

STEM视角下研究生数学折纸科普团队的实践探索

陈静颖, 陆新生

上海师范大学, 上海

收稿日期: 2022年2月12日; 录用日期: 2022年3月11日; 发布日期: 2022年3月21日

摘要

STEM教育以批判性和创造性的思维方式, 应用不同学科的知识 and 技能应对挑战, 为处理复杂的实际问题打好基础。上海师范大学数理学院组建了一支学科教学(数学)专业的研究生团队, 做数学折纸科普方面的实践探索, 教师专业发展能够提高STEM教育的有效性, 其内容包括增长教师的内容知识(学科知识)、教学内容知识(如何教授学科的主题)、教学知识(一般知识教学)。STEM教育为培养数学技能提供了背景, 在STEM教育中可以更直观深入地理解数学核心内容, 数学的概念和知识又可促进对其他STEM学科的理解和概念的理解。另外, STEM教育是一个非常新的领域, 其教学资源相对较缺乏, 在日常教学中实践仍有一定的困难。教师对STEM教学缺乏信心, 将STEM教学方法与他们的专业内容相结合比较困难。因此, 研究与STEM教育相关的数学教学理论及实践, 对促进我国STEM教育发展有一定的借鉴意义。

关键词

STEM教育, 折纸科普

Practical Exploration of Postgraduate Mathematics Origami Science Popularization Team from the Perspective of STEM

Jingying Chen, Xinsheng Lu

Shanghai Normal University, Shanghai

Received: Feb. 12th, 2022; accepted: Mar. 11th, 2022; published: Mar. 21st, 2022

Abstract

STEM education takes a critical and creative way of thinking, applies the knowledge and skills of different disciplines to meet challenges, and lays a good foundation for dealing with complex practical problems. The school of mathematics and physics of Shanghai Normal University has set up a graduate team specialized in subject teaching (Mathematics) to do practical exploration in mathematics origami science popularization. Teachers' professional development can improve the effectiveness of STEM education, including increasing teachers' content knowledge (subject knowledge), teaching content knowledge (how to teach the subject) and teaching knowledge (general knowledge teaching). STEM education provides a background for cultivating mathematical skills. In STEM education, we can more intuitively and deeply understand the core content of mathematics, and the concepts and knowledge of mathematics can promote the understanding of the ideas and concepts of other STEM disciplines. In addition, STEM education is a very new field, its teaching resources are relatively scarce, and there are still some difficulties in daily teaching practice. Teachers lack confidence in STEM teaching, and it is difficult to combine STEM teaching methods with their professional content. Therefore, the study of mathematics teaching theory and practice related to STEM education has a certain reference significance for promoting the development of STEM education in China.

Keywords

STEM Education, Origami Science Popularization

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. UGS 协同背景

数学折纸科普团队给了研究生一次接触社会、体验实践、面向未来的机遇,把课堂和社会对接了起来,把理论和实践对接了起来,把现在和未来对接了起来。在这对接过程中,研究生的综合素质得到了明显的增强,也达到了我校实践育人的总宗旨。在此过程中,研究生了解了国情、体察了民情、学到了知识、增长了才干、增强了社会责任感。事实证明,这门社会实践课程是对研究生进行素质教育的有效途径与载体,是他们成才与发展的必由之路。

1.1. 普及社会认知, 发散实践维度

目前条件下,研究生多数是宅在象牙塔中,再加上近几年学校远郊办学的趋势日益增长,学生离中心城区的距离也相对较远,与社会脱节成为当前研究生面临的主要问题,因此,怎样引导研究生自发自主地走出象牙塔、走进社会、走入生活也就成为考验高校思政工作的难题。数学折纸科普在社区中的开办在某种程度上很好地弥合了这一裂缝,它鼓励学生加强社会认知、明确社会要求,同时要与除了老师、同学之外更多的人打交道,从最大程度上锻炼了学生与人沟通、动手实践的能力,并能在实践认识上得到思维开拓。

1.2. 开展志愿服务, 扩充实践广度

数学折纸科普从本质上说属于社会实践,是研究生爱心奉献、服务社会的一种志愿行为。数学折纸

科普在假期开办, 招收的学员以中小学生为主体, 弥补了中小学生假期教育的盲点, 关心未成年人和弱势群体, 倡导全民学习。它丰富的教学内容、广阔的受教人员、耐心的教学方式、恒常的服务时间无疑开通了青年学生志愿服务的多条战线, 拓展了研究生志愿实践的广度。

1.3. 加强专业引领, 开拓实践深度

上海师范大学是一所市属重点师范类院校, 毫无疑问肩负着为祖国的教育事业培养一批优秀的普教老师的责任, 研究生在学校中所习得的专业化教育知识、在学校活动中所开展的教育实践学习也正好为数学折纸科普的日常教学注入了专业力量。一方面, 数学折纸科普因为专业性的教育师资力量而显得更加专业与权威, 拓展了志愿实践的深度, 使受教者的家庭和社会更加放心; 另一方面, 数学折纸科普也是研究生从学校走向社会的重要桥梁, 使青年学生在择业就业时更加有明确的目标和坚定的信心。

2. STEM 理论指导

在复杂多变的社会环境中, 国内外普遍认为能应对未来环境并做出一定改变的人应具备创造性与创新性的核心素养, 因此对于如何培养创新型人才成为世界焦点, 与此同时最早由美国提出的 STEM 教育理念引发关注, 国内外对 STEM 教育进行深入研究, STEM 教育逐渐成为世界教育的焦点, 其让学生运用科学(Science)、技术(Technology)、工程(Engineering)、数学(Mathematics)的跨学科知识和方法来解决真实情境中的问题, 从而提升自身的创新意识和能力。

在国际上研究发现, 折纸活动不仅能促使学生几何能力的提升, 而且能培养学生的空间想象能力。在国内, 许多折纸爱好者学习国外的折纸技术, 对折纸与数学教学研究逐渐多起来, 其中大部分为折纸与中学教学相融合, 这些为本文设计折纸活动提供了帮助。

王玉红, 张艳艳巧借“折纸”学习绝对值[1]; 沈越以浙教版为例, 介绍折纸公理、米仓定理、芳贺第一定理、芳贺第二定理等对教材基本定理进行证明, 从中巩固新知, 拓展发散思维; 冯世豪探索折叠角平分线的方法, 从而得出角平分线的性质[2]; 杜丽媛融合各阶段学生已学知识设计《正多边形的认识》、《直角三角形》以及《勾股定理》拓展课, 并对立体图形与平面图形进行案例分析[3]; 李伟元, 李荟把折纸游戏应用在“轴对称图形”教学中[4]; 李云萍, 毛红龙在浙教版等腰三角形的判定中探索三角形被分割成两个等腰三角形的条件; 常冬琴通过折纸活动对等腰三角形的轴对称性质进行教学设计[5]; 杜丽媛和冯世豪, 卢德均通过折纸探究勾股定理并进行教学设计; 在学习平行四边形之后, 李雪琴, 袁智强, 戴飒英基于 STEM 理念设计《飞翔的数学》拓展课, 介绍平顶点折纸规律和“三浦折叠”[6]; 陶维维用折纸来拓展三角形中位线[7]; 周斌以苏科版为例谈直角三角形斜边上中线性质的折纸教学[8]; 李倩和王鑫在人教版八年级下册平行四边形数学活动中, 通过折纸做 60° , 30° , 15° 的角来设计教学[9]; 朱燕敏和倪受兰对黄金分割进行拓展探究, 并通过折纸探究黄金矩形; 丁冬芹在《中学数学折纸校本课程开发研究》中用折纸制圆锥曲线进行研究; 在相似三角形拓展中, 郑宏超以科赫雪花曲线为例介绍分形。

团队的课程设计基于 STEM, 它由四个要素组成: 科学、技术、工程、数学, 基于这四个要素开展课程, 可以培养跨学科创造性人才, 满足当今世界对创新型人才的需求。

学者赵慧臣与陆晓婷采访美国格雷特亚克门教授得出了 STEM 教育框架图[10], 见图 1。

该金字塔顶层是教育目标, 即 STEM 课程的目标是要终身教育、全面发展, 因此在设计课程的框架时, 要确立 STEM 理念下宏观培养人的目标。第二层是 STEM, 即学科的综合, 在进行课程设计时要将 STEM 五个要素融进课堂。第三层将艺术渗透进课堂, 这区别于 STEM 课程。第四层是学科分类, 要明确五个要素对课程设计所起的作用。第五层是具体课程。

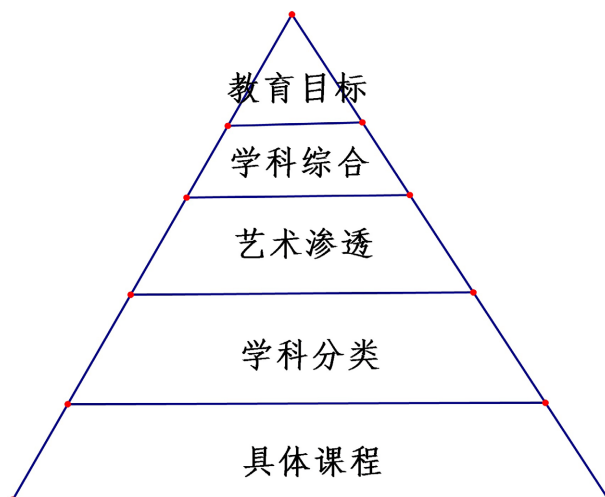


Figure 1. Framework of STEM education
图 1. STEM 教育框架图

团队通过解读 STEM 教育框架图, 以此为理论依据进行 STEM 数学课程的框架设计。团队在此要设计一堂数学课, 就要以数学知识为基础, 即把 STEM 中的“M”(数学)贯穿课程始终, 渗透其他三个要素进而开展 STEM 数学课程的设计。为了很好渗透这三要素于数学中, 团队对此提出了要求:

科学: 课程中要展现科学的价值, 不仅要理解传统的科学, 还要涉及前沿科学与理论, 有大局观。通过课程学习思考怎样进一步将所学知识运用于科学研究, 体现科学的价值。

技术: 课程中可以借助各种技术来解决问题, 比如多媒体动画演示不仅可以激发学生的学习兴趣, 而且可以更加清晰的理解概念联系等; GeoGebra 数学软件展示可以帮助学生更加直观的理解数学概念。教师要把技术作为工具引导学生解决问题, 让学生积极参与到数学活动中。

工程: 鼓励学生运用科学知识与技术探究解决实际问题的途径, 并学会问题的迁移与拓展。

因此, STEM 数学课程的设计框架为: 首先确立 STEM 理念下宏观培养人的课程目标; 其次确立需要学生综合能力解决的具体内容; 然后以数学知识为基础, 将“数学”要素贯穿课程始终, 而另外三个要素以不同方式渗透进课程, 从而实现跨学科融合来解决问题; 最后反思、修改与新课教学, 见图 2。



Figure 2. Design framework for STEM mathematics curriculum
图 2. STEM 数学课程的设计框架

3. 实践实施

3.1. 数学折纸沙龙

对于折纸数学与 STEM 教育理论进行论文查找与研读, 为数学折纸活动的研发做好充分的技术准备与理论基础; 定期举办数学折纸沙龙, 分享每位同学近期探究的数学折纸, 跟着项目指导老师学习最前沿的数学折纸。

3.2. 数学折纸科普进中学

针对中学拓展课与探究课, 策划设计数学折纸活动, 形成数学折纸科普包, 制作教案与课件; 研发

数学折纸科普教具, 以折纸数理学为理论基础, 团队设计出适合中学课堂学习、兼具艺术性与学术性的数学折纸实验教具; 将课程包投入中学课堂实践, 选取中学不同年级段班级课堂, 团队成员分批次进行课堂授课, 通过实践修改教案与课件; 制作调查问卷与访谈提纲, 对学生与一线教师进行了解, 并得到课程包的反馈表, 有助于后期论文的撰写与课程包的改善。

3.3. 数学折纸科普进社区

针对公益性质社区老人儿童折纸科普, 策划设计数学折纸活动, 形成数学折纸科普包, 制作教案与课件; 研发数学折纸科普教具, 以折纸数理学为理论基础, 团队设计出适合社区课堂学习、兼具艺术性与学术性的数学折纸实验教具; 将课程包进社区, 分别给老人与儿童上数学折纸科普, 以此公益性质活动增加社区暑期丰富活动。

3.4. 数学折纸作品展

设计折纸作品在社区、高校展示, 进行数学折纸作品展; 与数理学院理说宣讲团合作, 将项目延续与影响力扩大化, 形成模式化课程, 将课程包投送至更多学校与社区。

4. 成效与成果

为了将折纸活动融入 STEM 教育课程, 使学生在动手操作过程中积累操作、思维和思考的基本活动经验, 使教师在折纸活动课中更易达到教学目标, 提出以下教学建议:

4.1. 教材中的折纸活动素材应“充分”运用

将折纸活动融入数学 STEM 教育课程中能激发学生的学习兴趣, 活跃 STEM 教育课程气氛, 培养学生的动手操作能力与空间想象能力, 培养学生的发散思维, 因此, 教材中存在的折纸活动素材应充分运用起来, 例如位于章末的数学活动, 表面上看起来不影响考试, 但其中所蕴含的思维培养可能会潜移默化地对学生造成影响。折纸做长方体包装纸盒, 让学生体会长方体的表面积的同时, 进一步感受到数学来源于生活; 折纸做 30° 角让学生感受“三等分”, 提高对数学的兴趣, 获得折纸活动在解决数学问题中的新技能等等, 教师不应受应试教育的影响, 应充分运用教材中的折纸活动素材。

4.2. 教材外的折纸活动素材应“适当”选取

折纸活动虽有许多价值和特点, 但并不是所有中学几何内容都适用, 因此教师在选择教材外的折纸活动课题的时候, 还需将课题与实际的学情进行综合考虑, 择出合适的教学内容与教学方法。在进行折纸活动课时, 还应充分考虑教材本身的设计意图, 以及教材中知识点的安排, 以教材为基准进行拓展, 精心设计使折纸活动与教材中的内容“相辅相成”, 不能脱离教材, 忽视了学生对教材中原本知识的掌握, 造成“捉襟见肘”的窘况。在探究三角形的内角和的时候, 平角的定义早已在学生心中根深蒂固, 倘若能将三角形的三个内角拼成一个平角, 那么问题就迎刃而解, 而设计折纸活动将三角形的内角折在一起拼成平角, 展开还原还能是一个三角形, 学生对三角形的内角和这一知识点的掌握将更牢固, 正是因为课题选取适当, 才能有更好的教学效果。因此, 教师应适当选取教材外折纸活动素材。

4.3. 教学中的折纸活动应“系统设计”

将折纸活动融入 STEM 教育课程, 使数学 STEM 教育课程氛围变得浓郁起来, 学生也会变得兴奋活跃, 如若教师对 STEM 教育课程纪律把握不当, 容易造成 STEM 教育课程纪律混乱, 不能引导学生朝着本来的教学目标前进, 因此教师必须拥有一定的 STEM 教育课程把控能力。当然, 也不能一味地使学

按照老师的要求进行折纸操作，做到适当的“放手”，否则将不能达到培养学生发散思维，提高学生探究能力的目的，因此教师应系统设计好折纸活动课，已达到更高的教学境界。

4.3.1. 教学案例——设计制作长方体形状的包装纸盒

1) 情境导入：

师：生活中我们可以看到各式各样的长方体包装盒，比如讲台上的这个粉笔盒，你们的文具盒，以及药盒等等。商家在设计这类包装盒的时候，首先要设计长方体的平面展开图，这样把它剪开然后折叠并粘合就制成长方体。如果要美观还可以加入其他元素，比如在外壳上绘画、添加艺术字等等。本节课我们将设计制作长方体纸盒，从而体会平面图形与立体图形的转化。

【设计意图】通过观察生活实物，引导学生发现生活处处有数学，数学与生活密切相关，从学生熟悉的生活场景引入，激发学生的探索欲望。

2) 折纸探究：

前期观察准备：

师：同学们桌上有不同类型的长方体纸盒，同学们4人一组选定要设计的包装盒，观察包装盒的各个面以及各条棱有怎样的位置与大小关系？

生：相对的面大小相等，平行的棱长相等。

师：拆开包装盒得到它的平面展开图，观察它的形状大小，对应长方体的各个面进行观察，度量各部分长度，找出相等的量。

师：接下来再将展开图折叠并粘合在一起，观察各边长的关系，最后选定要设计包装盒的尺寸。

设计制作过程：

师：先在草稿纸上画出包装盒的展开图，见图3，剪裁折叠；接下来在硬纸板上按照草稿纸上的尺寸画平面展开图，注意适当留出粘合处；裁好展开图后进行粘合，最后得到长方体包装盒；在盒外表设计图案与艺术字。

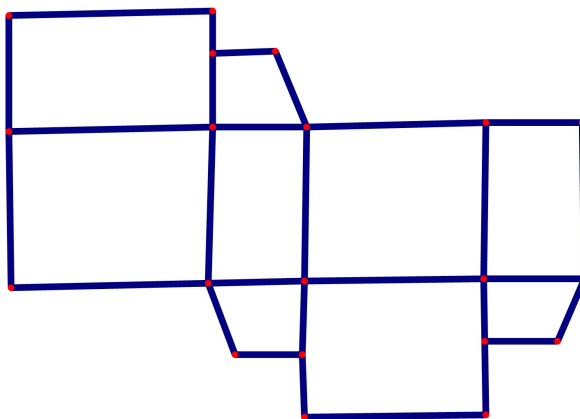


Figure 3. Expanded view

图3. 展开图

交流与展示：

展示各个小组的作品，介绍设计与制作思路。同时思考以下问题：

有的小组制成的不是长方体，哪个地方出错了呢？

怎样节省材料？怎样进行改进？

包装盒外观美观吗？

【设计意图】设计折纸活动，将折纸融进数学课堂，培养学生的发散思维和空间想象能力，另外将科学、艺术、工程等融进教学，体会 STEM 理念下的跨学科教学，激发学生的学习兴趣。

3) 巩固新知:

师：同学们可以自己动手设计制作其他立体图形的包装纸盒，比如可以是正六棱柱形状的、圆柱形的、圆锥形的等等。

【设计意图】巩固平面图形与立体图形的相互转化过程，体会各个立体图形展开图的形状与它本身有怎样的位置与大小关系，通过折纸活动与数学的结合，培养学生发散思维与空间想象能力。

4) 拓展延伸:

用多媒体动画演示或数学软件绘制演示立体图形展开到平面图形，再由平面展开图到立体图形的过程。

【设计意图】将信息技术与教学相融合，使学生能更直观发现转化之间的内在联系，更加深刻理解数学知识，多途径、多工具、多元素融入教学，体现跨学科教学的优势。

5) 归纳小结:

老师引导学生回顾本节课所学，回答下面的问题：

正方体展开图的六个面有怎样的特点？

长方体展开图的六个面又有怎样特点？它们与立体图形有着怎样的联系？

你能说说其他立体图形的展开图是怎样的平面图形吗？

【设计意图】让学生回顾本节课所学，通过问题的层层递进，拓展学生思维，激发学生的探索欲望。

4.3.2. 教学案例二——飞翔的数学

1) 情境导入:

教师播放中国第一个卫星“东方红一号”相关视频，让学生感受中国科技事业的飞速发展，并科普卫星在生活中的应用，比如环境和气象监测、电话通信等。

【设计意图】基于 STEM 理念下的科学与数学相结合，融入科学，让学生了解航空航天发展。

2) 折纸探究:

探究 1：平顶点折纸规律

师：卫星的太阳能电池帆板是通过什么折叠方式打开的呢？

生：自主探究折叠和展开方式，之后分享，教师再进行评价。

师：根据同学们分享的折叠方式，可以归纳为手风琴式和旋转折叠式。小组合作探究，从折痕数量关系入手，进一步探索平顶点折纸规律。

折纸活动：见图 4，在正方形纸中任意画一点 A，过点 A 折叠正方形纸，分别折 1 次、2 次……以点 A 为起点用实线画折痕射线为峰线(M)，用虚线画折痕射线为谷线(V)。

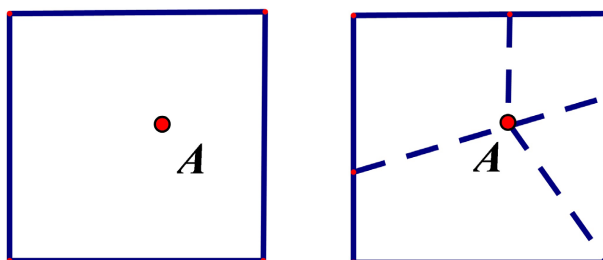


Figure 4. Operation diagram
图 4. 操作图示

师：观察第一组学生，发现实线条数与虚线数之差为 2，也就是 $M - V = 2$ 。其中表格里的 n 为折叠次数，最后一栏数据为折痕数量规律，见图 5。

折叠次数	1	2	3
涉嫌总数	2	4	8
实线条数	2	3	5
虚线条数	0	1	3
实线与虚线的条数差	2	2	2

Figure 5. Result graph

图 5. 结果图示

生：我们小组总结的规律如图 6，观察发现射线总数是折叠次数的 2 倍，实线和虚线数有奇有偶并按自然数排。

折叠次数	1	2	3
涉嫌总数	2	4	6
实线条数	2	3	4
虚线条数	0	1	2
实线与虚线的条数差	2	2	2

Figure 6. Summary diagram

图 6. 总结图示

师：观察这两组学生数据发现都有 $M - V = 2$ ，但是射线总数却不相同，为什么会有这么多答案呢？谁的答案对呢？见图 7，观察这两组学生具体折法。

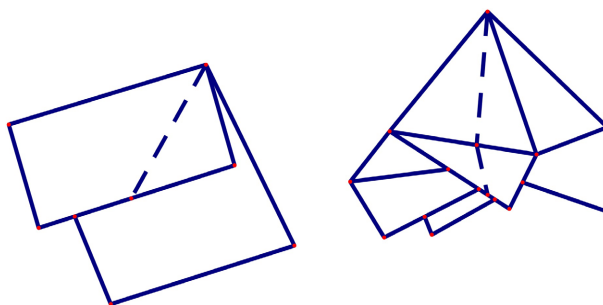


Figure 7. Observation diagram

图 7. 观察图示

师：折叠方法不同导致射线总数不同。并且在折纸过程没有绝对的峰线和谷线。综上得出有名的折纸定理——前川定理：峰线与谷线的数量差为 2，即 $|M - V| = 2$ 。以及均匀度定理：折痕总数为偶数。

探究 2：“三浦折叠”

师：播放“三浦折叠”视频，让学生观察折痕和折痕所形成的图形，总结出“三浦折叠”的特点，并自己动手制作。

师：观察图 8，“三浦折叠”有什么特点呢？

生：折痕形成的图形全是平行四边形，并且它们形状大小不变，另外每个顶点处的折痕满足前川定理。“三浦折叠”像两个手风琴一横一纵叠加在一起。

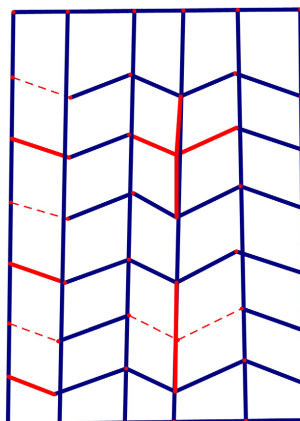


Figure 8. “Miura Fold” diagram
图 8. “三浦折叠”图

师：同学们动手尝试制作“三浦折叠”吧！如图 9，先把 A4 纸宽等分成 5 份，折成扇子状，并收缩为细长条形状。接下来将细长条长等分为 7 份，在每一个等分点处画虚实交替的平行线，将实线折成峰线虚线折成谷。

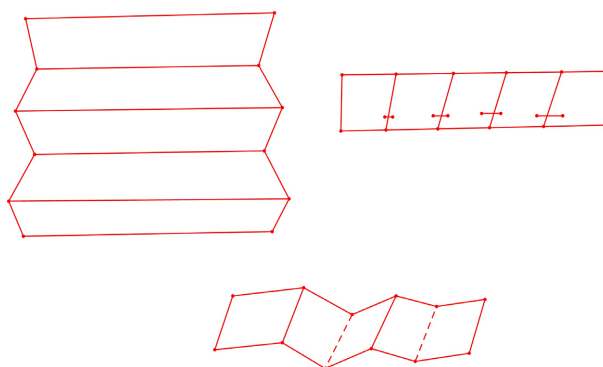


Figure 9. Illustration of “Miura Folding”
图 9. “三浦折叠”图解

师：观察我们做出的和视频中的有什么不一样吗？应该怎样修改呢？

生：要将同一条波形折痕折为全为谷线或者全为峰线，并将折痕压实。

师：“三浦折叠”收缩后的面积主要是由平行线倾斜角的大小决定。三浦公亮研究发现要易于收缩并且面积最小，就要满足倾斜角为 83 度。

【设计意图】此折纸活动设计了两个探究活动，一个是平顶点折叠，一个是“三浦折叠”，通过引导学生动手操作来理解折纸原理，提高学生的自主探究能力和小组合作精神，基于 STEM 理念，将科学、工程、折纸技术和数学相结合，体现跨学科教学的意义，同时激发学生探索折纸规律的兴趣。

3) 巩固新知：

师：用 GeoGebra 数学软件模拟展示运用“三浦折叠”原理制作的太阳能电池帆板的折叠与展开。

【设计意图】引导学生回顾折纸制作过程，巩固知识、提升思维，把信息技术融进教学，把问题可视化，使学生更加直观理解，体会科学技术发展给学习生活带来的便利。

4) 拓展延伸：

图片展示密歇根大学的隔音墙，介绍其中设计原理，体会“三浦折叠”的运用。

【设计意图】将 STEM 的四个要素融入课堂教学, 让学生体会跨学科教学的优势, 开拓学生思维, 培养学生的创造性能力。

5) 归纳小结:

回顾平顶点的折纸活动与“三浦折叠”的折纸过程, 理解概念。

【设计意图】体会将数学知识融入折纸活动中, 以及将折纸技术融进数学课堂的过程, 激发学生学习兴趣。

参考文献

- [1] 王玉红, 张艳艳. 巧借“折纸”学习绝对值[J]. 中小学数学(初中版), 2016(3): 51.
- [2] 冯世豪. 从折纸活动中浅谈学生非认知因素的培养——基于“角平分线的性质”的教学设计[J]. 数学教学通讯, 2017(11): 16-18.
- [3] 杜丽媛. 初中折纸几何教学研究[D]: [硕士学位论文]. 呼和浩特: 内蒙古师范大学, 2019.
- [4] 李伟元, 李荟. 浅谈融入数学文化的初中数学教学实践——以折纸游戏在辅助“轴对称图形”教学中的具体应用为例[J]. 数学学习与研究, 2011(4): 69+71.
- [5] 常冬琴. “等腰三角形的轴对称性(1)”的教学设计[J]. 初中数学教与学, 2018(10): 14-16.
- [6] 李雪琴, 袁智强, 戴飒英. 基于 STEM 教育理念的初中数学“综合与实践”一例——《飞翔的数学》教学及启示[J]. 教育研究与评论(中学教育教学), 2020(6): 34-39.
- [7] 陶维维. 折纸中的数学——折三角形中位线[J]. 试题与研究, 2019(20): 150-151.
- [8] 周斌. 纸上得来不觉浅——例谈初中数学中的折纸教学[J]. 新课程, 2020(45): 215.
- [9] 李倩. “折纸做 60° , 30° , 15° 角”教学设计[J]. 中国数学教育, 2018(5): 10-13.
- [10] 赵慧臣, 马悦, 陆晓婷, 张艺苇. STEM 教育质量标准的制定、内容及启示——以美国圣地亚哥郡为例[J]. 开放教育研究, 2017, 23(3): 50-61. <https://doi.org/10.13966/j.cnki.kfjyvj.2017.03.006>