

# 数学物理方法课程综合育人教学与实践

## ——以“一维波动方程的分离变量法”为例

秦丽溶, 赵建伟\*

西南大学物理科学与技术学院, 重庆

收稿日期: 2022年8月19日; 录用日期: 2022年11月9日; 发布日期: 2022年11月17日

### 摘要

课程和课堂是育人的主阵地。作为物理学专业的基础课, 数学物理方法课程紧密联系着后续理论物理课程, 它能极大地提高学生的数学推理能力和物理逻辑思维能力。该课程以高等数学和普通物理为基础, 知识内容以“繁、杂、难”著称, 教学过程基本是用公式推导, 是一门公认的教师难教、学生难学的课程。本文以“一维波动方程的分离变量法”为例, 通过对传统教学模式进行改革和创新, 建立了“知识传授、能力培养、价值引领”多元统一的教学设计路径, 以充分发挥课堂主阵地的综合育人功能。

### 关键词

数学物理方法, 综合育人, 分离变量法, 教学实践

# Teaching and Practice in Mathematical Physics Method Course for Comprehensive Education

## —Taking the “Variable Separation Method to the One-Dimensional Wave Equation” as an Example

Lirong Qin, Jianwei Zhao\*

School of Physical Science and Technology, Southwest University, Chongqing

Received: Aug. 19<sup>th</sup>, 2022; accepted: Nov. 9<sup>th</sup>, 2022; published: Nov. 17<sup>th</sup>, 2022

### Abstract

Curriculum and classroom teaching are the main channels for educating people. As a basic course

\*通讯作者。

for physics majors, the mathematical physics method course is closely related to the following theoretical physics courses, which can greatly improve students' mathematical reasoning ability and physical logic thinking ability. This course is based on advanced mathematics and general physics. The knowledge content is known as "complicated, tedious and difficult", and the teaching process is basically derived by formula. It is a recognized course that is difficult for teachers to teach and students to learn. This paper takes "the method of separating variables of one-dimensional wave equation" as an example, and through the reform and innovation of the traditional teaching mode, establishes a diversified and unified teaching design path of "knowledge teaching, ability training, and value guidance", so as to give full play to the comprehensive educational function of the main position of the classroom.

## Keywords

Mathematical Physics Method, Comprehensive Education, Variable Separation Method, Teaching and Practice

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

数学物理方法是大部分理工科专业极为重要的一门专业基础课程, 目的是训练学生的数学思维及运用数学工具解决实际问题的能力, 是学生学习的最后一门“准数学”基础课[1]。对物理学类专业, 该课程是普通物理和四大力学的黏合剂, 一方面紧密联系着普通物理的力学、热学、电磁学、原子物理, 另一方面又是电动力学、热力学统计物理学、量子力学等课程的前置基础课, 不仅是物理规律的总结和提提高, 更多表现出来的是数学工具的升级, 一直是本专业的主干课程, 它能极大地提高学生的数学推理能力和物理逻辑思维能力。

叶圣陶先生说“我无论担任哪一门功课, 都要认清那门功课的目标”, 课程建设目标由人才培养目标与专业知识体系结构共同决定。作为专业基础课, 数学物理方法课程旨在教会学生理解并应用基础理论知识与方法, 培养解决相关数学物理问题的能力, 为后续专业课程打下良好的基础[2]; 另一方面, 随着科技的迅猛发展, 数学物理领域的新思想、新方法不断涌现, 而且越来越渗入各个学科, 乃至社会经济领域。在教学设计中, 从专业课程自身的特点、思维方法和价值理念出发, 深入挖掘课程蕴含的思政元素和所承载的育人功能, 为课程教学注入灵魂, 以实现“知识传授、能力培养、价值塑造”多元统一的课程综合育人目标。因此搞好数学物理方法的教学无疑至关重要。

## 2. 数学物理方法课程教学现状及困境

### 2.1. 知识传授与思维发展的割裂问题

数学物理方法课程涵括了广泛的教学内容, 知识以“繁、杂、难”著称, 教学基本是用公式推导[3] [4] [5]。为了保证在有限的课堂时间里传授大量的知识, 长期以来, 教师多采用以灌输知识为目的的传统教学观念和方法, 注重专业知识的传授和公式定理的推导而忽视知识的应用和思想的引导, 存在重教“书”而轻育人的倾向。

### 2.2. 思政元素和课程内容的融合问题

开展课程思政建设, 需要在“融入”上下功夫[6]。课程思政并不是简单地把思政内容加入课程, 更

不是对课程本身的消解。将思政融入课程的方方面面, 像“盐溶于水”一般, 让本来就有机统一的二者结合得更加紧密, 让课程的专业性与价值引领相得益彰, 是促成课程综合育人目标实现的关键。

### 2.3. 教师主导与学生主体的互补问题

数学物理方法涉及大量高等数学和普通物理学知识, 学生基础知识积累时间跨度长, 不少学生对这门课程有畏惧情绪; 另一方面, 由于它是纯数学思维建立起来的学科, 公式推导多、实践性差, 使学生觉得十分枯燥乏味, 学生通常只是消极地适应课程, 缺乏学习的积极性和主动性, 是公认的教师难教, 学生难学的课程。

本文介绍了“一维波动方程的分离变量法”[7]的教学设计与实践过程, 通过对传统教学模式进行改革和创新, 教学设计遵循高阶性、创新性、挑战度标准, 教学内容体现教育性和时代性, 教学方法重视互动性, 力求实现“知识传授、能力培养、价值引领”多元统一的课程教学目标, 充分发挥课堂主阵地的综合育人功能。

## 3. 数学物理方法课程综合育人的教学设计

### 3.1. 协同数学物理, 塑造科学思维

数学和物理有着十分深刻的联系。课堂教学中, 秉持数学物理相融合的思想, 践行“格物致知”精神, 通过“现实问题 - 学科问题 - 物理背景 - 数学计算 - 物理本质 - 阐释问题”这样一个闭环式的 6 步教学法, 将科学思维的培养与现实问题的解决结合起来, 并借助数学软件, 使数学公式图形化, 建立“数形结合”的直观意义, 极大地提高学生的学习热情, 培养学生解决复杂问题的综合能力和科学思维, 彰显课程教学目标的高阶性。具体的课堂教学过程如下:

#### 3.1.1. 问题导入

课堂导入是整堂课最开始的环节, 对于唤起学生的求知欲望, 提高课堂教学效果起着非常重要的作用。通过安排学生观看一段用手机拍摄的吉他弦振动的视频短片, 让学生发现弦的振动是规则的波浪状。旨在从生活中的现实振动问题出发, 以“难道声音真的能够被看见?”为问题设置一个悬念, 激发学生破解疑问的探索心态, 为引入新的教学内容做好铺垫。

#### 3.1.2. 学科问题

接下来引导学生分析两端固定弦振动的定解问题(图 1), 进行数学建模, 并让学生观察和分析这个定解问题的特点: 偏微分方程和边界条件是齐次的, 而初始条件是非齐次的。显然这是一个偏微分方程, 高等数学中求解常微分方程的方法不再适用, 引导学生寻求新的解题方法。

物理模型 长为  $l$  的弦在  $x=0, x=l$  两端固定, 且在初始时刻  $t=0$  时的初始位移是  $\varphi(x)$ , 初始速度为  $\psi(x)$ , 且已知弦作微小横振动, 试求此定解问题.

定解问题	{	泛定方程: $u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0 \quad (0 < x < l, t > 0)$
		定解条件 {
		边界条件: $u _{x=0} = 0, u _{x=l} = 0$
		初始条件: $u _{t=0} = \varphi(x), u_t _{t=0} = \psi(x)$

Figure 1. The problem of definite solution for the vibration of fixed strings at two ends

图 1. 两端固定弦振动的定解问题

### 3.1.3. 物理背景

对于偏微分方程的求解, 需要利用新的求解方法, 即分离变量法, 但这种解题方法的正确性, 很难从数学上得到证明, 这难免让学生感到困惑。因此, 启发学生从弦振动的物理背景进行思考。引导学生分析琴弦振动的物理背景——驻波。驻波的本质是分段振动, 其数学形式中, 时间和空间坐标是相互分离的, 这正是分离变量法思想渊源。于是, 学生可从中得到启发, 设该定解问题的解具有变量分离的形式。通过回顾驻波的背景知识, 让学生充分体会物理学思想对数学问题求解的启发作用, 激发学生学习兴趣的同时, 培养学生学有所用和推陈出新的创新能力, 启迪学生的思维。

### 3.1.4. 数学求解

接下来, 教师和学生共同探究分离变量法求解定解问题的步骤和方法, 相应的求解过程可分为四步, 具体如图 2 所示。通过变量的分离, 将偏微分方程转化为两个常微分方程。引导学生运用学过的知识去探索未知, 解决更加复杂的问题。求解的过程虽然繁琐, 但确是高等数学已学过的关于常微分方程的求解问题, 教师可以利用学习平台, 提前安排学生解决这个计算问题。学生通过自学, 在课堂上分享计算结果, 破解因学生基础知识不扎实带来的教学痛点, 让同学们在进行数学物理方法课程的课堂学习时, 能轻装上阵, 将注意力聚焦在对于新理论新方法的学习上, 大大提升了课堂教学效率。

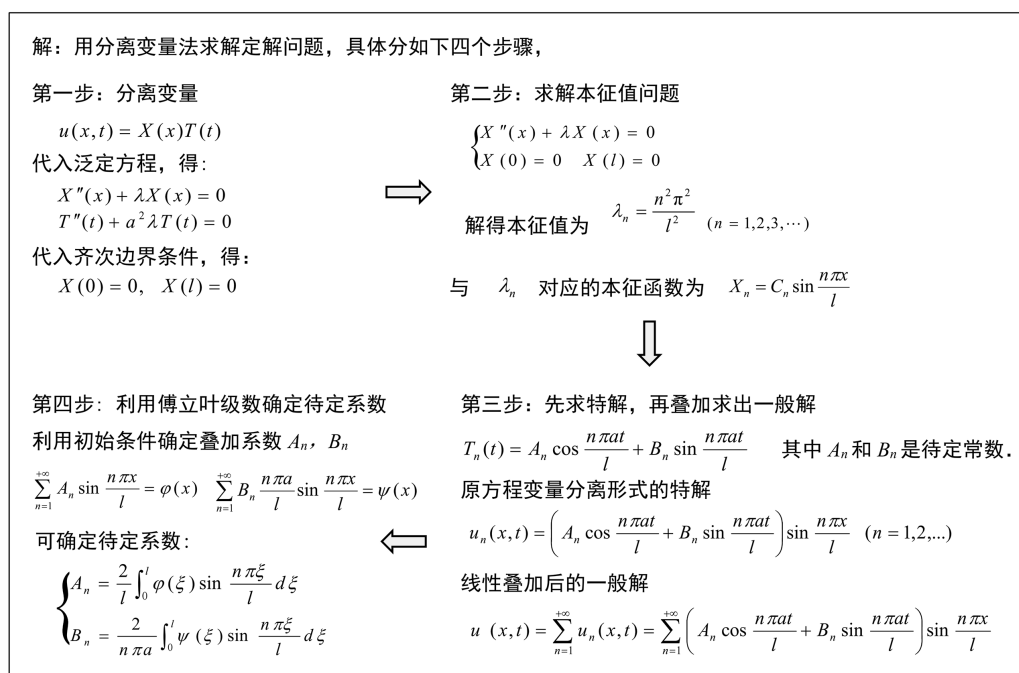


Figure 2. Steps to solve the definite solution problem by using the method of separating variables

图 2. 采用分离变量法求解定解问题的步骤

### 3.1.5. 物理本质

根据以教学促发展的主导思想, 在数学物理方法的教学, 我们不应满足于这些方程抽象的表达形式和单纯的理论探讨, 而迫切需要了解它们的物理图像。利用分离变量法虽然得到弦振动问题的最终数学表达式, 但由于结果是一系列频率、位相和振幅均不相同的驻波叠加, 通过这个无穷级数, 并不能清楚的解释吉他弦的振动规律。接下来, 进一步利用高性能数学软件[8]模拟叠加之后的物理图像(如图 3 所示), 为学生建立起“数形结合”的直观意义, 以便进一步开拓学生的科学思维, 把握问题实质。

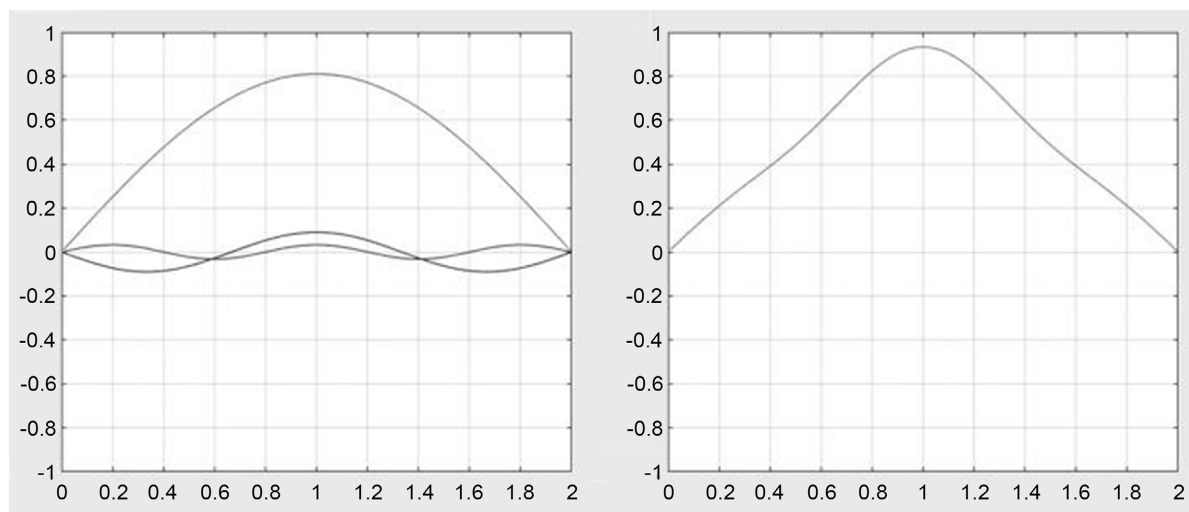


Figure 3. The superimposed image simulated by high performance mathematical software

图 3. 高性能数学软件模拟叠加之后的图像

### 3.1.6. 阐释问题

利用数学求解和高性能数学软件的模拟, 学生发现弦的振动并不是规则的波浪状, 这表明课堂上之前展示的视频现象并非真相。通过一段在国家级物理实验教学示范中心所作实验的视频讲解, 揭露其中的原因, 说明网络视频中琴弦振动时规则的波浪状, 只是摄影爱好者们所谓的“果冻效应”。这样一个闭环式的教学设计, 体现了“格物致知”的哲学思想, 提升了学生的综合能力和科学思维。

### 3.2. 融入课程思政, 实现价值引领

团队积极修订课程教案, 重构教学内容, 将课程中的唯物主义世界观和方法论润物无声地渗透到教学中, 实现价值引领; 有机引入学科领域的新发展和科技前沿的新动态, 用现代科学技术展现经典原理的价值, 提高学生的创新意识; 选取数学物理发展史上的著名人物, 尤其是新中国建立以后, 我国科学家在数学物理的新发展中做出的重要贡献, 让学生树立正确的历史观, 增强民族文化自信。通过渗透思政元素, 为课程教学注入灵魂, 让立德树人润物无声, 呈现课程内容的创新性。

本次课程中, 教师可做如下具体介绍, 现代求解偏微分方程的主要数值方法是由我国数学家冯康在 1965 年独立发明的有限元方法。该方法对数学物理中的各项研究起到了巨大的作用, 尤其是有限元分析在 CAD 中的应用, 大大提高了大飞机、大航母设计制造的成功率。通过将我国科学家在学科领域的新发展中做出的贡献介绍给学生, 使学生增强民族自豪感, 强化爱国的责任担当, 实现对学生核心价值观的塑造和引领。

### 3.3. 多元教学模式, 助推自学范式

数学物理方法课程难度大, 学生仅靠课堂上的 45 分钟, 难以获得良好的学习效果。网络学习平台为实现高效的课堂教学提供了保障。课前, 教师在学习平台上发布与教学内容相关的基础知识供学生巩固, 为课堂教学做好准备。针对本次教学内容, 教师可利用学习平台引导学生预习, 为新课内容做好基础知识(驻波)和计算能力(齐次常微分方程的求解)的准备, 解决因学生基础不扎实带来的教学痛点, 让学生在课堂学习时, 能轻装上阵, 将注意力聚焦在对于新理论新方法的学习上。

在课后建立学习小组, 对所学理论和方法以小组互助方式, 进行深入的高阶学习, 并在平台上分享展示, 提高学生解决问题的能力。采用班级竞赛、教材纠错、翻转课堂、优秀作业展示等多元化的教学

模式, 培养学生的自主学习能力, 提升综合素质。结合本节课的教学内容, 可以将大跨度的桥梁作为实际的案例, 因为在一定程度上它们也可以看作是“弦”, 对其振动规律的研究在工程上具有十分重要的意义。桥梁在风的作用下会产生受迫振动, 将相关的问题设计成课后习题, 要求学生以小组互助的方式进行深入研究和讨论, 开展高阶学习。对于本节课程, 教师还可通过学习平台引导学生自主学习了解理论物理的研究前沿——弦理论。这个微观世界中的弦理论, 是理论物理的分支之一, 它是想要统一相对论和量子力学的超级理论[9]。通过将学术前沿引入网络学习平台, 供学生自主阅读, 开阔学生的视野, 培养创新思维能力, 激发学生探索新知和追求真理的热情。

#### 4. 学习效果

通过我们的教学实践, 学生的作业质量明显提升, 并勇于给教材纠错; 参与班级竞赛活动的热情度高; 积极参与与小组探讨并承担分工任务; 认真负责地对课程进行期中评教, 教师也及时获得建设性的意见; 总体来讲, 课前预习效果、课堂的参与度、课程任务的认真程度都有提高, 充分体现了学生敢于质疑、实事求是的治学精神, 责任感、自主意识、团队协作能力和破解复杂问题能力都明显加强。学生参与各类学科竞赛、科研项目的人数和质量逐年提升, 学生主动联系授课教师申报各级大学生创新训练项目共 7 项, 有 5 人参加市级大学生物理创新竞赛并获奖; 2021 年, 共有 58 名同学参加大学生数学建模竞赛并获奖。这些成果说明学生的创新能力、学科素养和专业认同感明显提升。

学生对课程的期末评教为优秀, 专家对课堂教学给出了高度评价, 认为教师深入思考, 从物理中讲解爱国情怀, 从实际问题中引入课堂教学, 教学有很强的综合育人意识; 有效利用探究式教学, 很好地调动学生积极性, 充分利用现代教育技术, 效果突出。

#### 5. 结语

教书育人的主阵地课堂, “把课上好”毫无疑问是教师最大的师德。精心打造品质课堂, 实现科学的教学过程和理想的教学效果, 是师生完美配合的结晶。本文介绍了物理学专业数学物理方法课程中“一维波动方程的分离变量法”的教学设计与实践过程, 通过对教学内容和教学方法进行改革和创新, 构建了思维塑造、教学一体、价值引领的品质课堂, 力求充分发挥课堂主阵地的综合育人功能。

#### 基金项目

重庆市高等教育教学改革研究项目课程思政专项: 课程思政与线上线下混合式教学相融合的物理学专业课程改革(201010S); 西南大学教师教学发展研究项目: 教师线上线下教学混合式教学质量提升的实践探讨(SWFZ202003); 重庆市高等教育教学改革研究项目: 立足学生全面发展的专业基础课程教学范式研究(223065)。

#### 参考文献

- [1] 余招贤. 数学物理方法与理论物理专业课程的融合衔接性研究[J]. 教育教学论坛, 2020(46): 290-292.
- [2] 杜俊杰, 赵玉杰, 陈俞钱, 等. 专业基础课程“MOSET”五位一体教学模式构建与实践[J]. 教师, 2021(27): 126-128.
- [3] 吴崇试. 数学物理方法[M]. 北京: 北京大学出版社, 2003.
- [4] 梁昆淼. 数学物理方法[M]. 第 4 版. 北京: 高等教育出版社, 2010.
- [5] 姚端正, 周国全, 贾俊基. 数学物理方法[M]. 第 4 版. 北京: 高等教育出版社, 2020.
- [6] 陆道坤. 论课程思政的教学设计与实施[J]. 思想理论教育, 2020(10): 16-22.

- [7] 冉扬强. 数学物理方法[M]. 第2版. 北京: 科学出版社, 2013.
- [8] 彭芳麟. 数学物理方法的 MATLAB 解法与可视化[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [9] 吴国林, 傅铭. 论超弦理论的超验性及其哲学意义[J]. 哲学分析, 2021(12): 133-144.