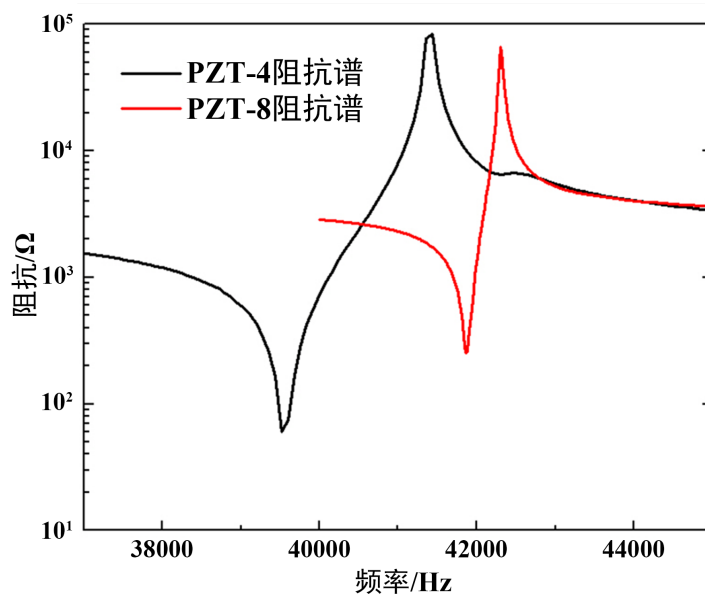
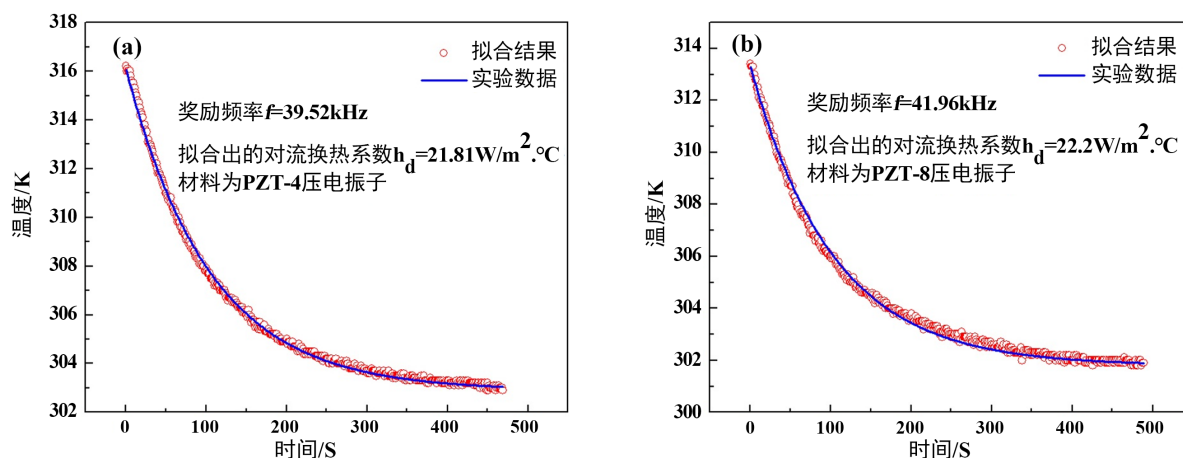


Figure 8. Impedance spectra of PZT-4 and PZT-8 thin piezoelectric vibrators  
图 8. PZT-4 与 PZT-8 薄长片压电振子阻抗谱

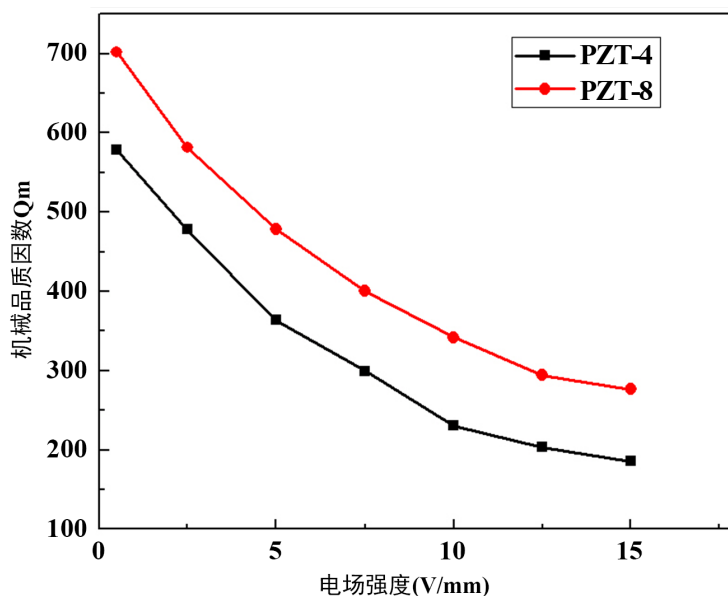
在实验中激励电压频率为样品的一阶共振频率,首先通过阻抗分析仪测量出两种样品的阻抗谱,其中图 8 为样品 PZT-4 与 PZT-8 的阻抗曲线,从阻抗谱中可知两种样品的一阶共振频率分别为 39.52 kHz 和 41.96 kHz。

要准确拟合发热参数  $h_g$ , 首先要确定样品的对流换热系数,在实验主要是通过拟合样品达到稳态温度后停止激励时样品自然冷却到室温的温度数据,从而计算出样品的平均对流换热系数[26] [27],图 9 给出了 PZT-4 和 PZT-8 振子的在电压幅值为 30 V 时对流换热系数测量拟合情况。样品 PZT-4 的平均对流换热为  $20.3 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ , 样品 PZT-8 的平均对流换热系数为  $21.8 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ , 且测量结果与文献[28]中测量得到的空气对流换热系数比较接近。

在完成共振频率和对流换热系数的测量后,可进行自发发热温升测量,需要注意的是,在强场激励时压电振子会出现弹性非线性,使共振频率发生漂移,因此不同电压幅值激励时要以共振频率为基准微调其激励频率,使电流也达到了最大值,如此为真实的共振频率,激励样品达到稳态温度,记录下样品的稳态温度分布和样品边界的振动速度,之后改变电压幅值并重复此过程。通过对上述数值模型进行编程,将所测实验数据与理论数值进行拟合便可达到相应电压幅值下的发热参数  $h_g$ , 将得到的发热参数与振动速度代入到(14)式便可得到相应电场下的机械品质因数。



**Figure 9.** Simulation results of convective heat transfer coefficients of (a) PZT-4 and (b) PZT-8 piezoelectric vibrators  
**图 9.** (a) PZT-4 与 (b) PZT-8 压电振子对流换热系数的拟合结果



**Figure 10.** Schematic diagram of mechanical quality factor variation with electric field  
**图 10.** 机械品质因数随电场变化示意图

图 10 给出了 PZT-4 与 PZT-8 薄长片压电振子机械品质因数  $Q_m$  随加在其两端的电场强度变化的实验结果，从图中可以看出：PZT-8 的机械品质因数  $Q_m$  总体高于 PZT-4，且随着两端电场强度的增大，两种材料的机械品质因数  $Q_m$  值变小。从宏观角度来说，在实验过程中可以明显的观察到随着电场增大，薄长片压电振子 C 的温升增加较快，而振动速度相对于温升来说增加较慢，所以就会导致  $Q_m$  值变小。从微观角度来分析，畴壁的运动难易程度直接影响着机械品质因数  $Q_m$  的大小，在实验中随着加样品在两端的电场强度不断增大，薄长片压电振子的温度不断升高，两者共同作用促使畴壁的运动，使得  $Q_m$  值变小。

需要说明的是：由于弱场激励时温升较小，图 10 中 1 V/mm 的测量结果是通过测量样品的阻抗谱并用 3 dB 法计算得到的。此外，由于温度过高会使得压电材料的各项性能参数发生较大的变化，因此在进行上述测试时温升一般不应超过 20℃。

## 6. 结论

本文首先对薄长片压电振子的热传导方程进行有限差分建模和求解, 并利用有限元仿真和数值求解验证了此方程的合理性; 其次求解计算了不同参数时薄长片压电振子的温升分布图, 验证了薄长片压电振子共振时应变与损耗之间的关系以及利用温升和振动法表征强场下薄长片压电振子机械品质因数  $Q_m$  值的可行性; 最后搭建实验装置表征了 PZT-4 和 PZT-8 薄长片压电振子的  $Q_m$  值, 结果表明: 两种材料的机械品质因数随电场的增大而变小, 并且相同电场强度下 PZT-8 的机械品质因数  $Q_m$  值均大于 PZT-4 的  $Q_m$  值。

## 基金项目

国家自然科学基金资助项目(11874327)。

## 参考文献

- [1] Laroche, N., Bourguignon, S., Carcreff, E., Idier, J. and Duclos, A. (2020) An Inverse Approach for Ultrasonic Imaging from Full Matrix Capture Data: Application to Resolution Enhancement in NDT. *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, **67**, 1877-1887. <https://doi.org/10.1109/TUFFC.2020.2990430>
- [2] 曹秒艳, 田少杰, 胡晗, 等. 铝-镁异种合金板材超声焊接工艺[J]. 中国有色金属学报, 2020, 30(12): 2789-2797.
- [3] 林青, 李玲玲, 王威, 等. 超声雾化辅助微波法合成氧化锌纳米颗粒及其光催化性能[J]. 硅酸盐学报, 2021, 49(3): 544-550.
- [4] 徐浩桐, 王三舟, 黄伯超, 等. 基于谐振升压的小型超声波电机驱动器[J]. 现代防御技术, 2021, 49(4): 28-34.
- [5] Lamminen, M.O., et al. (2006) Cleaning of Particle-Fouled Membranes during Cross-Flow Filtration Using an Embedded Ultrasonic Transducer System. *Journal of Membrane Science*, **283**, 225-232. <https://doi.org/10.1016/j.memsci.2006.06.034>
- [6] 高晓蕾, 刘世清, 樊叶萍, 等. 横向穿孔对压电换能器振动特性的影响[J]. 浙江师范大学学报(自然科学版), 2022, 45(1): 15-20.
- [7] 刘世清, 麻磊磊. 径向振动压电超声换能器的发展及应用[J]. 陕西师范大学学报(自然科学版), 2020, 48(3): 60-66.
- [8] Kulkarni, H., Zohaib, K., Khusru, A. and Aiyappa, K.S. (2018) Application of Piezoelectric Technology in Automotive Systems. *Materials Today: Proceedings*, **5**, 21299-21304. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2018.06.532>
- [9] Sarker, M.R., Julai, S., Sabri, M.F.M., Said, S.M., Islam, M.M. and Tahir, M. (2019) Review of Piezoelectric Energy Harvesting System and Application of Optimization Techniques to Enhance the Performance of the Harvesting System. *Sensors and Actuators: A Physical*, **300**, Article ID: 111634. <https://doi.org/10.1016/j.sna.2019.111634>
- [10] Yao, Y., Pan, Y. and Liu, S. (2020) Power Ultrasound and Its Applications: A State-of-the-Art Review. *Ultrasonics Sonochemistry*, **62**, Article ID: 104722. <https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2019.104722>
- [11] Benjeddou, A. (2018) Field-Dependent Nonlinear Piezoelectricity: A Focused Review. *International Journal of Smart and Nano Materials*, **9**, 68-84. <https://doi.org/10.1080/19475411.2018.1439850>
- [12] Liu, Y.Y., Ozaki, R. and Morita, T. (2015) Investigation of Nonlinearity in Piezoelectric Transducers. *Sensors and Actuators A: Physical*, **227**, 31-38. <https://doi.org/10.1016/j.sna.2015.03.036>
- [13] Guyomar, D., Ducharne, B. and Sebald, G. (2011) High Nonlinearities in Langevin Transducer: A Comprehensive Model. *Ultrasonics*, **51**, 1006-1013. <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2011.05.017>
- [14] Hall, D.A. (2001) Review Nonlinearity in Piezoelectric Ceramics. *Journal of Materials Science*, **36**, 4575-4601. <https://doi.org/10.1023/A:1017959111402>
- [15] Guyomar, D., Aurelle, N. and Eyraud, L. (1997) Piezoelectric Ceramics Nonlinear Behavior. Application to Langevin Transducer. *Journal de Physique III*, **7**, 1197-1208. <https://doi.org/10.1051/jp3:1997183>
- [16] Zhang, S., Li, Y., Li, S., Wu, Y. and Zeng, J. (2022) Investigation of the Nonlinear Phenomena of a Langevin Ultrasonic Transducer Caused by High Applied Voltage. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C-Journal of Mechanical Engineering Science*, **236**, 873-85. <https://doi.org/10.1177/09544062211009343>
- [17] 张沛霖, 张仲渊. 压电测量[M]. 北京: 国防工业出版社, 1983: 160-164.
- [18] Uchino, K., Zheng, J., Chen, Y., et al. (2006) Loss Mechanisms and High Power Piezoelectrics. *Journal of Materials*

- Science*, **41**, 217-228. <https://doi.org/10.1007/s10853-005-7201-0>
- [19] Liu, G., Zhang, S., Jiang, W., *et al.* (2015) Losses in Ferroelectric Materials. *Materials Science and Engineering*, **89**, 1-48. <https://doi.org/10.1016/j.mser.2015.01.002>
- [20] Hirose, S., Yamayoshi, Y., Taga, M., *et al.* (1991) A Method of Measuring the Vibration Level Dependence of Impedance-Type Equivalent Circuit Constants. *Japanese Journal of Applied Physics*, **30**, 117. <https://doi.org/10.7567/JJAPS.30S1.117>
- [21] Lee, H.J., Ural, S.O., Chen, L., *et al.* (2012) High Power Characteristics of Lead-Free Piezoelectric Ceramics. *Journal of the American Ceramic Society*, **95**, 3383-3386. <https://doi.org/10.1111/j.1551-2916.2012.05462.x>
- [22] Shekhani, H., Scholehwar, T., Hennig, E., *et al.* (2017) Characterization of Piezoelectric Ceramics Using the Burst/Transient Method with Resonance and Antiresonance Analysis. *Journal of the American Ceramic Society*, **100**, 998-1010. <https://doi.org/10.1111/jace.14580>
- [23] Someno, S., Nagata, H. and Takenaka, T. (2014) High-Temperature and High-Power Piezoelectric Characteristics of (Bi<sub>0.5</sub>Na<sub>0.5</sub>)TiO<sub>3</sub>-Based Lead-Free Piezoelectric Ceramics. *Journal of the Ceramic Society of Japan*, **122**, 406-409. <https://doi.org/10.2109/jcersj2.122.406>
- [24] Shekhani, H.N. and Uchino, K. (2014) Characterization of Mechanical Loss in Piezoelectric Materials Using Temperature and Vibration Measurements. *Journal of the American Ceramic Society*, **97**, 2810-2814. <https://doi.org/10.1111/jace.12998>
- [25] 王春雷, 李吉超, 赵明磊. 压电铁电物理[M]. 北京: 科学出版社, 2009: 112-115.
- [26] Stewart, M. and Cain, M.G. (2014) Measurement and Modelling of Self-Heating in Piezoelectric Materials and Devices. In: Cain, M.G., Ed., *Characterization of Ferroelectric Bulk Materials and Thin Films*, Springer, Dordrecht, 147-189. [https://doi.org/10.1007/978-1-4020-9311-1\\_7](https://doi.org/10.1007/978-1-4020-9311-1_7)
- [27] Nellis, G. and Klein, S. (2008) Heat Transfer. Cambridge University Press, Cambridge, 308-309. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511841606>
- [28] Shi, H.R., Chen, Z.J., Chen, X., *et al.* (2021) Self-Heating Phenomenon of Piezoelectric Elements Excited by a Tone-Burst Electric Field. *Ultrasonics*, **117**, Article ID: 106562. <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2021.106562>