

《工科数学分析》课程教学探索与思考

姚锋平

上海大学理学院数学系, 上海

收稿日期: 2021年9月10日; 录用日期: 2021年10月19日; 发布日期: 2021年10月26日

摘要

随着科技技术的不断发展与日新月异, 现代高等教育对大学数学的教育也提出了更多、更高的要求, 《工科数学分析》作为各高校对微积分基础要求更高的理工科专业本科生必修的一门重要基础课, 该课程的教学具有很大的难度与压力。本文首先阐述了大学数学学习的重要意义, 随后结合作者的教学实践重点讲述了该课程教学的一些探索与思考: 1) 教学内容探索; 2) 教学方式探索。

关键词

《工科数学分析》, 学习兴趣, 教学内容, 教学方式

Exploration and Reflection of Curriculum Teaching of “Mathematical Analysis for Engineering”

Fengping Yao

Department of Mathematics, Shanghai University, Shanghai

Received: Sep. 10th, 2021; accepted: Oct. 19th, 2021; published: Oct. 26th, 2021

Abstract

With the continuous development and rapid change of science and technology, modern higher education also puts forward more and higher requirements for college mathematics education. As an important basic course required by colleges and universities for undergraduates majoring in science and engineering with higher basic requirements for calculus, the teaching of this course has great difficulty and pressure. This paper first expounds the significance of college mathematics learning. Then, combined with the author's teaching practice, we focus on some exploration and thinking of the teaching of the course: 1) exploration of teaching content; 2) exploration of

teaching methods.

Keywords

“Mathematical Analysis for Engineering”, Learning Interest, Teaching Content, Teaching Methods

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

大学生学习高等数学最主要的目的是为了后续的专业课程服务,虽然不同的专业课程内容不同,用到的高等数学的知识也有所不同,但微积分这部分内容几乎所有理工科专业都会用到。通过微积分的学习可以提高学生的理性思维与逻辑思考的能力。随着社会信息化时代的迅猛发展,对我们的大学数学教育也提出了更高的要求。深受“缺芯”之痛的华为创始人任正非在很多公开正式的场合谈到了数学的重要性,在某次采访中任老甚至 27 次提起了“数学”二字,他认为“基础教育很重要,学好数学也是一个关键点”。华为公司能取得如今的成就离不开数学基础的技术支持,它引以为傲的 5G 技术归根结底是因为十多年前土耳其 Arıkan 教授的一篇数学论文。任老也不止一次说过:退休以后想找一个好大学,学数学。可见,在大学里学好数学对我们大学生来说至关重要!

《工科数学分析》课程是各高校对微积分基础要求更高的理工科专业本科生必修的一门重要基础课[1]。《工科数学分析》课程的理论性强、难度大、学时多,这门课程的教学质量与学生的学习效果不仅会影响学生的后续学习,甚至会影响学生终生的数学素质和科学素质[2][3]。自 2015 年上海大学钱伟长学院首次在上海大学开设《工科数学分析》课程起,我已经连续 7 届讲授了该课程,通过这几年的教学实践,我想谈一下对于该课程教学的探索与思考。

2. 教学内容探索[4][5]

我们教学团队选择《工科数学分析基础》(上、下册,马知恩、王绵森主编)作为教材,该教材曾荣获教育部全国普通高等学校优秀教材一等奖,也是普通高等教育“九五”国家级重点教材。上海大学实行三学期制,现在大类的《微积分》学分是 $6 + 6 + 4 = 16$ 学分(三学期),考虑到《工科数学分析》教学的实际需求,该课程学分增加为 $6 + 6 + 6 + 5 = 23$ 学分(四学期)。通过这几年的教学实践,我们在教学内容上进行了一定的探索。

1) 重视定理的证明。《工科数学分析》既然是《数学分析》,所以我们必须尽量保留《数学分析》的原汁原味(内容体系的完整性与科学性),尽可能的遵循《数学分析》严谨的逻辑体系,注重培养学生严谨的证明思想与科学的数学思维。我们在第一(秋季)学期只讲函数、极限、连续、导数、微分、中值定理与 Taylor 公式这部分内容,目的是为了用更多的课时把实数理论、“ ε -N”定义证明法、“ ε - δ ”定义证明法、三大微分中值定理等内容讲的更透彻些。数学分析中的定理教学是核心教学,在实际的教学中我们也尽量做到给出书上每一个定理的完整证明过程,因为很多数学定理的证明往往经过几代数学家不断改进,具有很强的严谨性与逻辑性,值得学生进行仔细探索与推敲。另外,我们也会给出一些定理不同于书上的证明方法,从而培养学生思维的发散性和灵活性,并提高学生解决问题的能力。例如:

“Weierstrass 聚点定理”的非闭区间套证明法;函数极限唯一性性质的三种(利用归并原理、反证法、

“ ϵ - δ ”定义)证明方法; Newton-Leibniz 公式的二种(利用变上限函数以及利用微分中值定理和定积分)推导方法。

2) 重视和有效地运用反例。在数学的发展史中,反例和证明同等作用,因为正确的命题需要通过严格的推导,但错误的命题只需一个反例否定即可。在平时教学过程中,我们也非常重视运用反例来判断命题的真假,从而培养学生思维的缜密性和创新性。例如:举反例说明为何无穷多个无穷小之和或积不再是不穷小?举二个反例说明“确界存在定理”为何是实数完备性的本质刻画?举反例说明微分中值定理中那些条件为何缺一不可?一元函数时可导等价于可微,举反例说明多元函数时可导与可微不等价。另外,我们也会经常在课后布置大量需要举反例的判断题。

3) 注重教学内容的实际背景与来源。《工科数学分析》多了“工科”二个字,所以如何加深高等数学的教学内容,但又跟数学系纯粹的数学分析有所区别,一直是我们要面临的主要问题。在教学过程中,我们经常突出教学内容的实际背景与来源,以及跟物理、工程乃至经济学等的联系。我们也重视数学的基本概念,尽可能讲清它们的来龙去脉,例如:数列、函数、极限、导数、微分、不定积分、定积分、曲率与挠率等在引出之前,尽量通过一些实际问题归纳抽象出这些基本概念。例如:在讲解导数概念时,我们会讲清楚它与几何中的切线的斜率、物理上的瞬时速度、电流强度、生物种群的变化率以及经济学中的边际成本等的联系;在讲解曲线与曲面积分的时候,我们会阐述与各种物理场、环量、通量、保守场、无旋场、有势场等之间的关系;在讲授重积分的应用时,我们也会重点阐述如何求物体的质心、转动惯量以及万有引力等。

4) 对教学内容的顺序做了调整。例如:把教材中的第四章常微分方程与最后一章无穷级数放在第四学期(大二秋季学期)进行讲授,这样既可以保证教学内容的连续性,又可以满足知识结构的完整性。再如关于不定积分与定积分的教学,我们会遵循最初发现与创立该内容的顺序来进行教学,先讲授定积分再讲不定积分,这样可以更符合学生循序渐进的思维习惯。另外,在讲授多元函数的积分学时,我们遵循“第一型曲线、曲面积分-第二型曲线、曲面积分-Green 公式-Gauss 公式”的教学顺序,这个有别于传统的微积分“第一型曲线积分-第二型曲线积分-Green 公式-第一型曲面积分-第二型曲面积分-Gauss 公式”这样的教学顺序,这么做可以让学生更好地理解与区别第一型与第二型积分。

3. 教学方式探索[6] [7]

2020年1月13日,教育部颁布了《教育部关于在部分高校开展基础学科招生改革试点工作的意见》(也称“强基计划”),我们认为强化大学生的数学理论基础,确实可以有效地提高大学生的综合素质和创新能力,为学生的后续发展提供强大的助力。《工科数学分析》是上海大学钱伟长学院的非数学专业必修的基础课程之一,近几年我们教学团队在教学方式方面进行了一定的探索。

1) 多媒体教学的辅助。《工科数学分析》课程注重抽象能力和逻辑推理能力的培养,是否采用多媒体教学一直存在争议。我们在坚持平时课堂教学基本采用板书的前提下,提倡合理的综合使用各种教学手段,包括学生自学网上视频课程、适当使用多媒体教学以及网络教学[8]。例如:在讲授泰勒公式时,

我们会通过PPT动画演示多项式 $f(x) = x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 - \frac{1}{7!}x^7 + \frac{1}{9!}x^9 + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)!}x^{2n-1}$ 逼近 $\sin x$ 的过程,

这样可以让学生直观感受到泰勒多项式与函数图形的重合与分离情况。另外,在学习“2.6 一元函数函数图像的凹凸性与拐点”时,我们会让学生运用 Matlab 软件验证我们手工画的草图是否正确?我们也会让学生运用 Mathematics 软件求解二重积分与三重积分,从而加深对重积分知识的直观印象,同时提高自主学习与自主实践的能力。

2) 分层分类教学的探索。《工科数学分析》课程由于课程本身的难度,极易造成较多学生的不及格,

这是我们必须审慎对待的问题。但是没有强度不可能达到训练目的，强度过大又可能造成负面影响，所以我们需要寻找一个平衡点。这个就需要因材施教，给优秀人才发挥的充分空间，例如：组织学习优秀的学生参加“数学分析”与外文分析类研究生教材的讨论班。同时又注重调动和保护大部分学生的学习积极性，对学习该课程有困难的学生给予必要关注与照顾，例如：每周一次组织助教进钱伟长住宿书院给学生答疑与作业辅导。

3) 开放式教学的探索。我们会经常布置一些研究型课题让学生在课堂或课后研讨，通过这些课题使学生能充分了解微积分知识在实际生活中的应用，从而提高学生独立思考问题和对未知问题的探索能力。例如：如何解读高速公路上测速与区间测速？汽车启动快慢的决定因素有哪些？如何利用微积分知识解释：一个人的外貌(体重)在短期内看不出有什么区别，但长期看却差异很大。相关变化率在经济、工程、军事等领域中的实际应用有哪些？三角函数 $\sin x$ 的计算表从何而来？

大学数学被很多大学生定义为枯燥与抽象的，在现在高中数学课程体系全面改革的大背景下，我们希望学生通过学习《工科数学分析》课程不仅学习到它严密的公理化体系，充分体会到数学的高度抽象性和严谨的逻辑性，并且能深刻领悟到数学概念的原始起源思想，体会到数学之美，让学生深刻领会数学的价值、数学的思维、数学的语言和数学的推理方法等，并初步掌握应用数学知识分析和解决问题的能力。

参考文献

- [1] 杨小远, 王永革, 薛玉梅, 孙玉泉, 杨卓琴. 北京市精品课程《工科数学分析》建设回顾[J]. 高等数学研究, 2015, 18(5): 10-13+36.
- [2] 曾祥艳, 南江霞. 大学工科数学教学现状分析与对策[J]. 大学教育, 2017(3): 64-65+68.
- [3] 李玉瑛, 张海峰. 《工科数学分析》教学改革研究与探讨[J]. 教育理论与实践, 2014, 34(30): 48-49.
- [4] 杨小远, 范子沛, 孙玉泉. 工科数学分析中的探索类问题及教学案例[J]. 高等数学研究, 2012, 15(1): 98-103.
- [5] 罗建书, 倪谷炎. “工科数学分析”教学改革初探[J]. 高等教育研究学报, 2006(2): 43-44+61.
- [6] 王阳, 魏龙. 工科数学分析教学模式改革的探讨[J]. 数学学习与研究, 2017(9): 20.
- [7] 杨小远, 李尚志, 孙玉泉, 薛玉梅, 杨卓琴, 杨义川. 《工科数学分析》开放式教学探讨[J]. 大学数学, 2011, 27(3): 1-6.
- [8] 龙跃, 孙玉泉. 工科数学分析课外学习模式的探索与实践[J]. 课程教育研究, 2016(6): 5-6.