

基于创新能力培养的近世代数教学设计

王贵栋

山东理工大学, 数学与统计学院, 山东 淄博

收稿日期: 2021年11月19日; 录用日期: 2021年12月17日; 发布日期: 2021年12月24日

摘要

学生创新能力的培养是高校培养人才的重要组成部分, 近世代数是高等代数的后续课程, 其中的很多理论与高等代数中的知识有着密切联系, 蕴含着很多的创新思维与创新方法, 任课教师从创新能力培养的角度进行教学设计, 有利于提高人才培养效果。文章结合近世代数课程的特点和学情, 从调动学生积极性、引导学生主动思考和激发学生创新思维三个方面用实例阐述了基于创新能力培养的近代数教学设计。

关键词

创新能力培养, 近世代数, 教学设计, 环上的多项式环

Teaching Design of Modern Algebra Based on the Cultivation of Innovative Ability

Guidong Wang

School of Mathematics and Statistics, Shandong University of Technology, Zibo Shandong

Received: Nov. 19th, 2021; accepted: Dec. 17th, 2021; published: Dec. 24th, 2021

Abstract

The cultivation of students' innovative ability is an important part of cultivating talents in Colleges and Universities. Modern algebra is a follow-up course of higher algebra. Many of its theories are closely related to the knowledge in Higher Algebra and contain a lot of innovative thinking and innovative methods. Teachers' teaching design from the perspective of innovative ability cultivation is conducive to improving the effect of talent cultivation. Combined with the characteristics and learning situation of modern algebra course, this paper expounds the teaching design of modern algebra based on the cultivation of innovative ability with examples from three aspects: mobilizing students' enthusiasm, guiding students' active thinking and stimulating students' in-

novative thinking.

Keywords

Cultivation of Innovation Ability, Modern Algebra, Teaching Design, Polynomial Ring on the Ring

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

教育部在《关于进一步加强高等学校本科教学工作的若干意见》[1]中提出高等学校本科教育要更加注重能力培养,积极推动研究性教学,提高大学生的创新能力,积极推进讨论式教学、案例教学等教学方法和合作式学习方式。在十九大报告中,习近平总书记再次强调“创新是引领发展的第一动力”。如何有效落实中央精神,切实提高学生创新能力培养的效果是教育者不断探索的问题,很多学者对创新能力培养进行了深入研究[2] [3] [4],例如汪劲松等人在文献[4]中阐述了清华大学在实施研究型教学,推进创新性教育方面采取的一系列措施;刘智运在文献[3]中从研究性教学的内涵、如何构建研究性教学体系等方面讨论了研究性教学和研究性学习的关系。很多高校和一线教师也从教学管理模式改革,课程建设与改革等方面进行了有效的探索。

创新研究是充分运用已有的知识体系,发现新的理论。良好的创新能力主要体现在敢于质疑,发现问题、善于思考,分析问题,进而解决问题。创新能力的培养是一个潜移默化、循序渐进的过程,课堂教学是创新能力培养的重要阵地。任课教师应转变传统的教学观念,将“以学生为中心”的理念贯穿整个教学过程,教学内容设计、教育教学方法等都应围绕这个理念展开。通过巧妙的教学设计,将课堂的主动权交给学生,充分调动学生主动思考,提出问题和解决问题的积极性,让学生在主动学习过程中,接受创新思维的训练,从而达到创新能力培养的教学目的,同时有效的培养学生终身学习的意识。

2. 近世代数课程特点与学情分析

近世代数课程是高等代数的后续课程,是数学类专业学生必修的重要基础课之一。近世代数主要研究群、环、域等代数系统的一般性理论,具有逻辑性强,理论抽象等特点,通过该课程的学习,有利于培养学生的抽象思维、逻辑思维和创新能力,提高学生的数学综合能力。随着科技的发展,近世代数在数学的其他分支和编码、密码和信息安全等领域有着广泛的应用。作为高等代数的后续课程,它与高等代数有着密切联系,一方面,高等代数为近世代数提供了很多的具体例子,可以帮助学生理解近世代数一般的理论;另一方面,从近世代数的角度看高等代数内容,里面蕴含了很多的创新思维和方法,为学生创新能力培养提供了很好的素材。

近世代数的课程特点给学生的学习带来了一定的困难,再加上在传统的教学中,任课教师过于注重知识体系的讲解,“以学生为中心”的教学理念贯彻不到位,没有充分调动学生学习的兴趣和积极性,导致学生在学习该门课程以前就有了畏难情绪,目前已经成为学生公认的难学的课程,这种现象在省属普通高校中尤为明显。有些高校为了降低近世代数的学习难度,采取了压缩学时,减少授课内容等措施,这对学生进一步学习深造产生了不利影响。

3. 基于创新能力培养的近代代数课程教学设计

近年来,为激发学生学习兴趣,提高学生创新能力培养效果。我们代数教学团队任课教师充分分析课程特点,深入挖掘创新元素,通过梳理课程内容理论关联体系、创设问题情景、还原理论原始创新过程和层层逆向分析证明思路等方式,进行巧妙的教学设计,让学生切身感受创新思维和创新方法,有效的提高了课程教学质量,对学生创新能力培养起到了积极作用。

3.1. 消除畏难情绪,调动学生积极性

给学生树立学习的自信心,消除对课程的畏难情绪是调动学生学习积极性,保证教学质量的前提。对于近代代数这门课程来说,我们主要通过两个方面的工作调动学生学习的积极性。

1) 通过对课程的介绍,让学生认识到课程的重要性。在第一节课,向学生介绍近代代数的起源和发展历史,让学生了解其对代数学发展发挥的重要作用。比如在16世纪中叶科学家就解决了三次、四次方程的求根公式问题,但对于5次及以上的高次方程求根公式问题很多著名数学家历经200多年的努力都没有解决,直到19世纪因为“群”的概念的提出而被彻底解决;古希腊几何学的研究中提出的三大几何作图问题:三等分任意角问题;倍立方问题和化圆为方问题,这三个问题看似简单,实际上有着很深的内涵,这些问题历经2000多年没有答案,最终也是利用近代代数的理论给出了否定的答案。通过这些介绍让学生认识到,近代代数对数学本身是非常“有用的”。同时向学生介绍近代代数在数学前沿和其他领域的应用,比如实际生活中的计数问题(项链问题、正多面体着色和开关线路的计数问题等)、编码、信息安全领域的应用等,这些说明近代代数在数学以外的领域也有着广泛的应用。这些正面的回答“学这门课程有什么用?”,可以激发学生的求知欲和学习积极性。

2) 通过具体的实例,让学生认识到这门课也没有传说的那么难。首先让学生了解近代代数研究的主要对象是群、环、域等代数系统,这些研究对象的概念和相关理论是抽象的,但抽象也意味着更具有一般性,更能揭示事物的本来面目,所以我们应该大胆的追求真理,不应该畏惧;然后给出学生熟悉的一些例子,比如大家都已经非常熟悉整数的相关理论,而如果我们把整数集合连同整数的加法运算及相关运算律一并研究,就是近代代数中所研究的代数系统“群”的例子,如果同时还考虑整数的乘法运算,则是“环”的例子。由此可以知道,我们已经“见过”许多代数系统的例子,只是没有从近代代数的角度去研究而已,所以没有必要畏惧。

3.2. 转变教学理念,引导学生主动思考

传统的教学以“灌输法”为主,教师在授课过程中,基本是给出定义定理,然后证明,整个过程都是教师在讲知识点,对学生的引导启发不够,学生基本上在被动的听,而没有主动思考的空间。善于思考问题、提出问题是创新能力的重要组成部分,而思考问题和提出问题的前提是学生能够主动思考。所以在教师授课过程中,应该转变教学观念,将学生作为学习主体,通过灵活的教学方法,加强对学生的引导和启发。

1) 问题导入

课堂内容的“引入”是教学效果的关键,也是培养学生提出问题的重要环节。结合已有知识和课程内容体系,教师有目的的引导学生主动提出问题,顺气自然的引入当堂课的授课内容。比如我校近代代数课程在第五学期开设,学生在高等代数中已经学习了数域上多项式的定义、次数的性质、最大公因式、因式分解等相关理论。但不同学生对学过知识的掌握程度不同,有的学生对多项式理论理解的比较清楚,也有部分学生在大一学习时对多项式的理论掌握不够牢固,经过两年以后,有些知识已经遗忘。在建立环上的多项式相关理论体系前,应在课前安排学习任务,让学生提前复习高等代数中多项式的相关知识。

上课时，教师可结合已有知识引导学生提出问题，“同学们！我们在高等代数中学习了数域上的多项式理论，也就是系数都取自于某个数域的多项式的相关理论。现在我们学习了环的概念知道，环是比域更加广泛的代数系统，那么关于多项式的理论我们能不能有新的想法？能不能定义和研究更加广泛意义上的多项式？”这个提问的目的是引导学生提出问题：“能否将多项式的系数取值范围由数域扩大到环？”这样即能引导学生主动思考本节课所要学习的内容，同时也锻炼了学生提出问题的能力。

2) 引导分析和发现

学会有效利用数学的思维对问题进行分析是解决问题的关键，在多年的教学实践中发现，学生在分析问题方面缺乏针对性的训练，尤其是在面对抽象的问题时普遍存在不会分析无从下手的现象。所以在授课过程中任课教师应注重围绕提出的问题引导学生进行分析，让学生充分体验分析问题方式方法，最后再落脚到提出问题的解决，使整个课堂形成闭环。比如以问题的形式引导学生模仿数域上多项式的概念给出环上多项式的定义，因多项式的定义是形式的定义，所以对大多数同学来说，模仿给出环上多项式的定义并不困难。给出定义后，引导学生自然的提出问题“我们该如何定义环上多项式的次数、首项系数等基本概念？有哪些基本的性质？哪些性质和数域上的多项式是相同的？会不会有不同的地方呢？”。在创新发现的过程中，如果只是简单的完全移植，结果是平凡的。而类比创新过程中，新的发现是重要的。例如：因为环上可能存在零因子，环上多项式次数的性质，有如下命题

命题[5]：设 R 是带单位的交换环， $f(x), g(x) \in R[x]$ 。

$$a) \deg(f(x), g(x)) \leq \max(\deg(f(x)), \deg(g(x)))$$

$$b) \deg(f(x)g(x)) \leq \deg(f(x)) + \deg(g(x))$$

若 $f(x), g(x)$ 的首项系数不是环 R 的零因子，则 b) 中的等号成立。

在这个环节，有部分同学可能会因为忽略了零因子的问题而得出错误的结论，所以需要教师引导大家详细分析高等代数中两个多项式乘积的次数等于它们次数的和成立的依据是什么？这个依据在这里还存不存在？在分析的过程中学生会发现零因子的问题，在此过程中，学生是分析问题的主体，随着问题的解决，学生能够切身体会到数学创新中的联想、类比，移植等思想，同时也能体会科学的严谨性，潜移默化中锻炼了学生的创新能力。

3) 总结与思考

内容讲完后，可根据内容设计开放性问题，引导学生继续思考拓展或为下一节课的引出留下伏笔。比如引导学生对环上多项式理论的学习过程进行总结，这样即可以加深学生对多项式理论的理解，又可以进一步突显创新的思维和方法。本节课主要内容集中在环上多项式的基本概念和性质，而多项式的因式分解等问题并未涉及，下课前给学生留下思考的问题：“环上多项式的最大公因式该怎么定义和计算？有没有类似数域上多项式最大公因式的性质？环上多项式的因式分解理论是怎么样的呢？环上多项式的性质与环本身有什么密切关系呢？”以此启发学生进一步的思考，为后面内容的讲解埋下伏笔。

3.3. 有效组织教学，激发学生创新思维

有效的教学组织是实现教学目标的重要保障。教学组织形式的主要设计原则是充分发挥学生的自主性，将课堂的主动权交给学生，让学生参与到课堂教学的过程中来，激发学生的创新思维。课程开始前组织班级学生成立研讨小组进行研讨式课堂教学，这是一种创新能力培养的有效教学组织形式。比如对环的同态基本定理这部分内容，任课教师先提前安排大家课前复习群的同态基本定理的相关内容。课上由各学习小组分别讨论如何给出环上的同态基本定理以及相应的对应定理和同构定理并证明，讨论完成后由各小组派出代表进行讲解，任课教师负责引导大家进行讨论并进行最后点评。在这样的教学组织形

式中, 任课教师是课堂的组织者和引导者, 大部分时间是以学生为主体进行思考和讨论, 而任课教师主要负责启发引导学生的思维方式和强调重难点内容。

这样设计的教学组织形式包含了发现问题、分析问题和解决问题各环节, 不但有利于抓住学生的注意力, 提高课堂效果, 而且让学生实际体验了完整的创新过程, 提高创新能力。

4. 结论

创新能力的培养是一个长期积累的综合性过程, 高等学校承担着创新人才培养的重要使命, 大学课堂是高校培养学生创新能力的重要阵地。任课教师如果能够充分挖掘所讲授课程的创新元素, 巧妙设计教学情境和教学环节, 让学生在学习知识的同时, 自然地体会创新过程、思维和方法, 学会发现问题、分析问题和解决问题, 将有利于提高创新能力培养的效果。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 关于进一步加强高等学校本科教学工作的若干意见[EB/OL]. http://www.moe.gov.cn/s78/A08/moe_734/201001/t20100129_8296.html, 2005-01-01.
- [2] 顾沛. 试论研究性教学中教师的作用[J]. 数学教育学报, 2006, 15(3): 4-7.
- [3] 刘运智. 论高校研究性教学与研究性学习的关系[J]. 中国大学教学, 2006(2): 24-27+34.
- [4] 汪劲松, 彭方雁, 汪蕙, 等. 实施研究型教学 推进创新性教育[J]. 中国高等教育, 2003, 24(6): 26-28.
- [5] Vivek Sahai, Vikas Bist. Algebra [M]. 北京: 机械工业出版社, 2008: 113-117.