

核心素养视域下人教A版(2019) 与沪教版(2020)高中数学教材 对比分析

——以三角函数为例

方兴发, 曹 谦, 汪 霞

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2023年5月10日; 录用日期: 2023年7月14日; 发布日期: 2023年7月24日

摘 要

“人教版”和“沪教版”两个不同版本高中数学教材中的“三角函数”章节的内容编排彰显了不同版本教材的编写特色。本文以人教A版(2019)与沪教版(2020)两本高中数学教材“三角函数”章节内容为例,通过对教材目录差异、内容编排、栏目设置、例习题的差异性以及例题的难度的对比分析,得出一些关于教材编排与教师教学的启示与建议,希望为以后的教材编排与教师教学提供有效参考。

关键词

高中数学, 教材, 综合难度

A Comparative Analysis of High School Mathematics Textbooks from the Perspective of Core Literacy between Human Education A Edition (2019) and Shanghai Edition (2020)

—Taking Trigonometric Function as an Example

Xingfa Fang, Qian Cao, Xia Wang

Abstract

The content arrangement of the “trigonometric function” chapter in the high school mathematics textbooks of the two different versions of “People’s Education Edition” and “Shanghai Education Edition” shows the compilation characteristics of the textbooks of different versions. This paper takes the contents of the “trigonometric Functions” chapter in two high school mathematics textbooks, namely, Human Education A Edition (2019) and Shanghai Education Edition (2020), as examples. By comparing and analyzing the differences in textbook catalog, content arrangement, column setting, differences in example exercises and difficulty of example problems, this paper draws some inspirations and suggestions on textbook arrangement and teacher teaching. It is hoped to provide an effective reference for the textbook arrangement and teachers’ teaching in the future.

Keywords

High School Mathematics, Teaching Materials, Comprehensive Difficulty

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 研究背景

近年来,对数学教材的比较分析已成为数学国际教育比较研究的一个热门话题、国内有关高中数学教材的版本很多,有人教版、北师大版、苏教版、鄂教版、湘教版、沪教版等。有大量研究表明不同地区之间的数学教材存在差异,而且这些差异或多或少地在影响着学生的成绩。在这些教材中,有两个版本的教材值得仔细研究,一个是2019年国家教材委员会专家委员会审核通过的并由人民教育出版社出版的全日制普通高中教科书数学必修第一册(以下简称“人教A版(2019)”),另一个是2020年国家教材委员会专家委员会审核通过的并由上海教育出版社出版的全日制普通高中教科书数学必修第二册(以下简称“沪教版(2020)”)。

2. 研究对象

本文选择的是“三角函数”这一章的内容。“三角函数”在现代数学中起着“承上启下”的重要地位。要想深刻的理解“三角函数”的内容,需要先掌握一般函数、集合、数列、不等式等预备知识。继续往上学,在“数学分析”中,三角函数也被定义为“无穷级数”或“特定微分方程”的解。因在沪教版(2020)中编者将三角函数相关的知识分为两个章节(第六章 三角和第七章 三角函数)来进行编排的,因而本文选取人教A版(2019)第五章和沪教版(2020)第六章和第七章作为研究对象,主要从目录差异、内容编排、栏目设置、例题(为方便起见,本文将例题、练习、习题、复习参考题统称为例题)的差异性以及例题的难度这五个方面展开。通过梳理两个版本高中数学教材在“三角函数”这章的异同,归纳其特点,希望为以后的教材编排与教师教学提供有效参考。

3. 研究结果

3.1. 目录对比

通过对人教 A 版(2019)与沪教版(2020)两本高中数学教材的三角函数部分目录进行整理,得到两版目录整体框架,如下图 1、图 2 所示。

共同点:这两个版本都有章前图和章前语,以此作为学生学习这一章开始的引导,通过丰富有趣的图片,来激发学生的学习兴趣,再通过详略有致的章前语,向学生娓娓道来本章可以学到的知识,从而激发学生的求知欲。除此之外,两版教材还编排了任意角和弧度制、三角函数的概念、诱导公式、三角函数的图像与性质、三角恒等变换、函数 $y = A\sin(\omega x + \psi)$ 的图像。两版教材前面三节知识都是关于正弦、余弦、正切的概念以及它们之间的关系,这些基础知识是后面学习三角函数所必备的知识,所以从这点可以看出两版教材都很注重夯实基础,关于三角函数的主体知识,两版教材都是有涉及的,且相对都比较全面。此外,部分内容后面还有与之相关的数学史或者与之密切的生活问题,通过合理的利用数学史,能更好的激发学生的学习兴趣、帮助学生深入理解数学本质。

不同点:仔细对比两版教材,发现两版教材还是略有差异的,主要差异如下:沪教版(2020)分两章编排“三角函数”的知识能进一步降低学生学习“三角函数”的难度。人教 A 版(2019)中关于“三角函数”的知识只编排了一章,而沪教版(2020)中关于“三角函数”的知识编排了两章,第 6 章中,除了介绍任意角和弧度制之外,还介绍了正弦、余弦、正切、余切之间的关系及与之相关的公式,为第 7 章三角函数的学习做了铺垫。

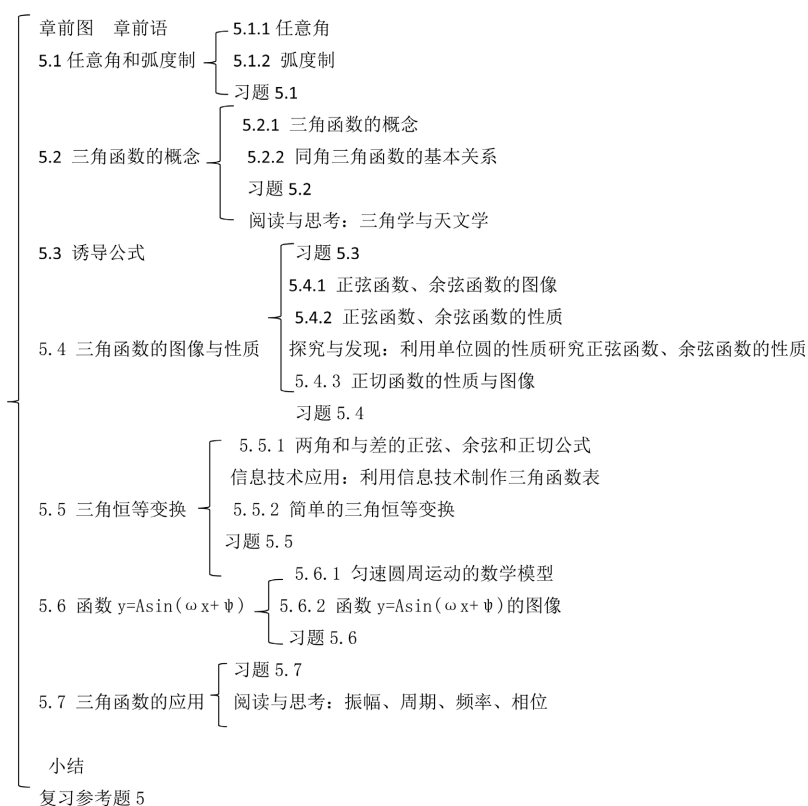


Figure 1. Teaching an Edition (2019) Chapter V directory framework

图 1. 人教 A 版(2019)第五章目录框架

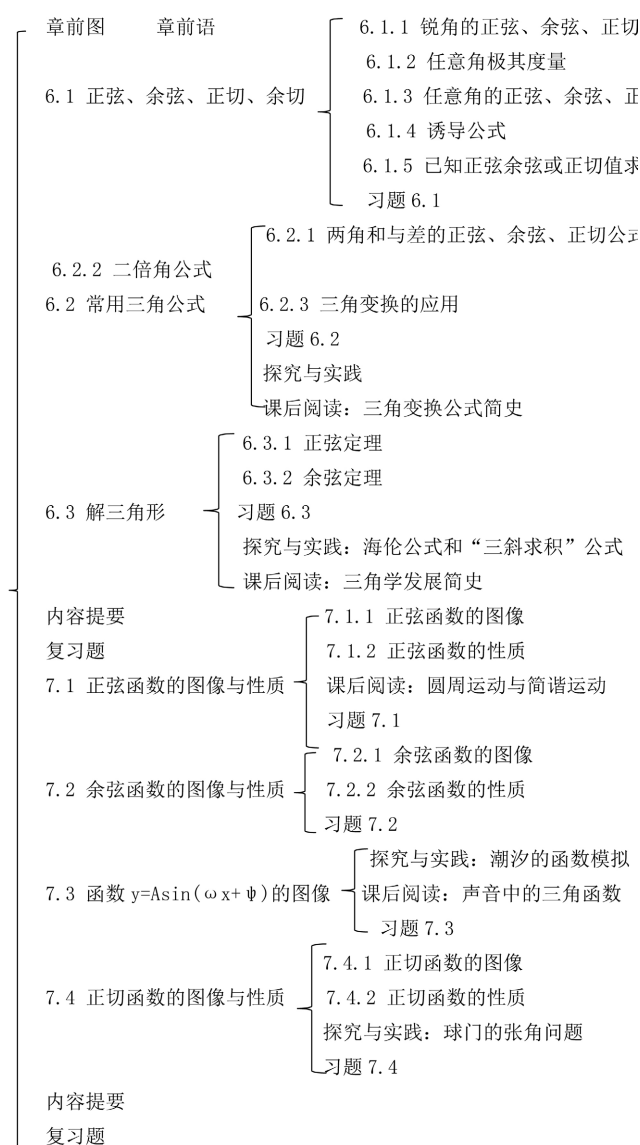


Figure 2. Catalog framework of Chapter 6 and Chapter 7 of Shanghai Education Edition (2020)
图 2. 沪教版(2020)第六章和第七章目录框架

3.2. 内容编排对比

人教 A 版(2019)与沪教版(2020)在关于三角函数的重要知识上均有介绍,例如三角函数的概念、图像、性质、关系。不过,沪教版(2020)第 6 章中有一节值得注意的内容为解三角形,主要内容是介绍正弦定理与余弦定理。上海九年级上册数学教材第 23 章为解直角三角形的内容,显然,沪教版(2020)第 6 章第三节的内容就是对初中解直角三角形内容的复习巩固以及拓展,从中也可以看出沪教版(2020)更加注重与初中数学知识的良好衔接。建构主义认为学习的一种方式是在已有的认知结构(即“图式”)的基础上,吸收外界环境中的相关信息,把外界刺激整合到自身原有认知结构内的过程[1]。教师通过带领学生复习之前已经学习过的知识,进而在此基础上导入新知,也比较符合建构主义关于学习的观点。教材内容的编排,不仅要重视知识的全面性与系统性,还要考虑到学生的学习情况。综上所述,在三角函数这章的编排上,我觉得沪教版(2020)的内容编排方式值得学习。

3.3. 栏目对比

通过统计两版教材的主要栏目，得到两版教材的主要栏目情况如下表 1 所示。

Table 1. Comparison of main columns of the two editions

表 1. 两版教材主要栏目对比

版本	主要栏目
人教 A 版(2019)	思考、注释、旁白、例题、练习、习题、复习参考题、探究、探究与发现、阅读与思考、归纳、小结、信息技术应用
沪教版(2020)	思考、注释、旁白、例题、练习、习题、复习题、探究与实践、课后阅读、归纳、内容提要

两个版本在主要栏目这部分有些异同，都设置了思考、注释、旁白、例题、练习、习题、归纳，例题和练习是课本的重要组成部分，是学生理解和巩固所学知识的重要工具，是对学生最基本的要求；在习题部分中，人教 A 版(2019)将其分为“复习巩固、综合运用、拓广探索”三个维度，为学生主动探究数学知识的产生和发展提供了空间，而沪教版(2020)将其分为 A 组、B 组、拓展与思考三个维度，两者在作用上极为相似；在复习题部分中，人教 A 版(2019)是复习参考题，位于每章最后，将其分为复习巩固、综合运用、拓广探索三个维度。沪教版(2020)在此部分是复习题，将其分为 A 组、B 组、拓展与思考三个维度，两者在作用上也极为相似；在探究部分，人教 A 版(2019)有探究、探究与发现两个部分，探究部分一般处于某个知识点或者例题的旁边，启发学生进一步思考，而探究与发现一般处于每一节的最后。沪教版(2020)是探究与实践；在阅读部分中，人教 A 版(2019)是阅读与思考，沪教版(2020)是课后阅读，两个版本的阅读部分都是相关小节知识的拓展阅读，部分阅读还涉及该知识的数学发展史，可见两个版本都很注重对学生人文知识的培养；在知识总结部分，人教 A 版(2019)是小结，沪教版(2020)是内容提要。此外，人教 A 版(2019)还有一个栏目是信息技术应用，这是沪教版(2020)所没有的栏目，将信息技术嵌入教材之中，能从一定程度上提升学生的信息技术应用能力，这一点上我觉得人教 A 版(2019)的做法值得借鉴。

3.4. 例习题对比

3.4.1. 例习题数量对比

通过统计两版教材的例习题数量，得到两版教材的数量情况如下表 2 所示。

Table 2. Comparison of topic types and quantity between the two editions

表 2. 两版教材题目类型数量对比

版本	人教A版(2019)	沪教版(2020)
类型	数量	
例题	38	65
练习	78	74
习题	90	104
复习参考题	27	43

为了便于更为直观的了解两版教材例习题数量的对比情况, 现将上述表格转化为柱形图的形式呈现出来, 得到两版教材例习题数量对比情况如下图 3 所示, 后面其它部分的情况和本部分类似, 就不做过多赘述。

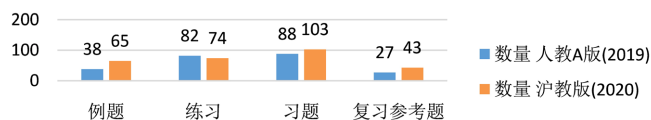


Figure 3. Comparison of the number of topic types between the two editions
图 3. 两版教材题目类型数量对比

从上图中可以看出, 在例题、习题、复习参考题这三部分的数量上, 沪教版(2020)是多于人教 A 版(2019)的, 在例题部分, 沪教版(2020)约为人教 A 版(2019)的 1.7 倍, 通过分析发现, 例题部分主要以计算题为主, 着重考查学生的数学运算能力, 通过运算促进数学思维发展, 形成规范化思考问题的品质, 养成一丝不苟、严谨求实的科学态度。在复习参考题部分, 沪教版(2020)约为人教 A 版(2019)的 1.6 倍, 仅仅在练习题部分, 人教 A 版(2019)比沪教版(2020)多 8 道题, 差别不大。又加上在这章上, 人教 A 版(2019)只编排了一章, 而沪教版(2020)编排了两章, 三角函数是高中的难点知识, 也是重点知识, 可见, 沪教版(2020)更加注重帮助学生掌握与巩固基础知识, 更加注重知识的衔接性。

3.4.2. 例习题类型对比

例习题的类型主要分为以下几种题型: 选择题、填空题、判断题、计算题、解答题、证明题、作图题。

说明: 本文将涉及判断符号、象限、大小、正误的题型都归结为判断题; 计算题指的是纯数值计算类的题目; 解答题指题目背景信息与实际生活相关的这类题。

通过统计两版教材的例题数量, 得到两版教材的例题数量情况如下表 3 所示。

Table 3. Comparison of the number of sample questions between the two editions
表 3. 两版教材例题数量对比

例题	选择	填空	判断	计算	解答	证明	作图
人教版	0	0	0	10	19	7	2
沪教版	0	0	1	15	36	10	3

将上述表格转化为柱形图的形式呈现出来, 得到两版教材例题数量对比情况如下图 4 所示。

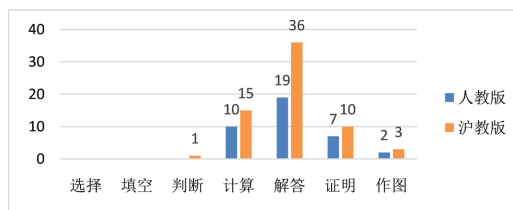


Figure 4. Comparison of the number of sample questions between the two editions
图 4. 两版教材例题数量对比

由图 4 可知, 沪教版(2020)在例题数量上是要高于人教版的, 尤其是在解答、计算、证明方面。可见, 两者非常注重数学运算、数学抽象、逻辑推理、直观想象这四大数学学科核心素养的, 与人教 A 版(2019)相比, 沪教版(2020)在这四大核心素养方面更为侧重。

通过统计两版教材的练习题数量，得到两版教材的练习题数量情况如下表 4 所示。

Table 4. Comparison of the number of exercises between the two editions
表 4. 两版教材练习题数量对比

练习题	选择	填空	判断	计算	解答	证明	作图
人教版	3	4	4	22	35	7	7
沪教版	2	0	5	20	33	10	4

将上述表格转化为柱形图的形式呈现出来，得到两版教材练习题数量对比情况如下图 5 所示。

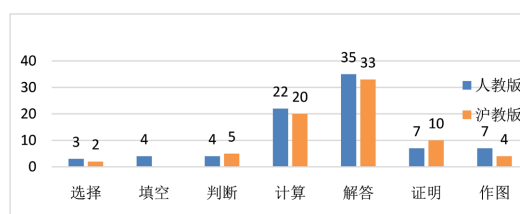


Figure 5. Comparison of the number of exercises between the two editions
图 5. 两版教材练习题数量对比

从图 5 可以看出，人教 A 版(2019)有填空题，在题型的设置上更为灵活，并且，作图题的数量约为沪教版(2020)的两倍，可见，人教 A 版(2019)非常重视学生的作图能力，通过作图题，学生能提升数形结合的能力，发展几何直观与空间想象能力。除此之外，两版教材也非常重视学生的数学运算能力。

通过统计两版教材的习题数量，得到两版教材的习题数量情况如下表 5 所示。

Table 5. Comparison of the number of exercises between the two editions
表 5. 两版教材习题数量对比

习题	选择	填空	判断	计算	解答	证明	作图
人教版	5	2	5	20	45	9	2
沪教版	1	1	9	21	59	6	6

将上述表格转化为柱形图的形式呈现出来，得到两版教材习题数量对比情况如下图 6 所示。

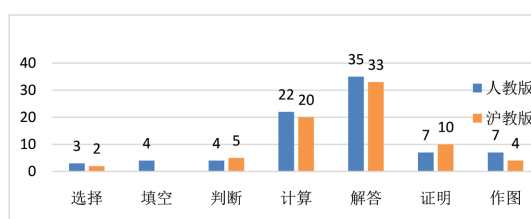


Figure 6. Comparison of the number of exercises between the two editions
图 6. 两版教材习题数量对比

由图 6 可知，在判断、计算、解答、作图这些题型中，沪教版(2020)的数量是多于人教 A 版(2019)的，在证明题数量中是少于人教 A 版(2019)的，即人教 A 版(2019)更加侧重于对于逻辑推理能力的培养。逻辑推理能力是一种重要的能力，通过高中数学课程的学习，学生能掌握逻辑推理的基本形式，学会会有逻辑地思考问题；能够在比较复杂的情境中把握事物之间的关联，把握事物发展的脉络；形成重论据、

有条理、合乎逻辑的思维品质和理性精神, 增强交流能力[2]。

通过统计两版教材的复习参考题数量, 得到两版教材的复习参考题数量情况如下表 6 所示。

Table 6. Comparison of the number of exercises between the two editions

表 6. 两版教材复习参考题数量对比

复习参考题	选择	填空	判断	计算	解答	证明	作图
人教版	0	1	0	3	19	2	2
沪教版	2	3	2	7	22	6	1

将上述表格转化为柱形图的形式呈现出来, 得到两版教材复习参考题数量对比情况如下图 7 所示。

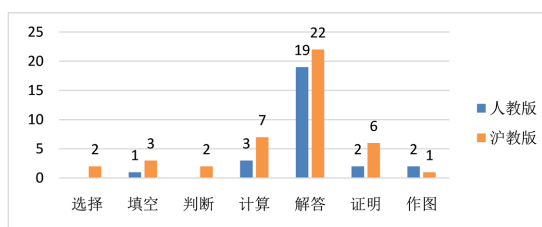


Figure 7. Comparison of the number of reference questions in the two editions of textbooks

图 7. 两版教材复习参考题数量对比

人教 A 版(2019)在复习参考题这部分按照复习巩固、综合运用、拓广探索分配题目, 复习巩固有利于学生巩固上课学到的知识, 综合运用则使学生熟练掌握各知识之间的联系, 拓广探索能培养学生的探究能力。沪教版(2020)在复习参考题这部分按照 A 组、B 组、拓展与思考分配题目, 其中, A 组与 B 组题量相当, 难度递增, 拓展与思考部分题量较少, 难度较大, 同时为学生提供一些富有挑战性的问题, 以激发学习兴趣, 拓宽视野, 提高数学素养。整体来看, 沪教版(2020)比人教 A 版(2019)更加注重在数学抽象、逻辑推理、直观想象、数学运算方面的考查。

3.5. 例题难度对比

为了比较教材例题的综合难度, 鲍建生构建了一个五因素多水平的模型[3], 这一模型近年来常被用于比较数学问题的综合难度, 本文采用此模型进行例题难度分析。该模型难度因素和水平分类参见表 7。

Table 7. Horizontal division of comprehensive difficulty factors

表 7. 综合难度因素的水平划分

	难度因素水平		
	识记	理解	探究
背景	无实际背景	个人生活公共常识	科学情景
运算	无运算数值	计算简单符号运算	复杂符号运算
推理	无推理	简单推理	复杂推理
知识含量	单个知识点	两个知识点	两个以上知识点

为了对数学课程的综合难度有一个整体的把握, 我们在因素分析的基础上, 用加权平均的方法对每个因素给出一个量化的指标, 进而得到一个刻画综合难度的五边形直观模型。具体分两步:

第一步, 鉴定每道题目的五个因素的难度水平, 并进行等级变量的自然赋值(即从低到高按照自然数

1, 2, 3, ……进行赋值)。其中, “探究”和“背景”两个因素仍分为三个水平;后三个因素“运算”、“推理”和“知识含量”则按照具体的运算步骤(依次是无运算、数值计算、一步符号运算、两步符号运算、三步符号运算, ……)、推理步骤(依次是无推理、一步推理、两步推理、三步推理, ……)及所含知识点的数量(依次是一个知识点、两个知识点、三个知识点, ……)进行赋值。如果一道题目在“探究”因素上属于“理解”水平,在“背景”因素上属于“公共常识”水平,并且涉及三步符号运算、四步推理以及包含三个知识点的话,那么其五个难度因素上的取值依次就分别是:2、3、5、5和3。

第二步,根据上述等级值分因素统计课程样本题目的加权平均,计算公式是:

$$d_i = \frac{\sum_j n_{ij} d_{ij}}{n} \quad \left(\sum_j n_{ij} = n; i = 1, 2, 3, 4, 5; j = 1, 2, \dots \right) \quad (1)$$

其中, $d_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 依次分别表示“探究”、“背景”、“运算”、“推理”和“知识含量”五个难度因素上的取值; d_{ij} 为第 i 个难度因素的第 j 个水平的权重(依水平分别取 1、2、3、…); n_{ij} 则表示这组题目中属于第 i 个难度因素的第 j 个水平的题目的个数,其总和等于该组题目的总数 n 。

第三步,根据上面得到的五个值 $d_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 画出反映课程综合难度的五边形模型(雷达图),并根据图形的整体态势分析课程的综合水平与难度特征。

经过上述步骤进行统计,求出各难度因素的加权平均数得到表 8。

Table 8. Quantitative indexes of difficulty factors of trigonometric function examples in the two editions of teaching materials
表 8. 两版教材三角函数例题难度因素量化指标

难度因素	人教 A 版(2019)				沪教版(2020)		
	水平赋值	题量	占比%	加权平均值	题量	占比%	加权平均值
背景	1	35	92%	1.13	61	94%	1.08
	2	2	5%		3	5%	
	3		0%		1	2%	
	4	1	3%			0%	
知识含量	1	30	79%	1.29	61	94%	1.06
	2	5	13%		4	6%	
	3	3	8%			0%	
	4		0%			0%	
推理	1	5	13%	2.26	8	12%	1.92
	2	18	47%		54	83%	
	3	15	39%		3	5%	
	4		0%			0%	
运算	1	5	13%	2.55	7	11%	2.18
	2	11	29%		27	42%	
	3	18	47%		24	42%	
	4	4	11%			0%	
探究	1	8	21%	2.42	12	18%	2.43
	2	6	16%		13	20%	
	3	24	63%		40	62%	
	4		0%			0%	

根据表 8 数据制得如下雷达图:



Figure 8. Radar chart of difficulty factors in the two editions of teaching materials
图 8. 两版教材难度因素雷达图

从图 8 可以看出, 两版教材在探究、运算、推理这三个方面的指标更高, 可见, 两版教材对学生的探究能力、运算能力、推理能力比较重视。在背景和知识含量这两个方面的指标相对偏低, 两版教材的题目中涉及背景的题目较少, 知识含量主要以一个知识含量为主。在例题部分, 从整体上来看, 人教 A 版(2019)在知识含量、推理、运算这三个方面的难度均高于沪教版(2020), 在探究与背景这两个方面, 两版教材难度相当。

4. 总结与建议

4.1. 总结

从目录差异、内容编排、栏目设置、例习题的差异性以及例题的难度比较两版教材内容, 可以发现沪教版教材章节安排上更加合理, 更加突出知识之间的衔接, 例习题设置上更加注重知识的及时巩固, 人教版在栏目设置上形式更加多样灵活, 在例习题上开放性和探究性较沪教版也有所增强, 人教 A 版(2019)在例题的难度上整体要比沪教版(2020)难, 以上这些差异与核心素养的培养有一定相关性。在高中数学学科六大核心素养方面, 两版教材三角函数章节的内容均有涉及数学抽象、逻辑推理、直观想象、数学运算这四大核心素养, 针对不同的题型, 两版教材在这四大核心素养的侧重点不同, 同一题型, 两版教材在这四大核心素养的侧重点也不同。值得注意的是, 两版教材基本没有涉及数学建模和数据分析这两大核心素养, 这和数学知识的内容及其考查方式密切相关。

4.2. 建议

4.2.1. 加强知识间衔接, 降低学生学习难度

沪教版中有一节为解三角形, 和初中的解直角三角形联系密切, 为后续知识的学习做足了铺垫, 同时, 能在一定程度上降低学生学习的难度, 众所周知, 三角函数是高中数学内容的重点和难点, 所以, 对于像三角函数这类知识, 教材的编者应尽可能多的去加强各个知识点间联系, 做好初高中知识内容的衔接性。

4.2.2. 渗透数学文化, 培养学生数学情感

数学文化指数学的思想、语言、方法、观点以及他们的发生发展过程等[2], 研究表明, 数学教学中渗透数学文化不仅有利于教学的进展, 同时有利于培养学生的数学情感[4], 所以教师应在教学中实质性渗透数学文化, 陶冶学生的数学情感, 同时, 教材的编者也可以考虑在例题中渗透数学文化。

参考文献

- [1] 李亦婧. 建构观下高中数学学习模式探究[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 华中师范大学, 2017.
- [2] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准 2017 年版(2020 年修订) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2020.
- [3] 鲍建生. 中英两国初中数学期望课程综合难度的比较[J]. 全球教育展望, 2022, 31(9): 48-52.
- [4] 陈飞. 数学史渗透数学教学的研究——基于情感培养视角[J]. 科学大众(科学教育), 2018(12): 22-23.
<http://dx.doi.org/10.16728/j.cnki.kxdz.2018.12.018>