

基于数学史的中考数学试题研究分析

——以2021年湖南省中考为例

文睿雅¹, 罗志军¹, 罗健宁²

¹湖南人文科技学院, 数学与金融学院, 湖南 娄底

²湖南省娄底市新化县上渡街道明德学校, 湖南 娄底

收稿日期: 2022年1月12日; 录用日期: 2022年2月8日; 发布日期: 2022年2月15日

摘要

初中数学教材中引入数学史能有效激发学生学习兴趣, 促进学生树立正确的数学观和文化自信。文章对湖南省2021年中考数学中数学史试题进行分析, 总结试题特点, 进一步分析数学史在数学教育中的作用, 为初中数学教师教学提供参考。

关键词

数学史, 中考, 湖南省

Research and Analysis of Mathematics Test Questions in Senior High School Entrance Examination Based on Mathematics History

—Taking the Test Questions of Hunan Province Senior High School Entrance Examination in 2021 as Samples

Ruiya Wen¹, Zhijun Luo¹, Jianning Luo²

¹School of Mathematics and Finance, Hunan University of Humanities and Technology, Loudi Hunan

²Xinhua Shangdu Street Minde School, Loudi Hunan

Received: Jan. 12th, 2022; accepted: Feb. 8th, 2022; published: Feb. 15th, 2022

Abstract

The introduction of mathematics history in junior middle school mathematics textbooks can effectively stimulate students' interest in learning; promote students to establish correct mathematical view and cultural confidence. This paper analyzes the history of mathematics in 2021 high school entrance examination of Hunan Province, summarizes the characteristics of the questions, further analyzes the role of history of mathematics in mathematics education, and provides reference for junior high school mathematics teachers.

Keywords

History of Mathematics, High School Entrance Examination, Hunan Province

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

数学是一门逻辑思维要求很高的自然学科,在初中数学教学过程中,我们发现:一部分初中生害怕数学,同时他们也担心学不好数学,认为数学逻辑太过于复杂,思维太广太深,以至于没有学习数学的兴趣。《义务教育数学课程标准(2011年版)》中对义务制数学教材明确提出要求应当介绍数学发展史,帮助学生理解数学现状与发展历史,了解数学在人类历史文明中的作用,让学生感受数学家的严谨与数学的美,从而激发学生对数学的学习兴趣。《普通高中数学课程标准(2017年版)》在凝练数学核心素养的同时强调将数学史和数学文化融入数学教材,进一步促进学生对数学的理解,开拓学生视野,提升学生的数学素养。党的十八大以来,新时代教育理念指出中华优秀传统文化是中华民族的精神命脉,要以时代精神激活中华优秀传统文化的生命力,推进中华优秀传统文化创造性转化和创新性发展,把传承和弘扬中华优秀传统文化同培育和践行社会主义核心价值观统一起来,引导学生树立和坚持正确的历史观、民族观、国家观、文化观,不断增强中华民族的归属感、认同感、尊严感、荣誉感。中国古代数学史是中国传统文化的瑰宝,其形成的机械化思想是世界数学发展两大主流之一[1]。在数学的教学中融入中国数学史不仅有利于学生加强对知识的理解,新的问题情境在开拓学生视野的同时更有利于学生创新思维的培养。同时,中国古代数学伟大成就,能让学生产生强烈的民族自豪感,建立强烈的文化自信,激发学生求知报国的责任感。

修订后的湘教版初中数学教材中每一章都有数学史、数学文化介绍。近几年湖南省中考数学试题中也引入一些与数学史相关的试题,以此来让数学摆脱枯燥乏味的形象,激发学生学习数学的积极性。

2. 湘教版初中数学教材中数学史内容简介

湘教版初中数学教材修订完善过程中,不仅强调数学学科的严谨性,还采用多种方式展现数学科学的魅力,不断丰富数学史知识。数学史内容分布在教材的正文、习题和阅读材料三个不同地方,在课程教学中起到不同的功能。据统计,六册初中数学教材中出现的数学史料共有45处,平均每册7.5处[2]。例如九年级下册圆的再认识这一节,书上介绍到,圆是我们生活中最常见的几何形状,早在18,000年前

的山顶洞人曾经在兽牙上钻出圆孔，而且在 2000 多年前，中国的墨子在《墨经》中给圆下了一个定义：“圆，一中同长也。”意思就是说：圆有一个圆心，圆心到圆周的长都相等。这个定义比古希腊数学家欧几里得给圆下定义还要早，并且在探究圆周率的问题上，也进行了说明，无论是国内情况还是国外情况都有一个系统的介绍，能让同学们清楚的看到数学的发展过程，同时，对圆这一知识进行扩展，介绍了社会上各式各样对圆的应用，以及应用圆这一几何形状的各方面好处和它带来的寓意，拓展了学生的知识面，引发同学们去认真思考圆这一系列问题。经过统计和分析发现：几乎在每一章节的结尾，都有一个数学与文化或者 IT 教室的版块，专门介绍与此章节内容相关的数学文化知识，具体分布情况如下表：

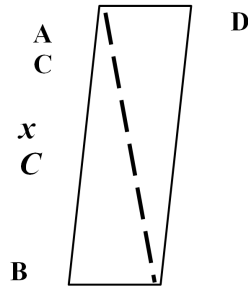
学期	章节	数学知识介绍
七年级上册	有理数	我国是最早使用负数的国家
	代数式	数学符号
	图形的认识	神奇的七巧板
七年级下册	一元一次方程组	高斯消元法
	轴对称与旋转	建筑学上的几何变换
八年级上册	三角形	欧几里得与《原本》
	实数	无理数的由来
八年级下册	直角三角形	几何学的基石—勾股定理
	图形与坐标	笛卡尔与坐标系
九年级上册	一元二次方程	花刺子米与《代数学》
	图形的相似	美妙的黄金分割
九年级下册	圆	圆的再认识
	概率	漫谈小概率事件

3. 真题解析

在对 2021 年湖南省中考数学试题的分析中，我们发现在 14 个市州的试题中，岳阳等 4 个市直接借助《九章算术》等古代中国数学著作内的历史原题作为中考试题，也有些地区借助数学史中的有关概念、性质等进行拓展，编制试题如湘西州等。涉及数学史的试题以客观题为主，分值在 4~6 分左右，分数占比不太大，考点也以方程类知识点居多。但该类试题的出现，改变了以往数学试题单一、枯燥的纯数学语言形式，丰富了试卷的内涵。

3.1. 历史原题

例题 1: (岳阳. 2021) 《九章算术》是我国古代数学名著，书中有下列问题：“今有户高多于广六尺八寸，两隅相去适一丈，间户高、广各几何？”其意思为：今有一门，高比宽多 6 尺 8 寸，门对角线距高恰好为 1 丈问门高、宽各是多少？(1 丈~10 尺，1 尺~10 寸)如图，设门高 AB 为 x 尺，根据题意，可列方程为_____。



【分析】 本题主要考察勾股定理，通过分析译文可得，首先，应当用含 x 的式子表示 BC ，再根据勾股定理列出关于 x 的方程即可。

【详解】 解：由题可得，6尺8寸即为6.8尺，1丈即为10尺

\because 高比宽多6尺8寸， $AB = x$

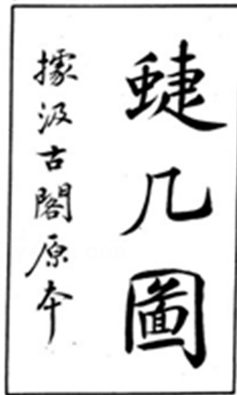
$\therefore BC = x - 6.8$

\therefore 可列方程 $x^2 + (x - 6.8)^2 = 10^2$

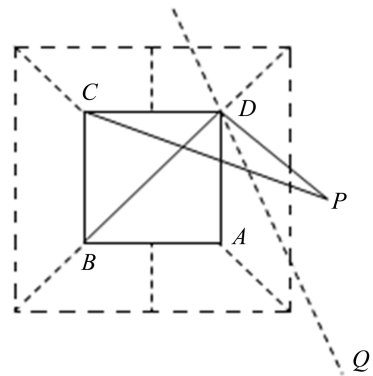
故答案为： $x^2 + (x - 6.8)^2 = 10^2$

勾股定理早在几千年前就被我国古代数学家发现以及应用，并尝试对其进行证明，最早在我国古代数学著作《周髀算经》中提到，周朝数学家商高曾说过“故折矩，勾广三，股修四，经隅五”，简而言之就是“勾三股四弦五”，后来三国时期赵爽创制了一幅“勾股圆方图”，利用数形结合，给出了勾股定理的详细证明。将古代著作中的题目与勾股定理联系起来，充分向学生展示了我国古代数学家研究的优秀成果，激励学生了解数学史，有利于让学生产生浓厚的民族自豪感，激发学生的爱国热情，从而对数学研究有更深层次的理解。

例题 2: (株洲·2021) 《蝶几图》是明朝人戈汕所作的一部组合家具的设计图(“**捷**”为“**捷**”，同“**蝶**”)，它的基本组件为斜角形，包括长斜两只，右半斜两只，左半斜两只、闰一只、小三斜四只、大三斜两只，共十三只(图①中的“**樣**”和“**隻**”为“**样**”和“**只**”)，图②为某蝶几设计图，其中 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 为“大三斜”组件(“**一樣二隻**”的大三斜组件为两个全等的等腰直角三角形)，已知某人位于点 P 处，点 P 与点 A 关于直线 DQ 对称，连接 CP 、 DP ，若 $\angle ADQ = 24^\circ$ ，则 $\angle DCP =$ _____ 度。



①



②

【分析】 主要考察对称点的应用、等腰三角形的性质及判定，由点 P 与点 A 关于直线 DQ 对称求出

$\angle PDQ$ ，再由 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 求出 $\angle CDB$ 和 $\angle ADB$ ，进而计算出 $\angle CDP$ ，最后利用三角形内角和即可求解。

【详解】解：∵点 P 与点 A 关于直线 DQ 对称， $\angle ADQ = 24^\circ$ ，
 $\therefore \angle PDQ = \angle ADQ = 24^\circ$ ， $AD = DP$ ，
 $\therefore \triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 为两个全等的等腰直角三角形，
 $\therefore \angle CDB = \angle ADB = 45^\circ$ ， $CD = AD$ ，
 $\therefore \angle CDP = \angle CDB + \angle ADB + \angle PDQ + \angle ADQ = 138^\circ$ ，
 $\therefore AD = DP$ ， $CD = AD$ ，
 $\therefore CD = DP$ ，即 $\triangle DCP$ 是等腰三角形，
 $\therefore \angle DCP = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle CDP) = 21^\circ$

故答案为：21

这幅明朝人戈汕所作的《蝶几图》，看似只是一幅普通的古代家具设计图，但在学生答题过程中，会发现其中蕴含着不少数学理论，让学生们充分感受到数学发展应用之广泛，从古至今，在生活的各方面都少不了数学的影子，调动学生学习数学的积极性，从而引发学生对身边事物的研究思索，提高学生自我探索的能力。

例题 3：(株洲. 2021)《九章算术》之“粟米篇”中记载了中国古代的“粟米之法”，“粟率五十，粳米三十……”（粟指带壳的谷子，粳米指糙米），其意为：50 单位的粟(1 斗 = 10 升)，若按照此“粟米之法”，则可以换得的粳米为()

A. 1.8 升 B. 16 升 C. 18 升 D. 50 升

【分析】主要考察一元一次方程的应用，先将单位换成升，根据：“50 单位的粟，可换得 30 单位的粳米…”列式可得结论。

【详解】解：根据题意得：3 斗 = 30 升，
 设可以换得的粳米为 x 升，
 则 $\frac{50}{30} = \frac{30}{x}$ ， 解得： $x = \frac{30 \times 3}{5} = 18$ (升)
 答：若按照此“粟米之法”，可换得的粳米为 18 升。

故答案为：C

例题 4：(邵阳. 2021)《九章算术》中有一道阐述“盈不足术”的问题，原文如下：今有共买物，人出八，盈三；人出七，不足四，问人数、物价各几何？意思是：几个人一起去购买某物品，如果每人出 8 钱，则多了 3 钱；如果每人出 7 钱，则少了 4 钱，问有多少人，物品的价格是_____钱。

【分析】主要考察一元一次方程的应用，分析译文可以得出，首先，应当设未知数 x ，通过题目给出的条件建立方程，解出人数，再通过人数求得物品的价格即可。

【详解】解：设一共有 x 人。
 依题意得： $8x - 3 = 7x + 4$
 $8x - 7x = 4 + 3$
 $x = 7$
 物品的价格： $7 \times 7 + 4 = 53$ (钱)

答：一共有 7 人，物品的价格为 53 钱。

故答案为：53

例题 5：(永州. 2021)中国传统数学重要著作《九章算术》中记载：今有共买物，人出八，盈三；人

出七，不足四，问人数、物价各几何？据此设计一类似问题：今有人组团购一物，如果每人出 9 元，则多了 4 元；如果每人出 6 元，则少了 5 元，问组团人数和物价各是多少？若设 x 人参与组团，物价为 y 元，则以下列出的方程组正确的是()

A. $\begin{cases} 9x - y = 4 \\ y - 6x = 5 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 9x - y = 4 \\ 6x - y = 5 \end{cases}$ C. $\begin{cases} y - 9x = 4 \\ y - 6x = 5 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y - 9x = 4 \\ 6x - y = 5 \end{cases}$

【分析】主要考察二元一次方程的建立，通过分析译文可以列出相应的方程组，从而解答本题。

【详解】解：依题意得： $\begin{cases} 9x - y = 4 \\ y - 6x = 5 \end{cases}$

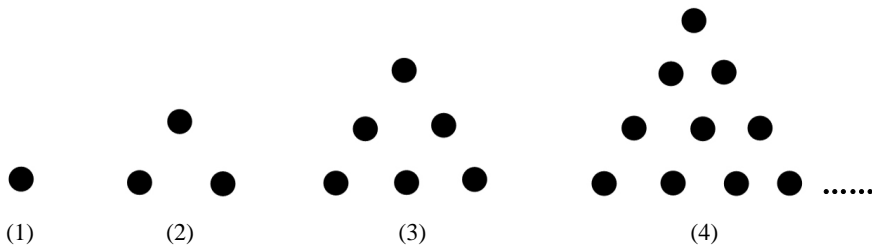
故答案为：A

例题 3~5 皆与方程有关，并都是出自中国古代数学著作《九章算术》中的题目，可以联想到“鸡兔同笼”问题，这个典型例题也出自一本中国古代数学著作，名为《孙子算经》，大部分学生在学习方程时都曾遇到过这一问题，联系古今，从众所周知的“鸡兔同笼”到现在普遍的融入数学史中考试题中，这无疑展示出数学发展的魅力，在面对此类题目时，看着题目中的古文与白话文，仿佛是古与今的交集，让学生也感触良多，从而加深学生对所学内容的印象。

3.2. 关联试题

除在试题中直接借助古代数学著作中的原题外，一些试题通过对古代数学著作中的名词概念等进行适当的转化，改编为中考试题，这类试题一方面融入数学史内涵，另一方面具有新概念性质。这类关联性试题一定程度上体现了新型公平原则，既与原有数学基础知识紧密连接，又能考查学生的阅读理解能力、运用所学数学知识分析问题、解决问题的综合能力，在近年的中考试题命制中受到重视。

例题 6: (湘西州. 2021)古希腊数学家把 1, 3, 6, 10, 15, 21, ……这样的数叫做三角形数，因为它的规律性可以用如下图表示，根据图形，若把第一个图形表示的三角形数记为 $a_1 = 1$ ，第二个图形表示的三角形数记为 $a_2 = 3$, ……，则第 n 个图形表示的三角形数 $a_n =$ _____。(用含 n 的式子表达)



【分析】由所给图形可得：第一个图形表示的三角形数为 1；第二个图形表示的三角形数为 $1 + 2 = 3$ ；第三个图形表示的三角形数为 $1 + 2 + 3 = 6$ ；……据此即可得出第 n 个图形表示的三角形数。

【详解】解：第一个图形表示的三角形数为 1；

第二个图形表示的三角形数为 $1 + 2 = 3$ ；

第三个图形表示的三角形数为 $1 + 2 + 3 = 6$ ；

第四个图形表示的三角形数为 $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ ；

……

第 n 个图形表示的三角形数为 $1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n = \frac{n(n-1)}{2}$

故答案为： $\frac{n(n-1)}{2}$

2400 多年前，古希腊数学家提出了三角形数这一概念，后在中国古代宋朝时期，数学家杨辉他提出一个问题是“今有圭垛草一堆，顶上一束，底阔八束，问共几束？”，并予以计算说明，又发现了著名的“杨辉三角”，再后来又由法国数学家费马在此三角形数的基础上得出某特殊式子的算法，使该类特殊算法有了更进一步地提高。这道题目单单只提出了三角形数这一概念，让学生进行推导，这无疑是在考验学生的探索能力，并提示考生以及即将中考的学生，不要一味地记公式、读死书，要学会自我摸索，懂得学习的真谛，从而促使学生有更多的思考。

4. 数学史引入初中数学的价值

从以上所展示的湖南省 2021 年中考数学真题中，我们发现将数学史融入教材、考试是一件很有意义的事情。通过数学史的引入能给学生带来很多书本上没有的知识，在几何、算术、代数、数字、计数法等各方面都能发现有趣的发展过程，例如计数方法从以前的石子计数，到后来的结绳计数，再到现在的科学计数法，这都是历史发展的产物，拓展自己的知识面，为了方便对数学的研究和学习，数学这门科学一直在发展，从古至今，源远流长，在过去的研究中一定也有不少有趣的故事或者值得我们深究的问题在等待我们去发现，也许这就是数学史文化被广泛应用于小学、初中、高中甚至是大学的意义所在。总结起来我们认为数学史融入数学课程教学主要有以下的价值功能：

1) 传承民族文化，激发学生的文化自信

在数学的学习过程中，从阿拉伯数字到英文(或希腊)字母，学生接触到太多的“外来品”，很多学生认为数学就是外国发明创造的。在数学史引入教材后，能够让学生认识到中国古代数学发展源远流长，成就辉煌，其中包括圆周率、割圆术、十进制制计数法、代数学、杨辉三角等为世界数学发展作出了杰出贡献[3]。从而让学生产生强烈的民族自豪感，树立文化自信。近代数学的落差会让学生对祖国产生浓厚的荣辱与共的感受，激发爱国热情，树立振兴祖国的责任感。

2) 摆脱枯燥乏味，提高学生学习的兴趣

在大多数学生的眼里，之所以他们不大去喜欢这门课，是因为数学学起来太过于繁琐，听起来没有意思，不过现在很多学生都喜欢历史故事，因为故事听起来有趣轻松又休闲，运用数学历史故事可以有效调动学生学习数学的兴趣，相比于枯燥乏味的数学公式和定理，加入数学史文化这一系列故事，课堂上不仅能调节教学氛围，还可以通过数学史文化使学生对所学概念性强的知识点进行深化理解，可大幅度地提高学生们的学习数学的积极性，让学生发现数学的魅力与数学美[4][5]。在故事中引导学生领悟数学家研究的执着，养成良好的思维习惯。

3) 拓展数学知识，促进创新意识的培养

通过数学史文化这一系列学习，让同学们了解数学的发展过程，无论是中国古代史或者近代史，更或是国外史，都能拓展同学们的知识面，发展学生的思维方式，引发学生深层次的思考，也可以帮助同学们理解并运用自己学习的内容，在教师讲解的过程中，也对相关数学史方面的知识进行一个系统的讲解，让数学史融入课堂而不仅是在书本里，进而引导学生进行深层次的思考创新[6]。另外，数学史试题中的情境与现代生活有较大差距，会让学生有新奇感，从而可以利用学生的好奇心引导学生积极探索，培养学生的创新意识，提高学习效率。

致 谢

作者衷心感谢审稿专家提出的宝贵意见与建议！

基金项目

湖南省普通高等学校教学改革重点项目(湘教通[2021] 298-HNJG-2021-0206)与湖南人文科技学院校企合作课程——初中数学解题研究(校教通(2020) 115 号)。

参考文献

- [1] 张波. 吴文俊先生的科学史观[J]. 广西民族大学学报: 自然科学版, 2018, 24(4): 13-19.
- [2] 杨文倩. 湘教版初中数学教材中数学史的内容分析[J]. 考试周刊, 2017(22): 120-121.
- [3] 曾峥, 杨豫晖, 李学良. 数学史融入初中课堂的案例研究[J]. 数学教育学报, 2019, 28(1): 12-18.
- [4] 姚冠军. 数学史融入初中数学课堂的实践研究[J]. 新课程(中学), 2017(8): 11.
- [5] 周晨. 初中数学教材改革展望[J]. 初中数学教与学, 2017(10): 34-36.
- [6] 徐兴云. 将数学史融入初中数学课堂的教学研究[J]. 数理化解题研究, 2021(23): 6-7.