

# 苏教版、人教A版与北师大版高中数学教材内容的对比分析

## ——以“指数函数”为例

尹 杰, 杨定珺

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2023年7月22日; 录用日期: 2023年10月3日; 发布日期: 2023年10月13日

### 摘 要

研究以苏教版、人教A版和北师大版高中数学教材“指数函数”内容为例, 从宏观和微观两个角度进行对比, 通过分析三版教材体系结构、栏目设置、例题难度等总结三版教材的异同, 发现三版教材在定义引入、函数图象及性质、例题设置、习题设置与信息技术的运用各有特点, 给出“充分整合课程资源, 落实课标要求; 注重教材研究, 灵活选用教学方法”与“强化教学反思意识, 总结教材使用经验”的建议。

### 关键词

高中数学教材, 指数函数, 内容对比

# Comparative Analysis of the Content of High School Mathematics Textbooks in Jiangsu Education, People's Education Version A and Beijing Normal University Edition

## —Taking the “Exponential Function” as an Example

Jie Yin, Dingjun Yang

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Jul. 22<sup>nd</sup>, 2023; accepted: Oct. 3<sup>rd</sup>, 2023; published: Oct. 13<sup>th</sup>, 2023

## Abstract

This study takes the “exponential function” content of the high school mathematics textbook of Su Jiao Edition, People’s Education Version A and Beijing Normal University Edition as examples, compares it from the macro and micro perspectives, and summarizes the similarities and differences of the three versions of the textbook by analyzing the architecture, column setting, and difficulty of example problems, and finds that the three versions of the textbook have their own characteristics in terms of definition introduction, function image and nature, example problem setting, exercise problem setting and the use of information technology, and give “fully integrate curriculum resources and implement course standard requirements; Pay attention to the research of teaching materials, flexibly choose teaching methods” and “strengthen the awareness of teaching reflection and summarize the experience of using teaching materials”.

## Keywords

High School Mathematics Textbooks, Exponential Functions, Content Comparison

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

数学教材为“教”与“学”活动提供学习主题、基本线索和具体内容,是实现数学教育目标、发展学生学科核心素养的重要教学资源。我国实行“一纲多本”的教材制度。《普通高中数学课程标准(2017年版 2020 修订)》的颁布,各个教材同步开始更新教学内容。指数函数是应用研究函数性质的一般方法去研究函数的一次实践,对于提高学生的科学素养,实现教育要关注“人的发展”是十分有意义的[1],在高中数学课程中指数函数是一个重要的基本初等函数,指数函数的学习不仅有利于函数概念的进一步认识,体会用函数的思想方法,而且有助于为后续函数如对数函数的学习打下基础。《课标修订版》中对指数函数的地位的描述是“本单元的学习,可以帮助学生学会用函数图象和代数运算的方法研究这些函数的性质;理解这些函数中所蕴含的运算规律;运用这些函数建立模型,解决简单的实际问题,体会这些函数在解决实际问题的作用”[2],可见指数函数的重要性。苏教版、人教 A 版与北师大版关于指数函数的差异在哪?本文选取苏教版必修一、人教 A 版必修一与北师大版本中的指数函数内容,对其进行对比分析。

## 2. 宏观比较

### 2.1. 教材体系结构对比

三版高中数学教材中指数函数章节目录比较见表 1。

从表 1 可以看出,苏教版、人教 A 版与北师大版指数函数章节目录有明显的异同,都将指数函数的内容放在了必修一,三版教材中指数函数内容都是由指数范围扩充和指数函数两部分组成,不同的是苏教版把指数与指数函数分别放在了第 4 和第 6 章,中间有一章节过渡,而人教 A 版与北师大版则是把指数与指数函数放在同一章节。其次,人教 A 版将其设为两节,北师大版将其设为三节,第三节底下设置两节。

**Table 1.** Comparison of chapter catalogs of exponential functions in the three editions of the textbook**表 1.** 三版教材指数函数章节目录比较

版本	苏教版(必修一第 4、6 章)	人教 A 版(必修一第 4 章)	北师大版(必修一第 3 章)
章节目录	第四章 指数与对数	第四章 指数函数与对数函数	第三章 指数运算与指数函数
	4.1 指数	4.1 指数	§1 指数幂的拓展
	4.1.1 根式	4.1.1 n 次方根与分数指数幂	§2 指数幂的运算性质
	4.1.2 指数幂的拓展	4.1.2 无理数指数幂及其运算性质	§3 指数函数
	第六章 幂函数、指数函数与对数函数	4.2 指数函数	3.1 指数函数的概念
	6.2 指数函数	4.2.1 指数函数的概念	3.2 指数函数的图象和性质
		4.2.2 指数函数的图象与性质	

### 3. 微观比较

#### 3.1 概念的呈现方式

根据学生学习心理发展, 美国数学家 Dubinsky 提出了 APOS 概念教学理论模型, 该模型提出了数学概念教学中学生的心理构建需要经历四个阶段: 操作阶段(Action)、过程阶段(Process)、对象阶段(Object)、概念阶段(Scheme) [3]。三版教材对指数函数概念教学中基本反映上述四个阶段见表 2。

**Table 2.** Comparison of the presentation of the concept of exponential function in the three editions of the textbook**表 2.** 三版教材指数函数概念的呈现方式比较

	操作阶段 概念的引入	过程阶段 概念的抽象概括	对象阶段 概念的巩固深化	概念阶段 概念的运用
苏教版	4.1 中细胞分裂、 4.2.2 中例 10、 实例(尺每日取一半)、 指数概念的扩充	指数函数的概念	指数函数 $y=10^x$ 、 $y=2^x$ 与 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的图象性质	指数函数的图象与性质、 指数函数实例
人教 A 版	实例(游客人次变换规律、 生物体内碳 14 含量)、 指数概念的扩充	指数函数的概念	指数函数 $y=2^x$ 与 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的图象关系	指数函数的图象与性质、 指数函数实例
北师大版	正整数指数函数概念、 指数概念的扩充	指数函数的概念	指数函数 $y=2^x$ 与 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的图 象与性质	指数函数的图象与性质

表 2 表明, 三版本教材在概念的呈现上同中有异, 指数幂这块, 苏教版第四章以细胞分裂作为例子提出问题, 接着给出 n 次方根的定义, 并通过具体例子说明, 而人教 A 版则是直接给出定义, 并且通过几个例子说明。北师大版以初中学习了整数指数幂为例, 指出指数幂中指数不一定为整数, 接着以实例引入说明。指数函数概念定义这块, 苏教版提出三个问题, 得到三个指数函数, 并且让读者比较三个函数表达式的共同特征, 接着给出指数函数的定义。人教 A 版给出了两个问题, 第一个问题是根据给出的表, 比较两地景区游客人次的变化情况, 发现规律, 通过计算发现后一年是前一年 1.11 倍由此得出函数关系式。第二个问题则是计算碳 14 的含量与年数之间的关系, 通过计算得出函数关系式, 接着根据两个函数的共同特征定义指数函数。北师大版本根据指数幂的定义给出指数函数的概念。“对象阶段”中, 苏教版主要研究函数  $y=2^x$  与  $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$  的图象, 而人教 A 版主要探究指数函数图象  $y=10^x$ 、 $y=2^x$  与  $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$  之间的关系, 北师大版则主要研究函数异同点、函数性质及指数的变化与指数函数的关系。在

“概念阶段”，三版本都归纳出了指数函数的图象与性质，苏教版在此基础上在思考一栏提出了函数  $y = a^{x+h}$  与函数  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1, h \neq 0$ ) 的图象之间的关系，人教 A 版还设置了“探究”栏目，给学生和教师更多的思考空间，北师大版教材还探究了底数  $a$  与指数之间的关系。

苏教版给的问题情境是第四章的问题，而且例子言简意赅，适合基础一般的学生。人教 A 版是给出两个贴近实际的例子，虽然较长但是贴近现实生活，有利于让学生学习新知识的同时感受数学与现实的联系，两版教材选取的导入材料各有特色。

### 3.2. 指数函数图象及性质内容的比较

苏教版是选取  $y = 10^x$ ,  $y = 2^x$  和  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  三个指数函数，以此研究指数函数的图象和性质，人教 A 版是以  $y = 2^x$  和  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  为例。北师大版分析了函数  $y = 2^x$  与  $y = 3^x$  图象，又分析了  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  和  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  的图象，然后给出指数函数性质。

在人教 A 版教材中，首先要求学生用描点法画  $y = 2^x$  的图象，并且填写好所给的表格。接着再画出  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  的图象，利用对称性很快画出图象，然后将两个函数放在一起进行比较，发现两个函数关于  $y$  轴对称。

苏教版是直接给出  $y = 10^x$ ,  $y = 2^x$  和  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  的图象，分析性质，与人教版 A 相比没有循序渐进的过程，人教 A 版的方法更适合学生的认知发展。

北师大版本首先是通过描点的方式画出  $y = 2^x$  的和  $y = 3^x$  函数图象，然后概括出对于函数  $y = a^x$  和  $y = b^x$  ( $a > b > 1$ )，当  $x > 0$  时， $a^x > b^x > 1$ 。接着又分析  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  和  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ，通过描点的方式画出图象，得  $y = a^x$  和  $y = b^x$  ( $0 < a < b < 1$ )，当  $x < 0$  时， $a^x > b^x > 1$ ；当  $x = 0$  时， $a^x = b^x = 1$ ；当  $x > 0$  时， $0 < a^x < b^x < 1$ ，综上给出指数函数的图象与性质。

三版教材都是以图表的形式给出指数函数的图象与性质。苏教版给出表格见表 3。

**Table 3.** The image and properties of the exponential function in the Sujiao version

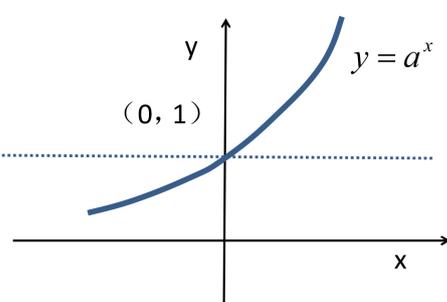
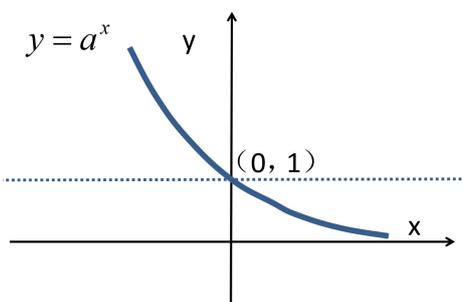
**表 3.** 苏教版指数函数的图象与性质

	$a > 1$	$0 < a < 1$
图象		
性质	(1) 定义域: $\mathbf{R}$ (2) 值域: $(0, +\infty)$ (3) 图象过定点 $(0, 1)$ , 图象在 $x$ 轴的上方 (4) 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数; 当 $x > 0$ 时, $y > 1$ ; 当 $x < 0$ 时, $0 < y < 1$	
	在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数; 当 $x > 0$ 时, $0 < y < 1$ ; 当 $x < 0$ 时, $y > 1$	

人教 A 版给的函数图象与性质表格见表 4:

**Table 4.** Images and properties of exponential functions in the human teaching version

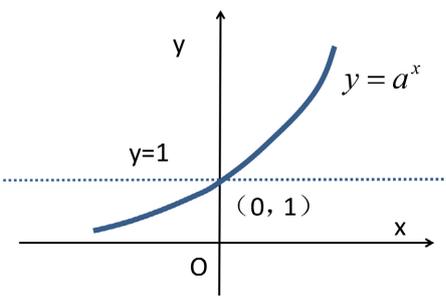
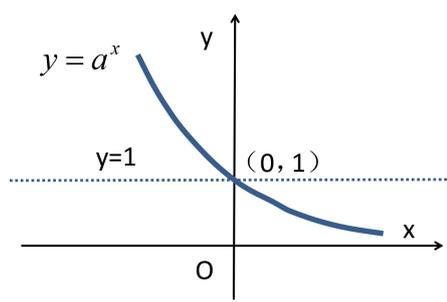
**表 4.** 人教版指数函数图象与性质

	$a > 1$	$0 < a < 1$
图象		
定义域	<b>R</b>	
值域	$(0, +\infty)$	
性质	(1) 过定点(0, 1), 即 $x = 0$ 时, $y = 1$ (2) 减函数	(2) 增函数

北师大版给出的指数函数图象与性质见表 5:

**Table 5.** Image and properties of exponential function of Beijing Normal University

**表 5.** 北师大版指数函数图象与性质

	$a > 1$	$0 < a < 1$
图象		
性质	(1) 定义域: <b>R</b> (2) 值域: $(0, +\infty)$ (3) 过定点(0, 1), 即 $x = 0$ 时, $y = 1$	
	(4) 当 $x < 0$ 时, $0 < y < 1$ ; 当 $x > 0$ 时, $y > 1$ (5) 在 <b>R</b> 上是增函数 当 $x$ 值趋近于正无穷大时, 函数值趋近于正无穷大; 当 $x$ 值趋近于负无穷大时, 函数值趋近于 0	(4) 当 $x < 0$ 时, $y > 1$ ; 当 $x > 0$ 时, $0 < y < 1$ (6) 在 <b>R</b> 上是减函数 当 $x$ 值趋近于正无穷大时, 函数值趋近于 0; 当 $x$ 值趋近于负无穷大时, 函数值趋近于正无穷大

人教 A 版、苏教版于北师大版在指数函数的性质与图象上都是以图表的形式描述,描述的十分清晰,都包含指数函数的定义域、值域、单调性以及恒过(0, 1)点。通过表格,学生对于指数函数的性质一目了然,这样的表达方式是易于学生理解的。

### 3.3. 例习题的比较

#### 3.3.1. 例习题内容比较

**Table 6.** Statistics of example questions in the third edition of the textbook

**表 6.** 三版教材例题统计情况

	苏教版	人教 A 版	北师大版
例题数量(单位: 道)	6	4	6

从表 6 中可以看出, 苏教版、人教 A 版与北师大版例题的数量差异不大, 从例题设置的类型特点来看: 苏教版设置的例题较为广泛, 如利率问题, 求  $x$  的取值范围等。人教 A 版主要是对新知识的巩固练习和应用, 涉及求函数值, 比较指数函数大小方面的问题。北师大版本例题主要是比较指数函数大小, 涉及底数相同指数不同, 底数不同指数相同, 底数指数都不同以及底数是变量需要讨论的情况。

习题作为数学教材中的一部分是不可缺少的, 适当的习题练习可以加深对所学内容的认识, 学生因此可以更好地理解和迁移所学的内容。表 7 从结构层次和数量两个方面统计人教 A 版、苏教版与北师大版的习题编排情况。

**Table 7.** Statistics on the number of exercises and exercises in the three editions of the textbook

**表 7.** 三版教材练习与习题数量统计情况

	苏教版		人教 A 版		北师大版	
	练习	习题	练习	习题	练习	习题
结构层次	—	感受·理解 思考·运用 探究·拓展	—	复习巩固 综合运用 拓广探索		A 组 B 组
数量	7	17	6	10	6	14
数量合计		24		16		20

苏教版、人教 A 版与北师大版教科书习题编排特点如下:

(1) 苏教版: 习题的数量适中, 练习题的层次比较分明, 主要设置了感受·理解、思考·运用、探究·拓展三个层次, “感受·理解”注重学生基础的培养, 难度一般, 适合所有学生解决, 主要是对新学知识的加深与巩固, “思考·运用”这块深化学生对所学知识的理解, 难度较上一板块适当增加, 对知识的进一步升华, “探究·拓展”是对基础较好的学生提出具有一定探究意义的问题, 有助于促进学生创新思维的发展, 提高学生的综合数学素养, 并且这块题目有时与大学知识接轨, 让学生提前接触有利于为学生将来数学学习做铺垫, 苏教版最后一题便是涉及到凹凸函数的问题。

(2) 人教 A 版: 练习题数量相对于苏教版较少一些, 两小节的练习题都十分贴合当前小结的内容, 并且题目类型多样。将习题分为三个板块, 复习巩固、综合运用和拓广探索。“复习巩固”主要是本节所学基础知识的进一步巩固, 和苏教版一样, 问题难度不大, “综合运用”包含一些以实际问题为背景的题目, 难度和复习巩固这块差距不大, 很多也是课本例题的另一种改编, 最后一块“拓展探索”, 这块的难度相对于苏教版“思考·运用”这块, 需要学生动点脑筋, 书本例题没有类似的, 总体来说需要学生充分掌握所学知识并且还能进一步拓展。总的来说没有设计到开放性的问题。

(3) 北师大版: 练习题数量和人教 A 版一样, 并且主要是比较指数函数大小问题, 难度基础, 适合巩固学生的知识。习题主要分为 A 和 B 两组, 题目总数比苏教版少比人教 A 版多, 主要包括求指数函数定义域值域、比较指数函数大小、指数函数背景下比较指数的大小、分类讨论底数范围对指数函数大小

进行比较, 指数函数图象的绘画以及对不同指数函数的图象的对比、指数函数背景下的证明题。题目难度基础, 主要在于巩固学生对于指数函数概念, 图象及性质的理解。

### 3.3.2. 例题难度的比较

通过上面的分析, 可以发现三个版本的例题和练习数量方面差距很小, 在习题方面有明显差距, 因此有必要对三版本教材例习题难度做个对比。本文采用修正后的青浦模型进行难度分析[4], 该模型难度因素和水平分类见表 8。

**Table 8.** Horizontal division of comprehensive difficulty factors [5]

**表 8.** 综合难度因素的水平划分[5]

难度因素	水平			
数学认知	操作	概念	领会 - 说明	分析 - 探究
背景	无背景	个人生活	公共常识	科学背景
运算	无运算	数值计算	简单符号运算	复杂符号运算
推理	无推理	简单推理	复杂推理	
知识含量	单个知识点	两个知识点	两个以上知识点	

根据表 8, 对三版教材例习题进行统计, 并且利用  $d_i = \frac{\sum_j n_{ij} d_{ij}}{n}$  ( $\sum_j n_{ij} = n; i = 1, 2, 3, 4, 5; j = 1, 2, \dots$ ) 求出各难度因素的加权平均值得到表 9。

**Table 9.** Difficulty factors for example and exercises in three edition textbooks

**表 9.** 三版教材例习题难度因素量化表

难度因素	水平赋值	苏教版			人教 A 版			北师大版		
		题量	占比%	加权平均值	题量	占比%	加权平均值	题量	占比%	加权平均值
背景	1	23	69.7	1.55	13	61.9	1.76	25	92.6	1.15
	2	5	15.2		4	19.05		1	3.7	
	3	2	6.1		0	0		0	0	
	4	3	9.1		4	19.05		1	3.7	
运算	1	11	33.3	2.42	7	33.3	2.05	15	55.6	1.82
	2	6	18.2		7	33.3		2	7.4	
	3	7	21.2		6	28.6		8	29.6	
	4	9	37.3		1	4.8		2	7.4	
数学认知	1	7	21.2	2.15	5	23.8	2.00	6	22.2	1.96
	2	14	42.4		11	52.4		16	59.3	
	3	12	36.4		5	23.8		5	18.5	
	4	0	0		0	0		0	0	
推理	1	6	18.2	2.18	5	23.8	2.10	4	14.8	1.93
	2	15	45.4		9	42.9		21	77.8	
	3	12	36.4		7	33.3		2	7.4	
知识含量	1	4	12.1	2.30	3	14.3	2.29	8	29.6	1.93
	2	15	45.5		9	42.85		13	48.1	
	3	14	42.4		9	42.85		6	22.3	

根据表 9 数据得到以下雷达图 1:

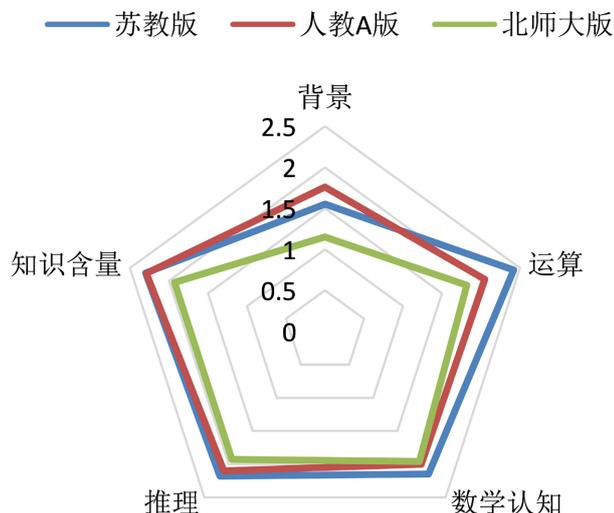


Figure 1. Three editions of the textbook exercise difficulty radar chart  
图 1. 三版教材习题难度雷达图

从图中可以看出, 苏教版在运算、数学认知、推理、知识含量的指标比人教 A 版与北师大版本更高, 人教 A 版在背景指标最高, 北师大版在所有指标中最低。在背景方面人教 A 版更注重具体情境的创设, 在运算方面苏教版的三个层次感受·理解、思考·运用与探究·拓展层次分明, 难度层层递进符合学生认知, 注重基础知识的同时也不忘探究知识, 综合难度高于北师大版和人教 A 版。总体来看苏教版的综合难度要大于人教版 A 版与北师大版本。

### 3.4. 信息技术的运用

“注重信息技术与数学课堂的整合”是教材编写的理念之一[6], 指数函数这块, 苏教版与人教 A 版都有所涉及, 北师大版没有单独开设信息技术一栏, 人教 A 版单独设置了信息技术应用一栏, 更明显地观察到指数函数的性质, 信息技术的运用更有助于学习, 用信息技术绘制指数函数的图象可以更直观地分析函数的性质。苏教版没有明确开设信息技术这一栏, 但是很多书中的图象都是用电脑绘制的, 比如指数函数  $y=10^x$ ,  $y=2^x$  的图象便是以电脑绘制的插图放入教材, 除此之外, 三版教材在正文中都提到用科学计算器计算指数幂的值。

## 4. 总结

通过比较我们可以看出, 人教 A 版教材与苏教版教材的编写都注重学生基础知识的掌握, 符合学生身心发展的规律, 但是各版教材又同中有异, 各有千秋。

人教 A 版教材贯穿指数函数内容的始终是以本节开头提出的问题引入的, 充分强调了指数函数与实际生活的联系, 介绍指数函数定义的两个问题都密切练习实际生活, 这样更有利于学生感受数学的美, 在例题与习题方面也能做到层次分明, 循序渐进, 相比苏教版要少一些。除此之外, 注重信息技术与数学课堂的结合, 有利于学生更好地理解和学习。

苏教版教材前后衔接紧密, 教材编写通俗易懂, 用简短的语言表达最明确的意思, 它的例题和习题方面也是符合学生发展的规律, 习题既注重基础知识的巩固, 同时也有升华的难度, 再者还有与更高级知识的衔接, 给学生无限遐想。同时, 书中很多图象也是与信息技术挂钩, 注重数学课堂与计算机的结

合, 符合当今数学教育理念。

北师大版对于指数函数概念引入这块没有铺垫, 之间引入, 不像其他两版教材利用实际案例材料引入, 在函数图象这块, 北师大版本研究的更多以此引出指数函数的性质。在例习题这方面北师大版本注重基础知识, 注重学生对本章所学内容的巩固。

## 5. 教学启示

### 5.1. 充分整合课程资源, 落实课标要求

“教学有法, 教无定法”, 教师用教材教的同时要注意教师并不是教教材。不同版本教材的编写者因为其生活环境, 背景等因素编写的教材风格不同, 各具特色, 但是依旧依据课程标准这一纲领性文件, 所以教师要熟悉自己所教的教材落实课程标准要求的程度, 灵活选用资源, 灵活设计教学内容。教师要充分研读教材, 揣摩教材细节, 不能只是生搬硬套书本内容, 同时也不可盲目借鉴其他版本的内容, 每个版本有其自身的特点, 教师在借鉴的时候要注意整合, 关注知识之间的连贯性、研究方法的统一性等。

### 5.2. 注重研究教材, 灵活选用教学方法

苏教版教材对于指数函数图像这块, 直接给出了三个指数函数的电脑绘制图像, 教师在教学时显然不能这样直接把图像给出, 然后分析其性质, 然而, 人教 A 版的这块教学内容十分符合学生, 使用苏教版教材的教师在教学时要灵活选用教学方法, 教学要以学生为主体, 显然可以通过让学生用描点的方法尝试画出函数的点图, 而不是教师直接给出答案。在这一点方面, 教师要研究教材, 以教材为参考, 提出符合学生身心发展的教学方法。新课标下的教学要更多激发学生的数学学习主动性, 以教材为切入, 引导学生展开数学探究学习, 完成数学问题的探索, 激发学习兴趣<sup>[7]</sup>, 教师应充分研读教材, 取长补短, 不断更新教学方法, 转变固有的观念, 才能实施更好的教学。

### 5.3. 强化教学反思意识, 总结教材使用经验

教师在日常教学中要形成反思意识, 注意在使用教材中学生可能出现的问题, 并且及时分析总结, 引导学生朝正确的方向发展。教学时教师与学生时双向互动的, 在教学、教材中要做到不断总结经验, 找到问题的本质, 然后结合实际科学合理地运用教材, 积累更多宝贵的经验。在这个过程中, 教师要做到与学生积极互动交流, 通过学生的具体情况找到改进的方法, 这样才能更加合理与科学的运用教材, 才能更好地总结教材使用经验。

## 参考文献

- [1] 渠东剑. 指数函数教学教什么[J]. 数学通报, 2012, 51(3): 6-9.
- [2] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准: 2017年版, 2020年修订[M]. 北京: 人民教育出版社, 2020: 5.
- [3] 石江娜, 高明. 人教 A 版与北师大版高中数学教材“指数函数”内容设置比较研究[J]. 教育教学论坛, 2015(43): 58-59.
- [4] 王建磐, 鲍建生. 高中数学教材中例题的综合难度的国际比较[J]. 全球教育展望, 2014, 43(8): 101-110.
- [5] 鲍建生. 中英两国初中数学期望课程综合难度的比较[J]. 全球教育展望, 2002, 31(9): 48-52.
- [6] 王琪. 核心素养视域下高中数学“基本初等函数I”比较研究[D]: [硕士学位论文]. 西安: 陕西师范大学, 2020.
- [7] 鹿阳. 新课改背景下提高高中数学教学有效性的研究[J]. 新智慧, 2021(23): 59-60.