

新课标下数学文化在高考中的渗透研究

王睿祺, 汤琼, 甄迎焯, 钟丽

湖南工业大学理学院, 湖南 株洲

收稿日期: 2023年11月13日; 录用日期: 2024年1月22日; 发布日期: 2024年1月30日

摘要

自《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》出版以来, 数学课程对数学文化的体现就日益深厚。新课标强调要注重数学文化的渗透, 不仅体现在数学的教学活动中, 更要体现在高考命题之中。本研究就数学文化的内涵展开, 分别从数学史、数学美、数学应用与数学语言四个方面, 对数学文化在2020~2023年四年的新高考试题中的渗透程度与方式进行相关举例论述, 并对其题干进行数学文化类型的分类与简要分析, 发现并总结高考题在数学文化方面的命题规律, 最后对数学文化体现在高考试题中的必要性进行自问自答并从数学文化的内涵与根本目的方面进行思考与解释。

关键词

数学文化, 新课标, 高考试题, 数学史

Research on the Penetration of Mathematics Culture in College Entrance Examination under the New Curriculum Standard

Ruiqi Wang, Qiong Tang, Yingye Zhen, Li Zhong

College of Science, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan

Received: Nov. 13th, 2023; accepted: Jan. 22nd, 2024; published: Jan. 30th, 2024

Abstract

Since the publication of Mathematics Curriculum Standards for Senior High Schools (2017 edit on, 2020 revision), the mathematics curriculum has increasingly embodied the mathematics culture. The new curriculum emphasizes that we should pay attention to the infiltration of mathematics culture, which is not only reflected in the teaching activities of mathematics, but also reflected in the proposition of college entrance examination. In this study, the connotation of mathematical

culture is carried out. Four aspects, namely, the history of mathematics, the beauty of mathematics, the application of mathematics and the language of mathematics, and the penetration degree and mode of mathematical culture in the new college entrance examination questions from 2020 to 2023 are discussed with relevant examples, and the types of mathematical culture are classified and briefly analyzed. This paper finds and summarizes the propositional laws of the college entrance examination questions in the aspect of mathematical culture, and finally asks yourself and answer the necessity of the mathematical culture reflected in the college entrance examination questions, and thinks and explains from the connotation and fundamental purpose of mathematical culture.

Keywords

Mathematical Culture, New Curriculum Standard, College Entrance Examination Questions, History of Mathematics

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 研究背景

自《普通高中数学课程标准(2017年版 2020年修订)》出版以来,数学课程对数学文化的体现就日益深厚。课程性质中指出,“数学不仅是运算和推理的工具,还是表达和交流的语言,数学承载着思想和文化,是人类文明的重要组成部分[1]。”《标准》中还明确指出,要加强数学文化在课程教学中的体现,主要表现在课后拓展对数学家、数学史以及数学名著的相关介绍以及课后实践活动要求学生查阅相关资料来了解数学发展史等等。因此教师应有意识地结合相应的教学内容,将数学文化渗透在日常教学之中,引导学生了解数学的发展历程,感悟数学的价值[1]。

2. 数学文化的内涵

在观察数学文化在高考题中是如何体现之前,本文先来探讨一下什么是数学文化。狭义的数学文化就是指数学的思想、精神、方法、观点、语言以及它们的形成与发展。而广义的数学文化还包含了数学家、数学史、数学美、数学教育,数学发展中的人文成分、数学与社会的联系、数学与各种文化的关系[2]。众所周知,数学文化在历史的长河中一直不断地流淌着,它不仅体现在数学史的发展,还体现在数学对人们的文化价值上,比如它激励了数学家们永不放弃的精神,也给一代又一代奋战在数学前沿的学者以心灵的慰藉。

3. 数学文化在高考试题中的渗透

很多时候一提到数学文化,大家会首先想到数学史,诚然,数学史是数学文化的主要载体,但也仅仅是其中的一部分。这里,本文查阅了一些文献,参考了郑强、郑庆全对数学文化的分类,将数学文化分为了以下四类,分别是数学史、数学美、数学应用和数学语言[3]。本文也将从这四个方分别介绍其在新高考试题中的考查。这里本文选择了新高考实行以来,从2020~2023年四年的全国各地高考数学试题来简单分析它们是如何体现数学文化的。

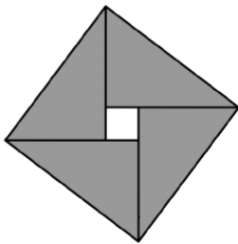
3.1. 数学史方面

顾名思义,数学史主要包含了数学相关的历史,比如数学家的生平,重大的数学史故事,以及一些

数学名著中的名题等。在 2020~2022 年的浙江卷中,连续三年都在填空题第 11 题的位置出现数学史相关试题(见表 1)。

Table 1. Mathematical history test questions analysis

表 1. 数学史试题分析

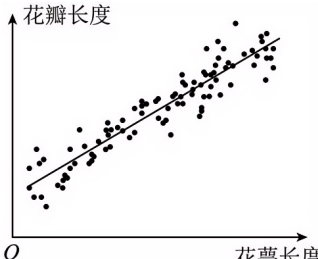

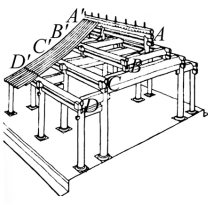
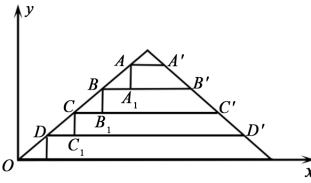
试题来源	考查题目	数学史体现	试题分析
2022 浙江卷 11	<p>我国南宋著名数学家秦九韶,发现了从三角形三边求面积的公式,他把这种方法称为“三斜求积”,它填补了我国传统数学的一个空白。如果把这个方法写成公式,就是 $S = \sqrt{\frac{1}{4} \left[c^2 a^2 - \left(\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2} \right)^2 \right]}$,</p> <p>其中 a, b, c 是三角形的三边, S 是三角形的面积。设某三角形的三边 $a = \sqrt{2}, b = \sqrt{3}, c = 2$, 则该三角形的面积 $S =$ _____。</p>	秦九韶“三斜求积”	由本题可以看出,题目先介绍了数学家秦九韶,并提出了“三斜求积”的面积公式,再给出公式中的变量让学生进行求解。题目本身很简单,但是通过对数学家和数学发展历史的介绍,吸引了学生的兴趣。
2021 浙江卷 11	 <p>我国古代数学家赵爽用弦图给出了勾股定理的证明。弦图是由四个全等的直角三角形和中间的一个小正方形拼成的大正方形(如图所示)。若直角三角形直角边的长分别为 3 和 4, 记大正方形的面积为 S_1, 小正方形的面积为 S_2, 则 $\frac{S_1}{S_2} =$ _____。</p>	赵爽弦图 《周髀算经》	本题是数学史上有名的赵爽弦图,它出自中国最早的一部数学著作——《周髀算经》,它展示了最原始的“勾三股四弦五”的勾股定理,而此题则要考生求得大小正方形面积之比。题本身并不难,主要是考察学生能否确定两个正方形的边长。
2020 浙江卷 11	<p>我国古代数学家杨辉,朱世杰等研究过高阶等差数列的求和问题,如数列 $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}$ 就是二阶等差数列。数列 $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}, (n \in N^*)$ 的前 3 项和是_____。</p>	杨辉三角 朱世杰	本题在求数列的前 3 项和之前先通过介绍我国古代数学家杨辉、朱世杰,拉近了考生与数学家的距离,使得学生在做题的时候不会感觉到手足无措。

3.2. 数学美方面

数学美表现为一种抽象、严谨而又含蓄的理性之美。数学美在内容上可以分为结构美、语言美与方法美;其在形式上又可以分为外在的形态美和内在的理性美。数学美在高考试题中出现较少,主要体现在一些图片题和几何问题之中(见表 2)。

Table 2. Mathematical beauty test questions analysis

表 2. 数学美试题分析

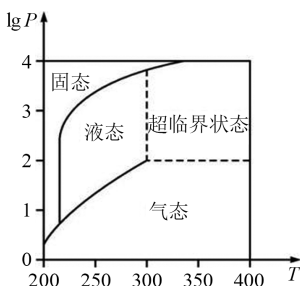
试题来源	考查题目	试题分析
<p>2023 年天津卷 7 题</p>	<p>调查某种群花萼长度和花瓣长度，所得数据如图所示，其中相关系数 $r = 0.8245$，下列说法正确的是 ()。</p>  	<p>此题意在考查相关系数与相关性图像问题，但是建立在对花萼长度和花瓣长度的相关性分析之上，通过图片的展示从自然的角度展现了花朵生长的内在规律，在通过图像直观体现了二者的正相关关系，体现了数学之美在自然中的应用，从形式而论属于数学美中外在的形态美。</p>
<p>2022 年新高考 II 卷 3 题</p>	<p>(A) 花瓣长度和花萼长度没有相关性 (B) 花瓣长度和花萼长度呈现负相关 (C) 花瓣长度和花萼长度呈现正相关 (D) 若从样本中抽取一部分，则这部分的相关系数一定是 0.8245</p> <p>图 1 是我国古代建筑中的举架结构，AA', BB', CC', DD' 是桁，相邻桁的水平距离称为步，垂直距离称为举，图 2 是某古代建筑屋顶截面的示意图，其中 DD_1, CC_1, BB_1, AA_1 是举，OD_1, DC_1, CB_1, BA_1 是相等的步，相邻桁的举步之比分别为 $\frac{DD_1}{OD_1} = 0.5$，$\frac{CC_1}{DC_1} = k_1$，$\frac{BB_1}{CB_1} = k_2$，$\frac{AA_1}{BA_1} = k_3$。已知 k_1, k_2, k_3 成公差为 0.1 的等差数列，且直线 OA 的斜率为 0.725，则 $k_3 = ()$。</p>  	<p>此题在古代建筑的背景之下考察等差数列的性质以及斜率与倾斜角相关知识点，先介绍了蕴含在古代建筑中的数学对称之美，体现了内容上的结构美，使得学生在为我国古代建筑能力折腰之际，不忘引起学生的探究兴趣，继续深入此题，进行运算。</p>

- (A) 0.75 (B) 0.8 (C) 0.85 (D) 0.9

3.3. 数学应用方面

Table 3. Mathematical application test questions analysis
表 3. 数学应用试题分析

试题来源	考查题目	试题分析												
2023 年新高考 I 卷 10 题	<p>噪声污染问题越来越受到重视。用声压级来度量声音的强弱, 定义声压级 $L_p = 20 \times \lg \frac{P}{P_0}$, 其中常数 $P_0 (P_0 > 0)$ 是听觉下线阈值, P 是实际声压, 下表为不同声源的声压级:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>声源</th> <th>与声源的距离 /m</th> <th>声压级/dB</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>燃油汽车</td> <td>10</td> <td>60 ~ 90</td> </tr> <tr> <td>混合动力汽车</td> <td>10</td> <td>50 ~ 60</td> </tr> <tr> <td>电动汽车</td> <td>10</td> <td>40</td> </tr> </tbody> </table>	声源	与声源的距离 /m	声压级/dB	燃油汽车	10	60 ~ 90	混合动力汽车	10	50 ~ 60	电动汽车	10	40	<p>本题联系了社会现象, 关注了社会上的热点问题, 从引起重视的噪音污染问题入手设计了题目, 以解决问题为目标导向, 考查了学生对实际问题的理解能力以及数据分析的能力。</p>
声源	与声源的距离 /m	声压级/dB												
燃油汽车	10	60 ~ 90												
混合动力汽车	10	50 ~ 60												
电动汽车	10	40												
2022 年北京卷 7 题	<p>已知在距离燃油汽车、混合动力汽车、点动汽车 10m 处测得实际声压分别为 p_1, p_2, p_3, 则以下说法正确的有 ()。</p> <p>(A) $p_1 \geq p_2$ (B) $p_2 \geq 10p_3$ (C) $p_3 = 100p_0$ (D) $p_1 \leq 100p_2$</p> <p>在北京冬奥会上, 国家速滑馆“冰丝带”使用高效环保的二氧化碳跨临界直冷制冰技术, 为实现绿色冬奥作出了贡献。如图描述了一定条件下二氧化碳所处的状态与 T 和 $\lg P$ 的关系, 其中 T 表示温度, 单位是 K; P 表示压强, 单位是 bar。下列结论中正确的是()。</p> <p>(A) 当 $T = 220, P = 1026$ 时, 二氧化碳处于液态 (B) 当 $T = 270, P = 128$ 时, 二氧化碳处于气态 (C) 当 $T = 300, P = 9987$ 时, 二氧化碳处于超临界状态 (D) 当 $T = 360, P = 729$ 时, 二氧化碳处于超临界状态</p>	<p>本题结合了北京冬奥会的时事背景, 以国家速滑馆“冰丝带”绿色环保场馆为背景, 设置二氧化碳所处的状态与温度和压强的关系图像, 将重大的社会热点事件有机融入试题, 一方面使学生对解题充满兴趣; 另一方面展示了我国发展的伟大成就, 引领学生坚定理想信念。</p>												



随着国家新课标改革下对学生应用意识和应用能力的重视, 数学应用作为数学文化的一部分, 已经成为高考试题中不可或缺且占比日益增大的一部分[4]。同时, 以实际生活为背景的数学应用也是数学文化在高考试题中最常见的表现方式。查阅试题不难发现在近四年的新高考全国卷以及北京卷和上海卷中, 数学应用的试题体现尤为突出(见表 3)。

从这两道试题可以看出, 通过设计真实问题, 一方面使学生对解题充满兴趣与动力, 有更强的参与感; 另一方面展示了我国发展的伟大成就, 引领学生坚定理想信念, 践行社会主义核心价值观。这也深深体现出数学文化的积极作用。

3.4. 数学语言方面

数学语言，顾名思义，作为人类语言的一种高级形态，是一种可以跨越国家与历史的全球性语言。数学语言可以分为抽象性数学语言和直观性数学语言，包括数学概念、术语、符号、式子、图形等。这里我们所探讨的体现在数学高考试题中的数学语言主要就是指超出学生所学过的数学符号、公式和概念等。

真题 1. (2023 年新高考 II 卷 12 题——题干)在信道内传输 0, 1 信号，信号的传输相互独立，发送 0 时，收到 1 的概率为 α ($0 < \alpha < 1$)，收到 0 的概率为 $1-\alpha$ ；发送 1 时，收到 0 的概率为 β ($0 < \beta < 1$)，收到 1 的概率为 $1-\beta$ 。考虑两种传输方案；单次传输和三次传输，单次传输是指每个信号只发送 1 次，三次传输是指每个信号重复发送 3 次。收到的信号需要译码，译码规则如下：单次传输时，收到的信号即为译码；三次传输时，收到的信号中出现次数多的即为译码(例如，若依次收到 1, 0, 1，则译码为 1)。

真题 2. (2021 年新高考 II 卷 12 题)设整数 $n = a_0 \cdot 2^0 + a_1 \cdot 2^1 + \dots + a_{k-1} \cdot 2^{k-1} + a_k \cdot 2^k$ ，其中 $a_i \in \{0, 1\}$ ，记 $\omega(n) = a_0 + a_1 + \dots + a_k$ ，则()。

- (A) $\omega(2n) = \omega(n)$ (B) $\omega(2n+3) = \omega(n)+1$
 (C) $\omega(8n+5) = \omega(4n+3)$ (D) $\omega(2^n - 1) = n$

真题 3. (2020 年上海卷 21 题——题干)有限数列 $\{a_n\}$ ，若满足 $|a_1 - a_2| \leq |a_1 - a_3| \leq \dots \leq |a_1 - a_m|$ ， m 是项数，则称 $\{a_n\}$ 满足性质 p 。

真题 4. (2021 年上海卷 21 题——题干)已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数，若对任意的 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ ， $x_1 - x_2 \in S$ ，均有 $f(x_1) - f(x_2) \in S$ ，则称 $f(x)$ 是 S 关联。

通过查阅近四年的高考试题，本文发现数学语言的考查主要体现在上海卷和新高考卷中，考查的题型有选择题与解答题。例如，真题 1 在题干中给出传输信号 0 和 1 所对应的单次传输方法和三次传输方法让考生来讨论某一次信号传输的译码的准确性；真题 2 在题干中记 $\omega(n) = a_0 + a_1 + \dots + a_k$ 让学生来讨论 $\omega(n)$ 的相关取值和性质；真题 3 则是在数列的背景下给出性质 P 的新概念，以此为依据设置问题；2021 年的上海卷则延续了前一年的传统，依旧在 21 题的位置渗透了数学语言的考查，在题干给出一个新定义——函数 $f(x)$ 的 S 关联，再让考生来判断和证明函数是否关联或者根据关联的性质和特征来进行应用。通过简单观察，可以发现这三道题都是通过给出考生没有接触过的、但是在已有知识基础上的新定义来进行运算或证明，考查了学生的探究能力和数学学习能力。这里题目中的新定义往往是属于数列或者函数相关的知识，同时也侧面证明了数列也是一种特殊的函数。而这种渗透了新概念、新定义、新公式的数学语言表达也满足了新高考对数学文化的相关考查要求，也必将成为今后高考重点关注的题型。

4. 对于数学文化的思考

那么为什么一定要让数学文化在高考试题中有所体现呢？

数学是研究数量关系和空间形式的一门科学。数学源于对现实世界的抽象，但学生要学习数学就不能从抽象的一面来进行学习，否则这种不符合学生生活经验和认知水平的知识，学生是没有办法消化并化为己用的。于是，在创设有利于学生接收到学习情境之时，数学文化的展示就发挥了重要的作用。《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》(以下简称《标准》)中就明确提到了要加强数学文化在课程教学中的体现，主要表现在课后拓展对数学家、数学史以及数学名著的相关介绍以及课后实践活动要求学生查阅相关资料来了解数学发展史等等。既然数学文化在《标准》中已经有了比较系统的体现，那么为了配合教材与大纲的改变，高考也必然会将这种数学文化的渗透融入其中，逐步构建起“教材 - 课程 - 试题”这样三位一体的数学文化教学融入过程，更能体现出数学的应用价值。

尽管如此，在命制高考试题时也不能为了融入数学文化而去刻意增加数学试题的历史背景，或者生

硬地引入一些数学家与题目联系在一起，而是要时刻记住数学文化归根到底是为了数学本身而服务的。要在体现试题的基础性、应用性和创新性这一主线的基础上，将与人类文化和生活实际息息相关的数学文化融入试题，培养学生的“四基四能”和“三会”，促进学生的全面发展[5]。通过这些试题的设置，可以引导教学以发展叙述数学学科核心素养为导向，激发学生的学习兴趣，引导学生感悟数学的价值，从而提高数学课程的教育质量，培养出更加优秀的数学人才。

基金项目

株洲市教育科学“十四五”规划 2021 年度课题“新课标背景下高中数学核心素养培养研究”(课题编号: ZJGH21-170)。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2020: 82.
- [2] 赵艳翡. 数学文化在高中数学教学中的应用探讨[J]. 学周刊, 2023(10): 133-135.
- [3] 郑强, 郑庆全. 论课程形态的数学文化及其教育价值的实现[J]. 数学教育学报, 2005, 14(1): 23-25, 41.
- [4] 王绚. 数学文化在数学高考题中的渗透研究[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 华中师范大学, 2014.
- [5] 祁平, 任子朝, 陈昂, 赵轩. 基于数学文化视角的命题研究[J]. 数学通报, 2018, 57(9): 19-24.