Creative Education Studies 创新教育研究, 2023, 11(8), 2410-2416
Published Online August 2023 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ces
https://doi.org/10.12677/ces.2023.118357

Hans汉斯

基于深度学习的数学“问题提出”策略研究与实践探索

魏慧林[1]，徐承杰[1]，范金文[2]，朱　敏[3]，欧阳杰红[4]

[1]湖南工业大学理学院，湖南　株洲
[2]望城区思源学校，湖南　长沙
[3]岳麓区实验小学，湖南　长沙
[4]郴州市第十五中学，湖南　郴州

收稿日期：2023年5月31日；录用日期：2023年8月16日；发布日期：2023年8月25日

摘　要

问题提出是深度学习融入数学教学实践的必要途径。对深度学习及其理论背景、深度学习的教学策略进行了解释。以初中数学教材中一道习题为例，对基于深度学习的问题提出策略进行探究，分别从拆分性提问、过渡性提问、比较性提问、开放性提问这四个方面展开说明。

关键词

深度学习，问题提出，正多边形

Research and Practical Exploration on the Strategy of “Problem-Posing” in Mathematics Based on Deep Learning

Huilin Wei[1], Chengjie Xu[1], Jinwen Fan[2], Min Zhu[3], Jiehong Ouyang[4]

[1]College of Science, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan
[2]Wangcheng District Siyuan School, Changsha Hunan
[3]Yuelu District Experimental Primary School, Changsha Hunan
[4]Chenzhou No. 15 Middle School, Chenzhou Hunan

Received: May 31st, 2023; accepted: Aug. 16th, 2023; published: Aug. 25th, 2023

Abstract

Problem-posing is a necessary way to integrate deep learning into mathematical teaching practice.

文章引用: 魏慧林, 徐承杰, 范金文, 朱敏, 欧阳杰红. 基于深度学习的数学“问题提出”策略研究与实践探索[J]. 创新教育研究, 2023, 11(8): 2410-2416. DOI: 10.12677/ces.2023.118357

The theoretical background and teaching strategies of deep learning are explained. Taking an exercise in a junior high school mathematics textbook as an example, this paper investigates the strategy of problem-posing based on deep learning, and explains it from four aspects: split questioning, transitional questioning, comparative questioning, and open-ended questioning.

Keywords

Deep Learning, Problem-Posing, Regular Polygon

1. 引言

数学是一门需要理解的课程，这就意味着数学与深度学习紧密相关。要想深度学习真正作用于学生个体，在课堂教学实践过程中，就需要教师根据学生已有的生活经验，积极为学生创设一系列问题链的学习方式，促进学生在数学问题情景下进入深度的思考，促进学生的深度学习能力不断提升[1]。

2. 深度学习及其理论背景

从知识获取来源的巨大变化来看，当信息时代来临，知识来源途径多样混杂，每一个人都可能发布信息而每一个人也都面临着要对信息的正误做出独立批判的时候，若教学还只停留于表层学习，或它的反面——只强调探究形式而无探究精神的学习形式，不仅苍白无力，甚至有害。信息时代把我们以前本应有但被忽略了的思考与实践凸显出来，逼迫我们给出答案，深度学习的研究应运而生[2]。

对深度学习的理解主要包括以下几点：通过建构将学习内容本身所具有的关联和结构进行再关联再建构，从而形成自己的知识结构；要把握事物的本质，让自身与自己真正在学习的内容之间建立起一种紧密的灵魂联系；通过教师对教学内容及学生的学习过程与方式进行精心设计，学生能通过自身的活动将符号化的知识打“打开”，将静态的知识“激活”，全身心地体验知识本身蕴含的丰富复杂的内涵与意义。

3. 深度学习的教学策略

首先，在深度学习的准备和实施过程中，为了更好地达成学习目标，需要通过好的情境素材把核心素养和课程内容进行深度关联，在选择好的情景素材时，要多视角链接生活和生产、学科发展和科技前沿以及思想道德教育要素；其次，在学习过程中，要注重通过学生的自我分析与质疑辩论以及教师的连续追问让思维外显；最后，教师要设计富有挑战性的学习任务、指导学生完成任务，从而增加学生和教师的深度互动，并且要及时组织学生研讨和交流，增加学生间的深度互动[3]。

4. 数学“问题提出”教学策略的研究历程

国内，吕传汉、汪秉彝提出的“情境－问题”策略；2019 年，蔡金法带领浙江萧山的一批小学数学教师，开发了一批教学案例，发表于《小学数学教学》增刊上．此外，《数学教育学报》于 2002~2003 年集中发表了数学问题提出教学案例研究的论文[4]。

深度学习是指向主动性、对话性、协作性相统一的学习。换言之，深度学习首先要引发深度思考，

才能促进深度学习[5]。以初中数学人教版九年级上“24.3 正多边形和圆”中的一道课后习题为例，对基于深度学习的问题提出策略进行研究。

原题：把圆分为 n ($n \geq 3$)等份，经过各分点作圆的切线，以相邻切线的交点为顶点的多边形叫这个圆的外切正 n 边形。如图 1，⊙O 半径为 R，分别求它的外切正三角形、外切正方形、外切正六边形的边长。

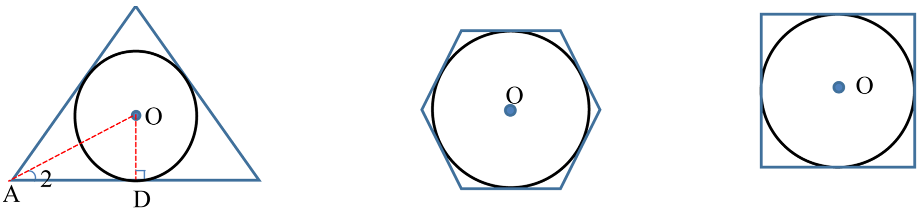

Figure 1. Regular polygons and circles
图 1. 正多边形和圆

5. 基于深度学习的数学问题提出策略

问题提出是深度学习融入数学教学实践的必要途径，以下将利用拆分性提问、过渡性提问、比较性提问、开放性提问进行具体研究。

5.1. 从表层信息挖掘隐藏信息：拆分性提问

对于初中生来说，将所学的数学原理直接运用于题中所给信息并得到最终答案是十分常见的思维模式，这种应用是一种浅层次的应用；但有时候，题中所给的表层信息与所求问题无法产生明显的关联，仅仅依靠这种浅层次的分析是无法得到最终答案的，遇到这种情况就需要教师充分发挥引导者的作用，以问题链的形式带领学生从题中所给的表层信息挖掘隐藏信息，循序渐进地进行拆分性提问(见表 1)。

Table 1. Split questioning
表 1. 拆分性提问

步骤	问题
画图	如何将圆三等分(四等分、六等分)？ 如何在圆上作切线？ 你能将题中提到的圆的外切正多边形画出来吗？
作辅助线	根据已知条件可以直接求出外切正多边形的边长吗？如果不可以该怎么办呢？ 你能作出最合适的辅助线帮助解题吗？ 借助辅助线又可以得到哪些有用的条件？

解题分析：已知⊙O 半径为 R，正三角形三边相等、三角相等，由此并不能直接得出答案，需要做辅助线。如图 1 所示，连接 OD、OA，(点 D 是切点)，根据与切线和正三角形相关的知识基础易得：$\angle 2 = 30^\circ$，$OD = R$，所以 $OA = 2R$，$AD = \sqrt{3}R$。所以，外切正三角形的边长为 $2\sqrt{3}R$，外切正方形的边长为 $2R$，外切正六边形的边长为 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}R$。

深度学习离不开教师的引导。教师以问题循序渐进地引导学生思考的方向，无形之中帮助学生梳理

了做题思路、发展了学生的推理意识，相比于只教“其然”，不教“其所以然”的教学过程，环环相扣的提问过程则让学生对问题的理解变得更加顺畅、透彻，由此我们可以初步体会到基于深度学习的问题提出的魅力所在。

5.2. 从全局出发设计“桥梁问题”：过渡性提问

在问题的设计中，所谓“从全局出发”就是要站在问题整体布局的角度，考虑局部问题在整个问题体系中应当发挥的作用，从而决定各部分问题在教学过程中的“出场顺序”；其中，过渡性问题发挥连通部分的桥梁作用，将原本没有直接关系的问题巧妙且自然地连接起来，所以，好的过渡性问题能使得整个问题体系形式新颖、逻辑合理、内容紧凑。

承上，令 $r = 1$：

1) 当 $r = 1$ 时，外切正多边形的边长为多少？

2) 已知上述答案，当 $n = 3$、4、6，对应的正多边形的周长是多少？(将 $r = 1$ 代入原题所得答案，再求周长)

3) 圆的外切正五边形该怎么画？(等分、作切线)

4) 外切正五边形的周长为多少？(已知 $\tan 45^\circ < \tan 54^\circ < \tan 60^\circ$)

5) 由上可得 $n = 3$、4、5、6 时外切正多边形的周长变化，由此可作何猜想？外切正多边形的周长与圆的周长大小关系是怎样的呢？

解题分析：由于，$\tan 30^\circ < \tan 45^\circ < \tan 54^\circ < \tan 60^\circ$，其外切正五边形的周长小于正三角形的周长、大于正六边形的周长。由此我们可以作出猜想：当 n 越来越大时，同一个圆的外切正多边形的周长会越来越小，并且越来越接近圆的周长。

得到此猜想后，教师展示动图，由动图中的数据变化可验证此猜想(图 2、表 2)。

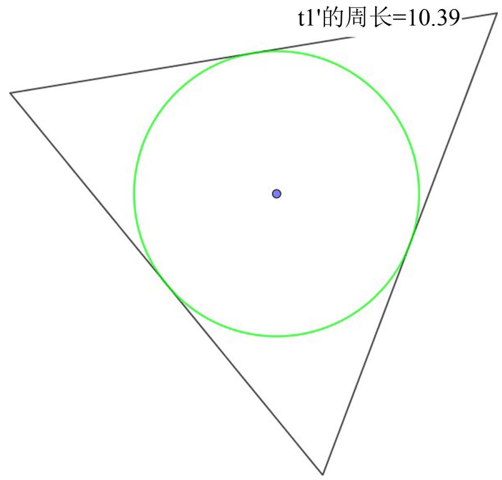

Figure 2. Circumferential regular polygon of a circle
图 2. 圆的外切正多边形

Table 2. Perimeter of regular polygon
表 2. 正多边形的周长

n	3	4	5	6	7	8	9	10	……	30	……
正多边形周长	10.39	8	7.27	6.93	6.74	6.63	6.55	6.5	……	6.31	……

教师由原题中求圆的外切正多边形的边长延申到求其周长，又根据所求得的一系列数据进行简单的合理猜想，为后面对圆的内接正多边形的“对比性提问”作出了必要铺垫，也正是因为引入了圆的内接正多边形的相关知识，“π 是怎么得来的”这一问题才能十分自然地被关联起。由此可见，过渡性问题在全局的问题设计中占据的地位是不可或缺的。

当然，由以上的知识关联结构可知，这样的问题设计必须建立在教师自身对数学知识的深度学习的基础之上，因为只有通过深度学习才能得到知识框架、体会知识之间的内在联系，从而灵活地进行问题设计。

5.3. 从题中知识联想关联知识：比较性提问

要想提高学生深度学习的能力，帮助学生建立知识的“结构性认识”是十分重要的[6]。若知识之间本身具有联系，那么在进行问题的设计时，也可以对比于关联的问题进行设计。

1) 当 n 越来越大时，对应的内接正多边形的周长变化也会遵循类似的规律吗？

针对问题 1，又可以拆分成一系列的子问题：

① 令 $r=1$，$n=3$、4、5、6 时，你能画出对应的内接正多边形吗？(如图 3 所示)

② 请根据展示的动画观察内接正多边形的周长大小变化，有没有发现什么规律？你能结合图形进行解释吗？(图 3、表 3)

③ 我们知道圆的周长 $C=2\pi R$，结合以上几个问题的分析，你能简单介绍一下公式中的 π 是怎么得来的吗？

解题分析：由动图中的数据可知，当 n 越来越大的时候，圆的内接正多边形的周长会越来越大并且越来越接近圆的周长。当内接正多边形的周长 P 越来越接近圆的周长 C，$P/2R$ 也越来越接近 $C/2R$，这个数就是圆周率 π。

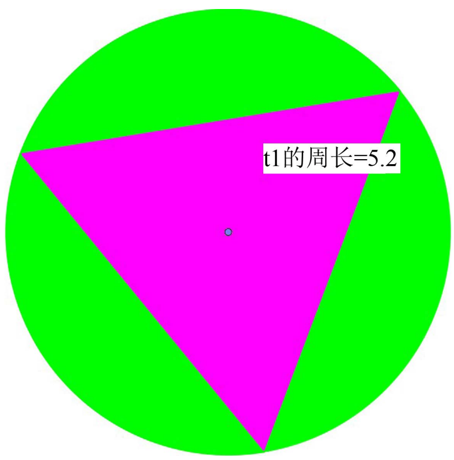

Figure 3. Inscribed regular polygon of a circle
图 3. 圆的内接正多边形

Table 3. Perimeter of regular polygon
表 3. 正多边形的周长

n	3	4	5	6	7	8	9	10	……	30	……
正多边形周长	5.2	5.66	5.88	6	6.07	6.12	6.16	6.18	……	6.27	……

圆的外切正多边形和圆的内接正多边形是根据圆与多边形的位置关系来划分的，当正多边形在圆的

外面与圆相切，外切正多边形的周长变化是有规律的，由此联想到：当正多边形在圆的内部与圆相接时，其周长会不会也有类似的变化规律呢？由此建立了相关知识之间确切的联系，能有效深化对知识的理解、强化对知识的体验。

5.4. 从实践出发设计拓展问题：开放性提问

学生的抽象思维能力在初中阶段得到初步发展，但这种能力仍然有很大的提升空间，所以，初中数学的问题提出应该与生活实践紧密联系。

1) 你能运用圆和多边形设计出更美的图案吗？

2) 你能上网查找关于圆和多边形在实际中的应用实例吗？请附上相关资料进行展示。

例：如下图 4 所示，一张普通办公桌有四个正四棱柱桌脚，现用一截原木简单设计办公桌桌脚，设计方案如下：原木的侧面是一个圆，在圆内取最大的一个正方形即内接正方形，(用做图软件可直接测量出如图所示尺寸，原木的侧面圆直径为 80 cm，正方形边长为 56.57 cm)，取定原木侧面圆之后，削去原木剩下的四部分，可得到所需要的长方体形状的桌脚。

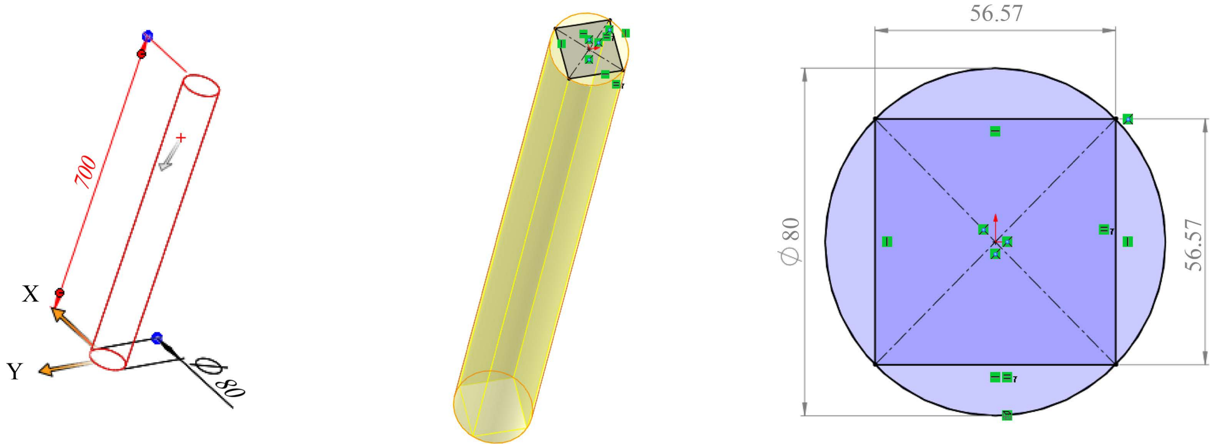

Figure 4. Design drawing of office table foot
图 4. 办公桌桌脚设计图

在此案例中还可以提出相关的应用问题：制作一张普通的办公桌还需要设计哪些东西？它们的尺寸一般是多大？生产一张这样的办公桌需要经历哪些程序？桌脚的形状一定得是正四棱柱吗？如果要设计其它形状的桌脚又该如何设计？虽然这些问题比较发散，但这种开放性的提问往往能引领学生往自身感兴趣的方向思考深度并搜索相关资料加以证实，而这一过程也必然会加深学生对课本知识的理解与体会。

6. 举一反三

案例中的策略同样也适用于其它知识点的教学设计。例如，在紧接着的后一节内容“弧长和扇形面积”的教学设计中，新课引入的过程同样也可以设计一系列学生能利用已有的知识储备顺利解答的问题，如由圆的周长公式推导出任意圆心角对应的弧长公式，类比于求弧长公式的问题设计，扇形面积公式也可以以同样的方式得出；因此，顺理成章地，可以将扇形面积公式和弧长公式进行比较，从而可以设计比较性提问，逐步得出弧长和扇形面积之间的关系式，但这一步骤也可以利用这一节教材中的题材：围绕蒙古包毛毡用料面积这一实际问题，这一问题的解决必须要用到用弧长表示扇形面积的公式和母线，由此，便由通过该实际问题过渡到了知识的学习；每一步都要做到环环相扣、循序渐进，这样也是拆分性提问的必然要求。

其实，只要设计巧妙，任何内容都可以围绕拆分性提问、过渡性提问、比较性提问、开放性提问展开设计。

7. 总结

随着新课改的不断深入，在实施素质教育的过程中，深度学习是素质教育的必然要求[7]。基于深度学习的数学“问题提出”与数学教学实践紧密相关，这一课题仍然值得被继续钻研。

参考文献

[1] 钟一鸣. 基于数学核心素养的深度学习策略研究——以函数的概念为例[J]. 豫章师范学院学报, 2020, 35(1): 65-69.

[2] 郭华. 深度学习及其意义[J]. 课程·教材·教法, 2016, 36(11): 25-32. https://doi.org/10.19877/j.cnki.kcjcjf.2016.11.005

[3] 刘月霞, 郭华. 深度学习教学改进丛书深度学习: 走向核心素养(理论普及读本) [M]. 北京: 教育科学出版社, 2018.

[4] 吴增生, 郑燕红, 吴海燕, 王泽峰. 怎样促进学生提出和解决高价值的数学问题——等腰三角形单元教学对比实验研究[J]. 数学教育学报, 2022, 31(1): 42-51.

[5] 高辉, 黄基云. 基于深度学习的高中数学解题策略探究——判断三角形解的个数问题[J]. 中学数学, 2023(3): 78-80.

[6] 郑毓信. “数学深度教学”的理论与实践[J]. 数学教育学报, 2019, 28(5): 24-32.

[7] 黄彰颖. 高中数学深度学习教学策略的研究[J]. 文理导航(中旬), 2023(6): 16-18.