

实变函数课程的教学改革与实践

李宏亮¹, 阮建苗¹, 孙钦秀^{2*}

¹浙江外国语学院数学系, 浙江 杭州

²浙江科技学院数学系, 浙江 杭州

Email: honglli@126.com, rjmath@163.com, *qxsun@126.com

收稿日期: 2020年11月16日; 录用日期: 2020年11月27日; 发布日期: 2020年12月4日

摘要

实变函数课程是数学系本科生的重要基础课, 也是学生未来发展的基础。我们从此课程本身的特点、目前教学方面存在普遍的问题和学校的特色出发, 本着培养具有扎实专业知识、钻研精神和创新意识及国际化视野人才的原则, 在教学观念、教学内容、教学方法、教学手段及教学反馈等方面进行了改革尝试。

关键词

实变函数, 教学改革, 创新性, 国际化

Teaching Reform and Practice of Real Variable Function

Hongliang Li¹, Jianmiao Ruan¹, Qinxiu Sun^{2*}

¹Department of Mathematics, Zhejiang International Studies University, Hangzhou Zhejiang

²Department of Mathematics, Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou Zhejiang

Email: honglli@126.com, rjmath@163.com, *qxsun@126.com

Received: Nov. 16th, 2020; accepted: Nov. 27th, 2020; published: Dec. 4th, 2020

Abstract

Real analysis is an important course of undergraduates in department of mathematics and also the foundation of development for the future of students. To cultivate personnel having deep professional knowledge, the spirit of hard work, creativity, international vision, we reform teaching ideas, teaching content, teaching ways and teaching feedback in view of the characters of course, the existing problems in teaching and the features of our university.

*通讯作者。

Keywords

Real Variable Function, Teaching Reform, Creativity, Internationalization

Copyright © 2020 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

实变函数是基础数学的重要组成部分，现代数学的发展离不开实变函数的创立。实变函数主要是由法国数学家 Lebesgue 在 Borel 测度基础上于 19 世纪末、20 世纪初创立的。实变函数是普通微积分学的延续，其主要内容是克服了 Riemann 积分的缺陷创立了以 Lebesgue 测度理论为基础的 Lebesgue 积分理论。它的诸多思想方法源于数学分析，然而又高于数学分析。实变函数是从事大学数学教学和科学研究必不可少的基础课程，其理论已被广泛应用到基础数学和应用数学的许多分支，诸如复分析、泛函分析、调和分析、算子代数、微分方程及概率论等。实变函数是大学数学本科课程中的一门重要基础课，它既可以拓展大学生的数学知识面，也能培养大学生的创新意识和创新能力、提高大学生的抽象思维能力、深化大学生对现代分析数学理论的理解。实变函数是数学专业课程中既难教又难学的一门课程，该课程理论性强，内容抽象且对初学者的基础知识、逻辑推理能力要求高，学习难度比较大。

2. 实变函数教学普遍存在的各类问题

目前在实变函数教学过程中普遍存在以下几类比较典型的问题。一是过分关注知识传授的概而全，只为完成书本的教学内容，不能根据学校和学生的实际情况对书本内容进行处理，以适应学生的需求及学校培养目标的需要。这种教学方式只适合于精英教育，并不适合现在一般本科院校数学系。这种教学方式会影响学生学习的积极性，从而影响学习效果。二是过分注重知识的讲解，忽视与学生的交流、忽视学生之间的互相合作与交流对理解和掌握知识方面的重要性，缺少对学生的知识的掌握情况和学习过程中的情绪变化的了解，从而也降低了教学效果。三是忽视了国际化教育趋势，使用双语或全外文授课的不多，从而影响到学生的未来发展。当前全球化趋势益趋明显，教育是受到国际化潮流冲击最大的领域之一，教育方式若不能很好的与世界接轨将会限制学生的视野和未来发展的空间。

3. 改革内容

针对过去教师和学生在学习双边活动中普遍存在的各类问题以及我校自身的特点，我们做了如下几个方面的教学改革尝试。

3.1. 树立讲求实效、培养创新意识和国际化品质的教学观念

从我校学生的实际情况出发，我们主要从三个方面对教学观念进行革新。

第一，树立大局意识。将学生在学习这门课的学习目标定位在重要知识点上，强调知识的基础性效能，不求掌握课程的所有知识。解构课程的知识点，认真分析知识点的关系，找出重要和主要的知识点。教师将这些知识点讲精讲透，使学生能准确掌握和灵活运用这些知识点。

第二，有意识的培养学生独立思考的能力。让学生更多的参与到课堂知识的讲解中来，参与到科学研究的活动中来。课堂上创设问题，让学生主动参与到问题的解答中；课后提供科研课题，鼓励学生积极参与到课题的研究中，培养学生良好的思维品质和创新能力。

第三,培养学生的国际化视野和国际化品质。利用全英授课,让学生体会国际化教育有带来的冲击,体会全英教学 and 传统教学的不同,体会全英教学中学习的困难,培养学生坚韧不拔勇于克服困难的精神,也为后续英文原著学习和研究生教育做好铺垫。

3.2. 根据培养目标和学生特点精选教学内容

目前我们采用的斯坦福大学 H. L. Royden 和 P. M. Fitzpatrick 著的《Real Analysis》[1], 针对我校学生的实际情况和课程只有 64 课时的特点我们牢牢抓住实变函数的核心内容, 即集合论、Lebesgue 测度、Lebesgue 可测函数、Lebesgue 积分、微分和积分五部分知识展开教学, 准确把握每一部分的核心知识点, 并理解每个知识点之下的概念、定理。比如在集合论中, 核心知识点是集合的基数、可数集及其构造、不可数集、Borel 集等; 在 Lebesgue 测度中, 核心知识点是集合的 Lebesgue 外测度、Lebesgue 可测集及其构造、不可测集、Cantor 集及其性质等; 在 Lebesgue 可测函数中, 核心知识点是可测函数及其构造、几种函数列的收敛定义、Littlewood 的三个原则、Egoroff 定理、Lusin 定理等; 在 Lebesgue 积分中核心知识点是阶梯函数、简单函数、一般函数 Lebesgue 积分的四步定义、Lebesgue 积分和 Riemann 积分的区别和联系、Lebesgue 积分和极限符号可交换几个定理以及其和 Riemann 积分可交换的区别、Lebesgue 积分的性质; 在微分和积分中, 核心知识点是单调函数的性质、有界变差函数、绝对连续函数及其性质等。由于在实变函数知识的讲解中, 计算很少证明很多, 并且证明技巧性都比较高, 这就对理解和掌握带来难度。因此在定理讲解的过程中, 我们将根据定理的重要性和难易性区别对待, 做到详略得当。在讲解内容的过程中, 我们还特别强调实变函数与数学分析的区别和联系, 尤其是积分学部分, 以此彰显实变函数与数学分析本质的不同。

3.3. 突出学生主体地位, 革新教学方法

实变函数课程教学过去往往采用教师为中心的方式, 学生只是被动的接受。这种教学方法由于缺乏学生在课堂上积极的投入和互动, 造成学生学习效果和兴趣的减退, 从而导致学习紧迫感的缺失, 进而又影响其在学习过程中的积极性和主动性。虽然这种教学方法教师很努力, 学生也很认真, 但是并没有达到很好的学习效果。为了提高教学效果, 增加学生学习的积极性和创造性, 我们以下几个方面做尝试。

第一, 让学生参与到课堂中成为课堂的主体。在实变函数的教学中, 证明定理是主体, 这与数学分析有很大不同。如何让学生参与到证明过程中, 这是教学中的难题。为此我们先设计了一套方案, 就是先在黑板上写出定理的内容, 教师给学生一个大体的引导和思路, 然后让学生证明。但由于大部分定理证明方法都极具技巧性, 所以绝大多数的提问学生都不是很能解答。这种教学方式虽然具有启发性和学生参与度, 但其实效果并不是很好。怎么办? 为此我们有设计另一套方案, 就是将一个定理证明的框架由教师板演, 并在每一步的后面留出适当的空间让学生思考并填充。这样将难点分解使学生都能参与进来, 从而使得学生的学习兴趣和学习成就感能够进一步提升, 达到事半功倍的效果。当然这种教学方法要求教师在备课期间更要仔细研读教学内容, 做好课程设计和知识点的分解工作。

第二, 教学过程与科研创新及实际应用相结合。创新是民族进步之魂, 是一个国家兴旺发达的不竭动力。大学生是未来国家的主要生产力, 是国家和民族的希望。所以培养大学生的创新精神和创新能力成为大学教育的重要课题。教师讲解知识要来源于课本同时要高于课本, 也就是说我们要讲授课程的主要知识, 同时要将这些知识应用于各个数学的分支之中, 应用于大学生创新创业之中。著名数学家丘成桐认为: “数学的价值在于研究和发现” [2]。目前大学生在求学过程中可以申请许多科研项目, 就浙江省大学生而言他们可以申请包括国家大学生创新创业项目、浙江省大学生新苗计划、浙江省大学生创新

创业孵化项目等。我们在教学过程中积极鼓励和引导学生申报大学生的各类项目，并将实变函数课本知识跟申请项目结合起来，让学生参与到项目的申请、实施、结题等各个环节中，让学生体会到做科研的复杂、做科研的艰辛及做科研的乐趣。同时教师寻找适合大学生思考的科研问题，引导学生和老师一起进行科研活动，将这些问题和学生的毕业设计结合起来。爱因斯坦认为：“想象力远比知识本身更重要” [3]，在从事科学研究的过程中，很强调分析问题和解决问题的能力，这就很好锻炼学生对问题解决方法的预测能力和检验能力，从而让学生更加深刻领会、更加灵活地运用实变函数课程知识。科学研究带来的压力让学生自觉的投入到课程知识学习当中来，反过来也让教师的上课更加有效率、更加有成就感和获得感，从而形成良性循环。

3.4. 引进全英文授课，革新教学手段

为了实现学校人才培养目标，培养学生的国际化视野和国际化品质，我们引进了双语教学，并由此过渡到全英文授课的授课模式。过去我们都是采用国内课本或是翻译本授课。中文课本在授课方面有一定优势，学生比较容易理解语言本身以及数学内容，教学进度比较快。但是实变函数的起源来源于欧洲，发展在欧洲和北美，所以很多优秀的教材都来源于国外。全中文授课一方面就是学生无法获知优秀原书在语言上的确切意思，因为翻译本身会丧失很多作者的本意，其准确性和艺术性将大大降低；另一方面当代国际化潮流已迫使国内高校更多地与国外高校进行交流与合作，了解国外高校的教学内容和学生培养情况。在这种情况下，如果我们一味地采用国内教材将导致我们的教育和世界教育脱节，使我们的学生缺少竞争力。

前几年我们先采用了双语教学来教授实变函数课程，现在我们采用全英文教学。目前我们采用英语版 Royden 著的经典著作《Real Analysis》，未来我们将使用更多的适合学生学习的优秀外文教材。这种的教学手段给教师和学生都带来了更高的要求。对于教师，因为需要用英语简洁清晰的讲解，我们必须在备课上花费比中文授课更多地时间；对于学生，全英授课要求学生在课前做好预习、课中做到专注和课后及时消化，学习强度要比传统授课高。但是原滋原味的英文著作学习对学生的学习能力培养有两个显著的益处，一是体会原著的语言艺术，比如教科书实变函数中对可测函数的 Littlewood 三要求的阐述非常有艺术性，但是翻译成中文就没有那种味道了；二是经过英文原著的学习，学生就不会排斥学习原著，慢慢习惯了这种授课方式和学习方式，也为以后深造做好铺垫。

3.5. 利用学习平台变革教学反馈模式

作业是数学学习的一个重要环节，是巩固知识的重要手段。实变函数的作业大部分都是有一定难度的证明题，其要求学生在掌握书本知识的基础上还要求学生有较强的逻辑思维能力和缜密的推理能力。为此我们在布置作业时讲究难度的梯度，注重知识应用。而且作业在批改后教师将在学习平台或是交流媒体，如学习通、QQ、微信或钉钉上与学生进行交流，及时反馈学习情况并解决学生碰到的问题。这种课堂之外多种方式的师生互动，促进了学生和老师的交流，提高了学习效率和学习效果。

4. 总结

为了培养符合新时期国家和社会发展需要的人才，我们主要从教学观念、教学内容、教学方法、教学手段及教学反馈等方面对实变函数课程进行改革，目的就是为了充分调动学生学习实变函数的兴趣，调动学生在课堂内外学习的积极性、主动性，增强学生的创新能力、可持续发展的能力和国际化视野。

基金项目

浙江省自然科学基金(LY19A010001); 浙江省高等教育“十三五”第一批教学改革项目(jg20180252);

浙江外国语学院博达青年教师科研提升专项计划(BD2019B5)。

参考文献

- [1] Royden, H.L. and Fitzpatrick, P.M. (2010) Real Analysis. 4th Edition. 北京: 机械工业出版社, 2010.
- [2] 高文华, 郭继东. 实变函数教学中的几点体会[J]. 伊犁师范学院学报: 自然科学版, 2007, 23(2): 58-61.
- [3] 张超. 建构主义观下的数学课堂教学模式的探索[J]. 青岛职业技术学院学报, 2008, 21(4): 44-47.