

# Recovery Correction to Images Corrupted by Impulse Noise

Jie Ni

The First High School of Changsha, Changsha Hunan  
Email: 2585295875@qq.com

Received: Feb. 1<sup>st</sup>, 2017; accepted: Feb. 20<sup>th</sup>, 2017; published: Feb. 23<sup>th</sup>, 2017

---

## Abstract

The total variation (TV) regularization term plus L1 norm, denoted by TV/L1 model, is widely used to the problem of image restoration where the observed images are corrupted by blur and impulse noise. However, TV/L1 model may produce a poor recovery solution, especially for high noise levels. In order to overcome the problem, we propose new modification of TVL1 (MTV/L1) which a linear correction term, constructed by an arc-tangent function, is added. Alternating direction method of multipliers (ADMM) is presented to solve the TV/L1 and MTV/L1 models. Numerical experiments verify that our proposed approach outperforms TV/L1 in terms of signal-to-noise ratio (SNR) values and visual quality, especially for high noise levels.

## Keywords

Impulse Noise, Image Recovery, Salt-and-Pepper Noise, TV/L1 Model, Alternating Direction Method of Multipliers

---

# 脉冲噪声图像的修正恢复方法

倪 洁

长沙市一中, 湖南 长沙  
Email: 2585295875@qq.com

收稿日期: 2017年2月1日; 录用日期: 2017年2月20日; 发布日期: 2017年2月23日

---

## 摘 要

对于脉冲噪声和模糊图像, 最常见的恢复方法是全变分加1范数, 即TV/L1模型。但是, 对于高噪声水平的情形, TVL1模型的恢复效果不太好。为解决上述问题, 本文提出一种新的模型, 即在TV/L1模型基础

上, 加上一个由反正切函数构造的线性的修正项。模型求解采用交替方向法。数值实验验证了本文所提出的新方法的有效性, 尤其对于高噪音情形, 去除脉冲噪音的效果明显优于TV/L1模型。

## 关键词

脉冲噪音, 图像恢复, 椒盐噪音, TV/L1模型, 交替方向法

Copyright © 2017 by author and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

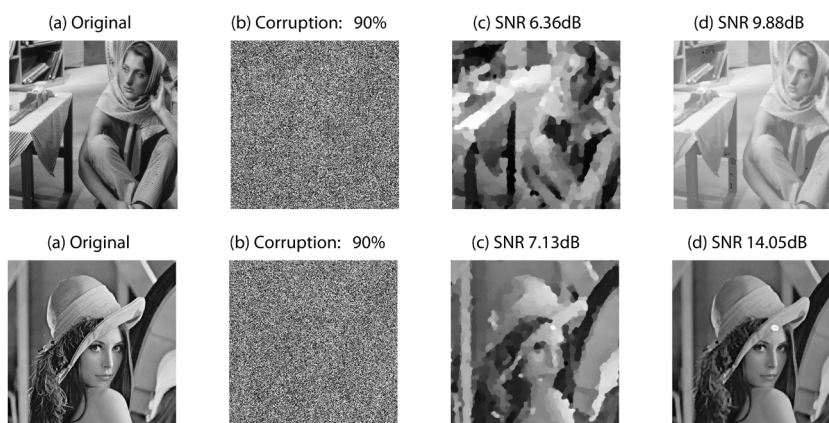


Open Access

## 1. 引言

图像去噪是图像处理的一个重要研究内容。图像在获取、传输和存储等过程中由于受到成像系统、存储介质以及环境因素的影响, 会产生噪音和模糊等问题, 从而导致图像质量下降。为改善图像质量, 图像去噪去模糊至关重要。脉冲噪音是很常见的一种图像噪音, 往往在图像的数据存储或信号传输中产生。脉冲噪音主要有椒盐噪音和随机值噪音。随机值噪音的去除比椒盐噪音的去除更加困难。

传统的中值滤波[1]能够较好的去除椒盐噪音, 但是对噪音高的情况去噪效果不理想。针对图像去噪, Rudin, Osher 和 Fatemi [2]提出的全变分(Total Variation, TV)正则化方法具有保留图像边沿性的优点, 普遍用于图像去噪。对于脉冲噪音的去噪, 普遍采用 TV/L1 模型, 即全变分 TV 项加 L1 范数项[3] [4]。TV/L1 模型不仅能有效去除脉冲噪音, 还具有保边沿性, 广泛应用于医学图像、计算机视觉等领域中[5] [6] [7] [8] [9]。然而, 普遍使用的 TV/L1 模型在某些情况下会面临挑战[10] [11], 特别是对于高噪音情况, 比如含 90%的椒盐噪音图像, 它只有 10%的像素点的数据是真实的, 其余部分像素点的数据全部被噪音污染而背离真实值, 当采用 TV/L1 模型进行去噪, 不论采用文献[5]的逼近算法还是文献[10]的交替方向算法, 所恢复的图像都很不清晰, 具体可见第 3 节数值仿真实验部分的图 1 的第三列。特别对于随机值噪音图像, 目前看到的去除随机值噪音的研究文献[8] [9]最高只到 60%的噪音水平。因此, 研究高噪音下的脉冲噪音图像的恢复具有重要的意义。



**Figure 1.** Recovery images corrupted by 90% level salt-and-pepper noise and average blurring. (a) original image, (b) corruption image, (c) recovery image by TV/L1, (d) recovery image by MTV/L1

**图 1.** 90%椒盐噪音的模糊图像的恢复图。(a) 原图, (b) 损坏的图像, (c) TV/L1 的恢复图, (d) MTV/L1 的恢复图

本文针对 TV/L1 模型提出一种新的修正模型,数值实验表明该方法能够有效提高图像的去噪音效果。

## 2. 修正模型和求解算法

脉冲噪音主要有椒盐噪音和随机值噪音。假设噪音水平为  $r(0 < r < 1)$ , 则图像  $u$  被椒盐噪音干扰后在位置  $k$  处的图像值为

$$f_i = \begin{cases} 0, & \text{概率 } r/2, \\ 255, & \text{概率 } r/2, \\ u_i, & \text{概率 } 1-r, \end{cases}$$

而图像  $u$  被随机值噪音干扰后在位置  $k$  处的图像值为

$$f_i = \begin{cases} d_k, & \text{概率 } r/2, \\ u_i, & \text{概率 } 1-r, \end{cases}$$

其中  $d_k$  为区间 $[0,255]$ 中均匀分布的数。

图像去脉冲噪音的 TV/L1 模型是经典的 ROF (Rudin、Osher 和 Fatemi)模型,即一种基于全变分模型的去噪方法: 给定带脉冲噪音图像的观察值  $f \in R^{n^2}$ , 寻找图像  $u \in R^{n^2}$  满足

$$\min_u \sum_{i=1}^{n^2} \|D_i u\| + \mu \|Ku - f\| \quad (1)$$

其中  $D_i u$  表示图像  $u$  在像素  $i$  处的水平方向和垂直方向的一阶有限差分,  $\|D_i u\|$  可以选取 1-范数和 2-范数, 如果图像是各向异性的, 则选择  $\|D_i u\|_1$ , 如果是各项同性, 则选择  $\|D_i u\|_2$ 。TV/L1 模型的优点是在去除噪音的同时很好地保留图像的边缘信息。但与此同时这种处理方法依然存在问题, 那就是对于高噪音的去除效果不太理想。

针对上面问题, 受文献[11]的启发, 本文提出 TV/L1 的修正模型 MTV/L1:

$$\min_u \sum_{i=1}^{n^2} \|D_i u\| + \mu \|Ku - f\| - g(\tilde{u})^T u \quad (2)$$

其中  $\tilde{u}$  是对原始图像的一个估计, 函数  $g(u) = (g_1(u), \dots, g_n(u))^T$  定义如下:

$$g_i(u) = 1 - \frac{4}{\pi} \operatorname{sgn}(u_i) \cdot \arctan\left(e^{-\frac{u_i}{a}}\right) \in [0, 1], i = 1, \dots, n. \quad (3)$$

其中  $a$  为参数, 一般取  $a \in [10^{-6}, 10^{-1}]$ ,  $\operatorname{sgn}(\cdot)$  为符号函数

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0. \end{cases}$$

修正模型 MTV/L1 中线性项的加入, 主要是对 TV/L1 模型 1 范数项的修正, 能够提高图像恢复的质量和精度。不同于文献[11]的校正项含两个参数, 本文的修正项(3)的构造, 采用反正切函数, 只含有一个参数  $a$ , 这使得该方法在实现时更方便于参数的调试, 而且去噪效果好。

TV/L1 模型的修正可以进行一步修正, 也可以进行多步修正, 初始的估计  $\tilde{u}$  一般选取 TV/L1 模型的解, 之后则选取修正模型 MTV/L1 的最新计算结果。

对于修正模型 MTV/L1, 可以采用交替方向法(Alternating direction method of multipliers, ADMM)进行求解。为讨论算法方便, 下面主要讨论各项同性的, 即全变分项采用 2-范数  $\|D_i u\|_2$ 。

令  $v = Ku - f$ ,  $w_i = D_i u$ ,  $i = 1, \dots, n^2$ , 则修正模型 MTV/L1 (2)可以改写成

$$\begin{aligned} \min_u \sum_{i=1}^{n^2} \|D_i u\|_2 + \mu (\|Ku - f\|_1 - g(\tilde{u})^T u) \\ \text{s.t. } v = Ku - f, \quad w_i = D_i u, \quad i = 1, \dots, n^2. \end{aligned} \quad (4)$$

其增广拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L(u, v, w, \lambda_1, \lambda_2) = \sum_{i=1}^{n^2} \|w_{i2}\| + \mu (\|v\|_1 - g(\tilde{u})^T u) \\ - \lambda_1^T [v - (Ku - f)] + \frac{\beta_1}{2} \|v - (Ku - f)\|_2^2 \\ - \lambda_2^T (w - Du) + \frac{\beta_2}{2} \sum_{i=1}^{n^2} \|w_i - D_i u\|_2^2. \end{aligned}$$

其中乘子  $\lambda_1 \in R^{n^2}, \lambda_2 \in R^{n^2}$ ，罚函数  $\beta_1, \beta_2 > 0$ 。把  $w$  和  $v$  看成一组变量， $u$  为另一组变量，则可采用 2-块的交替方向(ADMM) [8]求解。

#### 算法 1 (ADMM)

**步骤 0:** 输入  $f, K, \mu > 0, \beta_1 > 0, \beta_2 > 0, \gamma \in (0, 1.616)$ ，给定初值  $u^0 = f, \lambda_1^0 = 0, \lambda_2^0 = 0$ 。

**步骤 1:** 交替求解

$$\begin{aligned} w^{k+1} &= \arg \min_w L(u^k, v^k, w, \lambda_1^k, \lambda_2^k), \\ v^{k+1} &= \arg \min_v L(u^k, v, w^k, \lambda_1^k, \lambda_2^k), \\ u^{k+1} &= \arg \min_u L(u, v^{k+1}, w^{k+1}, \lambda_1^k, \lambda_2^k), \\ \lambda_1^{k+1} &= \lambda_1^k - \gamma \beta_1 [v^{k+1} - (Ku^{k+1} - f)], \\ \lambda_2^{k+1} &= \lambda_2^k - \gamma \beta_2 (w^{k+1} - Du^{k+1}). \end{aligned}$$

**步骤 2:** 如果终止条件满足，则输出结果，否则，转步骤 1。

### 3. 数值仿真实验

本节针对具有椒盐噪声的模糊图像的恢复问题进行数值仿真实验，TV/L1 模型以及其修正模型 MTV/L1 均采用 ADMM 算法进行求解。所有结果都是在 Core i5 的 CPU 及 4G 内存的 Windows 7 系统下的 ASUS 笔记本中运行 MATLAB R2012b 计算得出，算法的终止条件为：

$$\frac{\|u^{k+1} - u^k\|_2}{\|u^k\|_2} \leq \varepsilon,$$

这里  $\varepsilon$  为相对精度，本文取  $\varepsilon = 10^{-3}$ ，采用信噪比 signal-to-noise ratio (SNR)来衡量图像被恢复的质量：

$$SNR = 10 * \log_{10} \frac{\|\bar{u} - E(\bar{u})\|^2}{\|\bar{u} - u\|^2},$$

其中  $E(\bar{u})$  表示原图像的期望值，而  $u$  表示恢复后的图像。

图 1 中，第一列为原图，第 2 列为加入 90%水平椒盐噪声且加入平均模糊 9 (average blur 9)的图像，第三列是求解 TV/L1 得到的恢复的图像，第四列是求解 5 次修正模型 MTV/L1 得到的恢复图像。通过比较可以看出，采用修正模型 MTV/L1 的恢复效果不论是视觉效果还是信噪比 SNR 都明显优于 TV/L1 模型的恢复效果，尤其是第二行的 Lena 图像，MTV/L1 恢复的图像的 SNR 比 TV/L1 恢复的图像的 SNR 提高了 97%。这充分说明我们所提出的修正方法的有效性和优越性。

## 4. 总结

本文针对 TV/L1 模型的不足, 构造了一个线性的修正项加入到 TV/L1 模型中, 实现对 TV/L1 模型的修正, 其中修正的线性项依赖于图像的估计值。通过估计值, 不断地对解进行修正, 使得图像的质量得到提高。数值仿真试验表明我们的方法对于脉冲噪声, 特别是在高噪音水平时, 效果显著。

## 参考文献 (References)

- [1] 温海娇, 文杰, 王丽平, 贾帅. 一种新的 PCNN 自适应去噪算法[J]. 计算机仿真, 2015, 32(11): 338-342.
- [2] Fabijanska, A. and Sankowski, D. (2011) Noise Adaptive Switching Median-Based Filter for Impulse Noise Removal from Extremely Corrupted Images. *IET Image Processing*, **5**, 472-480. <https://doi.org/10.1049/iet-ipr.2009.0178>
- [3] Bar, L., Sochen, N. and Kiryati, N. (2007) Deblurring of Color Images Corrupted by Salt-And-Pepper Noise. *IEEE Transactions on Image Processing*, **70**, 1101-1111. <https://doi.org/10.1109/TIP.2007.891805>
- [4] Nikolova, M. (2004) A Variational Approach to Remove Outliers and Impulse Noise. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, **20**, 99-120. <https://doi.org/10.1023/B:JMIV.0000011920.58935.9c>
- [5] Rudin, L., Osher, S. and Fatemi, E. (1992) Nonlinear Total Variation Based Noise Removal Algorithms. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, **60**, 259-268. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(92\)90242-F](https://doi.org/10.1016/0167-2789(92)90242-F)
- [6] Chan, T. and Esedoglu, S. (2005) Aspects of Total Variation Regularized  $L^1$  Function Approximation. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, **65**, 1817-1837. <https://doi.org/10.1137/040604297>
- [7] Chen, F., Shen, L., Xu, Y. and Zeng, X. (2014) The Moreau Envelope Approach for the  $L^1$ /TV Image Denoising. *Inverse Problems and Imaging*, **8**, 53-77. <https://doi.org/10.3934/ipi.2014.8.53>
- [8] Ma, L., Yu, J. and Zeng, T. (2013) Sparse Representation Prior and Total Variation-Based Image Deblurring under Impulse Noise. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, **6**, 2258-2284. <https://doi.org/10.1137/120866452>
- [9] Yan, M. (2013) Restoration of Images Corrupted by Impulse Noise and Mixed Gaussian Impulse Noise Using Blind inpainting. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, **6**, 1227-1245. <https://doi.org/10.1137/12087178X>
- [10] Yang, J., Zhang, Y. and Yin, W. (2009) An Efficient TVL<sup>1</sup> Algorithm for Deblurring Multichannel Images Corrupted by Impulsive Noise. *SIAM Journal on Scientific Computing*, **31**, 2842-2865. <https://doi.org/10.1137/080732894>
- [11] Bai, M., Zhang, X. and Shao, Q. (2016) Adaptive Correction Procedure for TVL<sup>1</sup> Image Deblurring under Impulse Noise. *Inverse Problems*, **32**, Article ID: 085004. <https://doi.org/10.1088/0266-5611/32/8/085004>

### 期刊投稿者将享受如下服务:

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: [csa@hanspub.org](mailto:csa@hanspub.org)