

一种新型自适应变权累加优化的 AVW-DGM(1,1)模型

李 睿, 杨栎智

成都方昇科技有限公司, 四川 成都
Email: lirui@factseen.com

收稿日期: 2021年3月23日; 录用日期: 2021年4月18日; 发布日期: 2021年4月25日

摘 要

高等教育的发展是国家科技创新, 实现创新发展的源动力。针对经典DGM(1,1)模型的原始数据序列以常数1进行累加这一不足, 本文提出基于变权累加优化DGM(1,1)模型, 简称AVW-DGM(1,1)模型。以中国的研究生, 硕士研究生, 本专科生和本科生的招生人数为数值实例, 分别建立DGM(1,1)模型和AVW-DGM(1,1)模型进行模拟预测, 并用粒子群算法对AVW-DGM(1,1)模型的加权系数进行优化求解。结果表明, 在本文提供的四个数值实例中, AVW-DGM(1,1)模型均比经典的DGM(1,1)模型有更高的模拟和预测精度。由此可知, 通过粒子群算法实现原始数据序列自适应累加, 可以使得一阶累加序列更符合DGM(1,1)模型对数据特征的要求, 从而提高模拟和预测精度。

关键词

AVW-DGM(1,1)模型, 粒子群算法, 高等教育

A New AVW-DGM(1,1) Model of Adaptive Variable Weight Accumulation

Rui Li, Lizhi Yang

Chengdu Factseen Technology Co, Chengdu Sichuan
Email: lirui@factseen.com

Received: Mar. 23rd, 2021; accepted: Apr. 18th, 2021; published: Apr. 25th, 2021

Abstract

The development of higher education is the source power of national innovation in science and

technology. The original data sequence of the classical DGM(1,1) model is accumulated with the constant 1. Therefore, this paper proposes an optimization DGM(1,1) model based on variable weight accumulation. The DGM(1,1) model and AVW-DGM(1,1) model are established respectively to simulate and predict the enrollment of graduate students, master students, specialized subject of raw and undergraduates in China. Next, using PSO to optimize the weighting coefficient of the AVW-DGM(1,1) model. The four numerical examples provided show that the AVW-DGM(1,1) models all have higher simulation and prediction accuracy than the classical DGM(1,1) models in this paper. It can be seen that the adaptive accumulation of original data series through particle swarm optimization algorithm can make the first-order accumulation sequence more in line with the requirements of DGM(1,1) model for data characteristics, thus improving the accuracy of simulation and prediction.

Keywords

AVW-DGM(1,1), PSO, Higher Education

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

高等教育的发展,是国家人才竞争和科技竞争的集中体现,是实施创新驱动发展与建设创新型国家的核心要素。自1978年我国高等教育恢复高考招生与研究生教育招生以来,我国高等教育经历了一系列不平凡的发展,同时收获了诸多成就,为我国各方面的发展也做出了重大贡献。根据我国教育部数据显示,2020年我国本专科招生规模数量已达967.45万人,同时根据《2020年全国研究生招生调查报告》显示,2020年全国硕士研究生报名人数首次突破300万,达到341万人,增幅创下历史新高。面对我国高等教育快速发展的局势,科学合理地对未来高等教育招生规模做出预测,将进一步地有利于我国高等教育制度的制定及资源分配,同时为国家未来发展提供启示。

教育规模的变化对国家教育发展的影响是具有普遍意义的,因此国内外诸多学者对此进行了研究与探讨并提出了许多预测模型。如支持向量机[1][2][3]、神经网络[4][5]、时间序列分析[6][7][8]、灰色预测模型[9][10][11][12]。在这些预测模型中,灰色模型因其计算简单,所需样本数据少等优点而受到了广泛的关注。

灰色理论是由邓聚龙教授于1982年首次提出[13],它在处理“小样本”,“贫信息”问题中有着至关重要的作用。其中,灰色预测模型是组成灰色理论的核心部分。在预测模型中,GM(1,1)模型最为经典。目前,灰色预测模型及其改进模型已经广泛的应用在社会各个方面,如能源[14][15],农业[16],科技[17],环境[18]以及医疗[19]等。鉴于此,广大专家学者还在不断的改进优化它。如吴利丰[20]等人提出一种分数阶灰色预测模型,优化了灰色模型的一阶累加只能是整数这一缺陷。崔等人[21]提出了一种新的灰色预测模型,并应用于预测凹土的产量和CSI 300指数。魏等人[22][23]研究了含有多项式的GMP(1,1,N)模型。陈和禹[24]提出了一种用 $bt + c$ 来改进NGM(1,1,k,c)模型中的灰色作用量。接着,钱等人[25]提出了一个新的GM(1,1, α)模型,灰色动作量为 $bt\alpha + c$,并用它来预测地基沉降。近年来GM(1,N)模型及其推广模型也受到了广泛的关注。例如,Liu和Lin[26],Tien[27][28],Zeng等[29][30],Wang等[31],Ma[32][33]等人的研究。但上述模型在对原始数据进行一阶累加处理时,原始数据的权重系数都为常数1。针对

此问题, 部分学者[34] [35] [36] [37]通过建立不同的缓冲算子处理数据以提高模型的预测精度, 也有学者[38] [39]基于不同的数据变换技术使数据更加平滑, 效果也比较显著。

基于上述文献综述, 本文提出了一种自适应变权累加的离散灰色预测模型, 简记为 AVW-DGM(1,1)模型, 并应用中国高等教育中的研究生, 硕士研究生, 本专科生和本科生的招生人数为实例数据进行模拟预测。计算结果表明, AVW-DGM(1,1)模型优于经典的 DGM(1,1)模型。

2. 传统 DGM(1,1)模型

设 $X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$ 为非负原始序列。对于满足光滑条件序列, 可建立灰色微分方程。经过一阶累加, 生成 $X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n))$ 。称 $X^{(1)}$ 为 $X^{(0)}$ 的一阶累加生成序列(1-AGO)序列, 其中

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i) \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

设非负序列 $X^{(0)}$ 和一阶累加生成序列 $X^{(1)}$ 如上所述, 称

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \beta_1 \hat{x}^{(1)}(k) + \beta_2 \quad (2)$$

为 DGM(1,1)模型, 或称为 GM(1,1)模型的离散形式。[24]

若 $\hat{\beta} = [\beta_1, \beta_2]^T$ 为参数列, 且

$$\Theta_1 = \begin{bmatrix} x^{(1)}(2) \\ x^{(1)}(3) \\ \vdots \\ x^{(1)}(n) \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} x^{(1)}(1) & 1 \\ x^{(1)}(2) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x^{(1)}(n-1) & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

则离散灰色预测模型 $\hat{x}^{(1)}(k+1) = \beta_1 \hat{x}^{(1)}(k) + \beta_2$ 的最小二乘估计参数列 $\hat{\beta} = [\beta_1, \beta_2]^T$ 满足

$$\hat{\beta} = (B_1^T B_1)^{-1} B_1^T \Theta_1 \quad (4)$$

令 $\hat{x}^{(1)}(1) = x^{(0)}(1)$ 则递推函数为

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \beta_1^k \left(x^{(0)}(1) - \frac{\beta_2}{1-\beta_1} \right) + \frac{\beta_2}{1-\beta_1}, k=1, 2, \dots, n-1, \dots \quad (5)$$

还原值为

$$\begin{aligned} \hat{x}^{(0)}(k+1) &= \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) \\ &= (\beta_1 - 1) \left(x^{(0)}(1) - \frac{\beta_2}{1-\beta_1} \right) \beta_1^k, k=1, 2, \dots, n-1, \dots \end{aligned} \quad (6)$$

3. 自适应变权累加优化的 AVW-DGM(1,1)模型

3.1. 对原始数据序列的变换

由于一个发展的系统往往会受到外界环境变化的冲击扰动, 这就导致了描述该系统发展变化的某一特征数据序列存在波动性。在对此类数据进行灰色建模, 预测未来变化趋势时, 预测精度会受到很大的影响。常见的灰色预测模型有 GM(1,1)模型和 DGM(1,1)模型。这些传统的灰色预测模型在进行一阶累加生成一阶累加序列(1-AGO)时, 一般都是采用等权累加, 即每一个原始数据的权系数都为固定常数 1。这

种累加方式不能充分发掘原始数据序列潜在的信息, 以至于模型的预测效果不佳。本文基于此, 提出一种变权累加方式, 使用此种累加方法生成一次变权累加生成序列(1-AVWGO)。用此序列进行灰色建模时, 通过为每一个建模数据附加一个权系数, 调节数据序列的变化趋势, 以此来弱化原始数据的随机性, 进而提高模型的拟合和预测精度。

定义 1: 设原始观测数据序列为 $Y^{(0)} = (\gamma^{(0)}(1), \gamma^{(0)}(2), \dots, \gamma^{(0)}(n))$, 调节权系数为 $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n), \mu_k > 0, k = 1, 2, \dots, n$ 。对原始数据序列做线性加权变换处理, 得到加权后的新数据序列为 $\varphi^{(0)} = (\varphi^{(0)}(1), \varphi^{(0)}(2), \dots, \varphi^{(0)}(n))$, 其中

$$\varphi^{(0)}(k) = \mu_k \gamma^{(0)}(k), (k = 1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

3.2. 建立优化的 AWC-DGM(1,1)模型

设 $X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$ 为原始观测数据序列, $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n), \omega_k > 0, k = 1, 2, \dots, n$ 为权系数, 按照上式(*)对 $X^{(0)}$ 做线性加权变换处理, 得到 $Y^{(0)} = (y^{(0)}(1), y^{(0)}(2), \dots, y^{(0)}(n))$, 其中

$$y^{(0)}(i) = \omega_i x^{(0)}(i), (i = 1, 2, \dots, n) \quad (8)$$

对加权变换处理后的数据序列 $Y^{(0)}$ 进行一次累加, 得到加权一次累加序列 $Y^{(1)} = (y^{(1)}(1), y^{(1)}(2), \dots, y^{(1)}(n))$, 其中

$$y^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k \omega_i x^{(0)}(i), (k = 1, 2, \dots, n) \quad (9)$$

使用加权变换处理后的数据序列 $Y^{(1)}$ 建立如上所述的 DGM(1,1)模型

$$\hat{y}^{(1)}(k+1) = \alpha_1 \hat{y}^{(1)}(k) + \alpha_2 \quad (10)$$

设 $\hat{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2]^T$ 为参数列, 若

$$\Theta_2 = \begin{bmatrix} y^{(1)}(2) \\ y^{(1)}(3) \\ \vdots \\ y^{(1)}(n) \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} y^{(1)}(1) & 1 \\ y^{(1)}(2) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ y^{(1)}(n-1) & 1 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

则离散灰色预测模型 $\hat{y}^{(1)}(k+1) = \alpha_1 \hat{y}^{(1)}(k) + \alpha_2$ 的最小二乘估计参数列 $\hat{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2]^T$ 满足

$$\hat{\alpha} = (B_2^T B_2)^{-1} B_2^T \Theta_2 \quad (12)$$

令 $\hat{y}^{(1)}(1) = y^{(0)}(1)$ 则递推函数为

$$\hat{y}^{(1)}(k+1) = \alpha_1^k \left(y^{(0)}(1) - \frac{\alpha_2}{1-\alpha_1} \right) + \frac{\alpha_2}{1-\alpha_1}, k = 1, 2, \dots, n-1, \dots \quad (13)$$

累减后得到

$$\begin{aligned} \hat{y}^{(0)}(k+1) &= \hat{y}^{(1)}(k+1) - \hat{y}^{(1)}(k) \\ &= (\alpha_1 - 1) \left(y^{(0)}(1) - \frac{\alpha_2}{1-\alpha_1} \right) \alpha_1^k, k = 1, 2, \dots, n-1, \dots \end{aligned} \quad (14)$$

通过累减还原得到的 $\hat{y}^{(0)}(k)$, 可计算得到模型的预测值为

$$\begin{aligned}\hat{z}^{(0)}(k) &= \frac{1}{\omega_k} \hat{y}^{(0)}(k), k=1,2,\dots,n \\ \hat{z}^{(0)}(k) &= \hat{y}^{(0)}(k) = (\alpha_1 - 1) \left(y^{(0)}(1) - \frac{\alpha_2}{1 - \alpha_1} \right) \alpha_1^{k-1}, k = n+1, n+2, \dots.\end{aligned}\quad (15)$$

3.3. 最优加权系数的确定

为了检验模型的精度和确定加权变换后的 AVW-DGM(1,1)模型的权系数, 定义绝对百分比误差(APE)和平均绝对百分比误差(MAPE), 其具体表达式如下

$$\text{MAPE} = \frac{1}{m-l+1} \sum_{k=l}^m \left| \frac{z^{(0)}(k) - \hat{z}^{(0)}(k)}{z^{(0)}(k)} \right| \times 100\%, l \leq m \leq n, \quad (16)$$

$$\text{APE}(k) = \left| \frac{z^{(0)}(k) - \hat{z}^{(0)}(k)}{z^{(0)}(k)} \right| \times 100\%, k = 1, 2, \dots, n. \quad (17)$$

N 表示用于建模的样本数据个数。由上式可知, 当 $k=1, 2, \dots, N$ 时, $\text{APE}(k)$ 是拟合数据的绝对百分比误差; 当 $k=N+1, N+2, \dots, n$ 时, $\text{APE}(k)$ 为检验预测数据的绝对百分比误差; 当 $l=1, m=N$ 时, MAPE 表示拟合数据的平均绝对百分比误差; 当 $l=N+1, m=n$ 时, MAPE 表示检验预测数据的平均绝对百分比误差; 当 $l=1, m=n$ 时, MAPE 表示总体的平均绝对百分比误差。

从建模过程可知, AVW-DGM(1,1)模型中存在的未知参数为 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n), \omega_k > 0, k=1, 2, \dots, n$ 。当确定权系数 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n), \omega_k > 0, k=1, 2, \dots, n$ 后, 就可以通过最小二乘法求解出参数 $\hat{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2]^T$ 。因此, 根据误差最小原则, 选择 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n), \omega_k > 0, k=1, 2, \dots, n$ 作为优化 MAPE 的参数, 建立如下最小化数学优化模型

$$\begin{aligned}\min \text{MAPE}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) &= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left| \frac{z^{(0)}(k) - \hat{z}^{(0)}(k)}{z^{(0)}(k)} \right| \times 100\% \\ \text{s.t.} \left\{ \begin{array}{l} \hat{z}^{(0)}(k) = \frac{1}{\omega_k} \hat{y}^{(0)}(k), k=1, 2, \dots, n, \\ \hat{y}^{(1)}(1) = y^{(0)}(1), \omega_k > 0, k=1, 2, \dots, n, \\ \hat{y}^{(0)}(k+1) = \hat{y}^{(1)}(k+1) - \hat{y}^{(1)}(k) = (\alpha_1 - 1) \left(y^{(0)}(1) - \frac{\alpha_2}{1 - \alpha_1} \right) \alpha_1^k, \\ \quad k=1, 2, \dots, n-1, \\ \hat{y}^{(1)}(k+1) = \alpha_1^k \left(y^{(0)}(1) - \frac{\alpha_2}{1 - \alpha_1} \right) + \frac{\alpha_2}{1 - \alpha_1}, k=1, 2, \dots, n-1, \\ \hat{\alpha} = (B_2^T B_2)^{-1} B_2^T \Theta_2.\end{array} \right. \quad (18)\end{aligned}$$

考虑到等式(18)的复杂性, 求解最优的 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n), \omega_k > 0, k=1, 2, \dots, n$ 是很困难的。基于此, 本文使用粒子群优化算法来寻找最优的 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n), \omega_k > 0, k=1, 2, \dots, n$ 值。

粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法由 Kennedy 和 Eberhart 首次提出。该算法是在仿真鸟群社会活动的基础上, 通过模拟鸟群互相协同联合的行为而提出的一种基于群体智能的全局随机搜索算法。粒子群算法首先在解空间中随机初始化粒子群, 并初始化速度和位置。解空间的维数由待优化问题的变量数所决定。粒子在搜索空间中的每一个位置都是待优化问题的一个解, 并且每一个粒子都被赋予速度, 决定着粒子的飞行距离和方向, 以使得粒子能够飞向解空间并降落在最优解处。粒子群中的

每一个粒子都由一个适应度函数来确定适应度值以确定当前位置的优劣, 同时被赋予记忆功能的粒子记录当前搜索到的最优位置。通过迭代寻优, 群体中的每一个粒子都跟踪记录着两个极值情况, 其中个体极值用 $pbest$ 记录, 群体极值用 $gbest$ 记录, 并根据这两个记录来更新粒子在解空间中的位置和飞行速度。然后粒子群就追随当前的最优粒子在解空间中继续搜索。下面具体展示算法的步骤。

Step1: 初始化种群粒子个数 M , 粒子维数 Dim , 最大迭代次数 k_{max} , 学习因子 l_1, l_2 , 惯性权重最大值 w_{max} , w_{min} ;

Step2: 初始化种群粒子最大位置 x_{max} , 最小位置 x_{min} , 最大速度 v_{max} , 最小速度 v_{min} , 粒子个体最优位置 p 和最优值 $pbest$ 以及粒子群全局最优位置 g 和最优值 $gbest$;

Step3: 计算粒子群中的每一个粒子的适应度值 $MAPE(k)$;

Step4: 将每个粒子适应度值 $MAPE(k)$ 分别与个体极值 $pbest(k)$ 和粒子群全局最优值 $gbest$ 比较。如果 $MAPE(k) < pbest(k)$, 则用 $MAPE(k)$ 替换掉 $pbest(k)$ 并替换粒子个体最优位置 p 。如果 $MAPE(k) < gbest$, 则用 $MAPE(k)$ 替换掉 $gbest$ 并替换粒子群全局最优位置 g ;

Step5: 按以下公式计算动态惯性权重 w ;

$$w = w_{max} - k(w_{max} - w_{min})/k_{max}.$$

Step6: 按以下迭代公式更新速度值 v 和位置 x 并进行边界条件处理;

$$\begin{aligned} v_{ij}(k+1) &= w \times v_{ij}(k) + c_1 \times r_1(k) \times (p_{ij}(k) - x_{ij}(k)) \\ &\quad + c_2 \times r_2(k) \times (p_{gi}(k) - x_{ij}(k)), \\ x_{ij}(k+1) &= x_{ij}(k) + v_{ij}(k+1). \end{aligned}$$

Step7: 判断算法终止条件是否满足: 若是, 则结束算法并输出优化结果: 否则返回 Step3。

相比经典的 DGM(1,1)模型, 本文提出的 AVC-DGM(1,1)模型, 即自适应权重累加 DGM(1,1)模型, 在结合了 PSO 算法后, 优化了经典 DGM(1,1)模型以固定权重进行一阶累加处理的过程, 实现了加权系数的自适应变化。与固定权重累加原始数据序列相比, 以自适应权重累加原始数据序列更能挖掘原始数据序列的潜在内部信息。并且在使用自适应权重累加原始数据序列后, 更能使得一阶累加生成序列符合 DGM(1,1)模型对数据的特征要求。

4. AVW-DGM(1,1)模型的应用

这部分将展示在实际数据下, 自适应加权优化后的 AVW-DGM(1,1)模型的准确性。将建模结果与经典的 DGM(1,1)模型进行对比分析。其中, AVW-DGM(1,1)模型的加权系数 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n), \omega_k > 0, k = 1, 2, \dots, n$ 由 PSO 来确定。

文章使用来自中国统计年鉴 2005~2016 年的中国高等教育实际招生人数作为实例数据, 以此来说明 AVW-DGM(1,1)模型的优越性。原始数据如表 1 所示。

Table 1. Number of years of actual enrollment of higher education in China

表 1. 2005~2016 年的中国高等教育实际招生人数

年份	研究生	硕士	本专科	本科
2005	36.4831	31.0037	504.5	236.3647
2006	39.7925	34.197	546.1	253.0854
2007	41.8612	36.059	565.9	282.0971
2008	44.6422	38.6658	607.7	297.0601

Continued

2009	51.0953	44.9042	639.5	326.1081
2010	53.8177	47.4415	661.8	351.2563
2011	56.0168	49.4609	681.5	356.6411
2012	58.9673	52.1303	688.8	374.0574
2013	61.1381	54.0919	699.8	381.4331
2014	62.1323	54.8689	721.4	383.4152
2015	64.5055	57.0639	737.8	389.4184
2016	66.7064	58.9812	748.6	405.4007

4.1. 中国研究生招生人数

此小节结合粒子群优化算法和中国统计年鉴提供的真实数据, 通过建立 DGM(1,1)模型和 AVW-DGM(1,1)模型, 对中国的研究生招生人数进行了研究。最终的计算结果和加权系数(均保留四位小数)在表 2, 表 3 和图 1, 图 2 中给出。从表 2 可知, AVW-DGM(1,1)模型在进行累加时, 原始数据的权重并不是都为常数 1, 而是根据原始数据序列自身变化的特征, 赋予相应的最优权系数。从表 3 和图 1 可以看出, 两种灰色模型均体现出了中国研究生招生人数的变化趋势。从表 3 可以看出, DGM(1,1)模型的模拟 MAPE, 检验数据的 MAPE 和总的 MAPE 分别为 1.6791%, 13.7769% 和 6.7199%, 而 AVW-DGM(1,1) 分别为 $3.53 \times 10^{-13}\%$, 0.3485% 和 0.1452%。这些结果表明, 在中国的研究生招生人数中, AVW-DGM(1,1)模型比 DGM(1,1)模型更能准确预测其变化趋势。

Table 2. Weighted coefficients of the two models

表 2. 两种模型的加权系数

模型	权系数
DGM(1,1)	(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)
AVW-DGM(1,1)	(1.0000, 1.2376, 1.2123, 1.1714, 1.0547, 1.0318, 1.0215)

Table 3. Calculation results and errors of the two models

表 3. 两种模型的计算结果以及误差

年份	真实值	DGM(1,1)	APE (%)	AVW-DGM(1,1)
2005	36.4831	36.4831	0.0000	36.4831
2006	39.7925	39.5405	0.6333	39.7925
2007	41.8612	42.5517	1.6494	41.8612
2008	44.6422	45.7921	2.5758	44.6422
2009	51.0953	49.2793	3.5541	51.0953
2010	53.8177	53.0321	1.4597	53.8177
2011	56.0168	57.0707	1.8814	56.0168
2012	58.9673	61.4168	4.1540	58.9673
2013	61.1381	66.0939	8.1059	60.7646
2014	62.1323	71.1271	14.4769	62.6168
2015	64.5055	76.5437	18.6623	64.5253
2016	66.7064	82.3728	23.4856	66.4921

Continued

simulation MAPE	1.6791	3.53×10^{-13}
forecast MAPE	13.7769	0.3485
overall MAPE	6.7199	0.1452

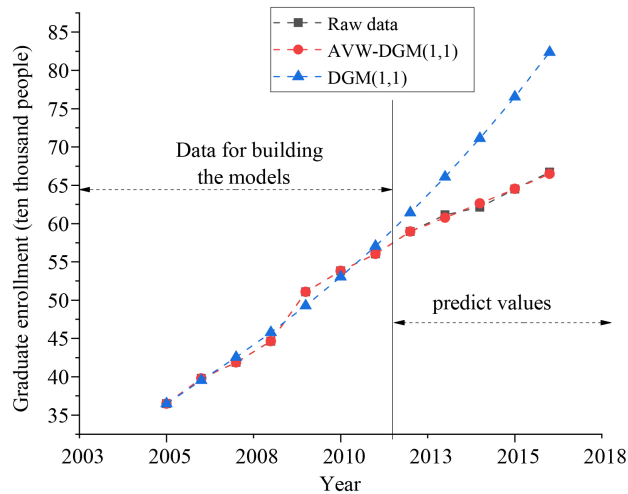


Figure 1. Comparison of simulation and prediction of DGM(1,1) and AVW-DGM(1,1) models in graduate enrollment

图 1. 曲线 DGM(1,1)和 AVW-DGM(1,1)模型在研究生招生人数中的模拟与预测对比

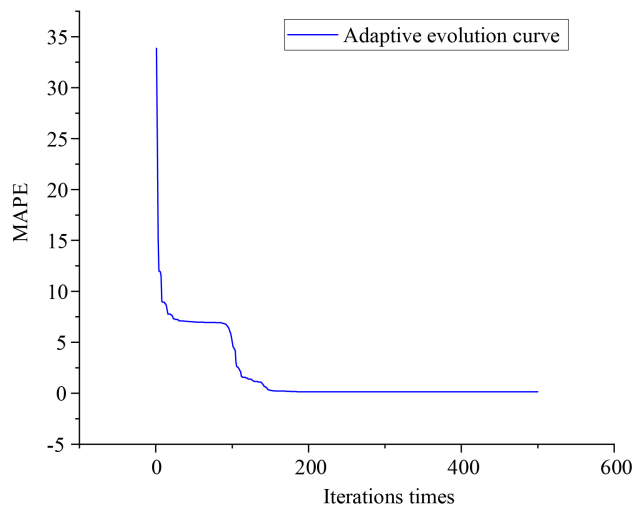


Figure 2. Adaptability evolution curve of PSO algorithm

图 2. PSO 算法适应度进化曲线

4.2. 中国硕士研究生招生人数

与上一节类似, 通过建立 DGM(1,1)模型和 AVW-DGM(1,1)模型, 并使用粒子群算法对 AVW-DGM(1,1)模型的参数进行求解。得到的最终计算结果和加权系数(均保留四位小数)在表 4, 表 5 和图 3, 图 4 中给出。表 4 也表明, AVW-DGM(1,1)模型的权系数也不是全为常数 1。从图 3 可以看出, 相比 DGM(1,1)模型, AVW-DGM(1,1)模型更能较为准确的预测中国硕士研究生招生人数的变化趋势。从表

5 和可以看出, DGM(1,1)的模拟 MAPE, 检验数据的 MAPE 和总的 MAPE 分别为 1.9163%, 16.0442% 和 7.8029%, 而 AVW-DGM(1,1)分别为 $4.31 \times 10^{-11}\%$, 0.3764% 和 0.1568%。

Table 4. Weighted coefficients of the two models

表 4. 两种模型的加权系数

模型	权系数
DGM(1,1)	(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)
AVW-DGM(1,1)	(1.0000, 1.2682, 1.2402, 1.1926, 1.0589, 1.0335, 1.0221)

Table 5. Calculation results and errors of the two models

表 5. 两种模型的计算结果以及误差

年份	真实值	DGM(1,1)	APE (%)	AVW-DGM(1,1)
2005	31.0037	31.0037	0.0000	31.0037
2006	34.1970	33.9552	0.7070	34.1970
2007	36.0590	36.7624	1.9507	36.0590
2008	38.6658	39.8017	2.9377	38.6658
2009	44.9042	43.0922	4.0353	44.9042
2010	47.4415	46.6548	1.6583	47.4415
2011	49.4609	50.5119	2.1248	49.4609
2012	52.1303	54.6878	4.9061	52.1303
2013	54.0919	59.2091	9.4601	53.7540
2014	54.8689	64.1041	16.8313	55.4282
2015	57.0639	69.4037	21.6246	57.1546
2016	58.9812	75.1416	27.3992	58.9347
simulation MAPE	1.9163			4.31×10^{-11}
forecast MAPE	16.0442			0.3764
overall MAPE	7.8029			0.1568

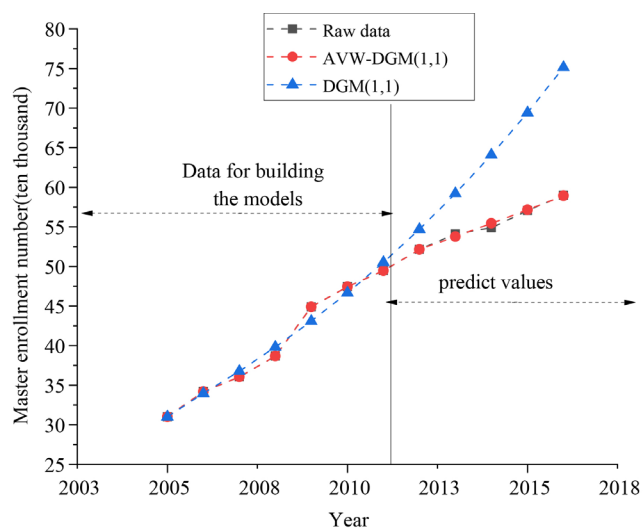


Figure 3. Comparison of simulation and prediction of DGM(1,1) and AVW-DGM(1,1) models in master enrollment

图 3. DGM(1,1)和 AVW-DGM(1,1)模型在硕士招生人数中的模拟与预测对比

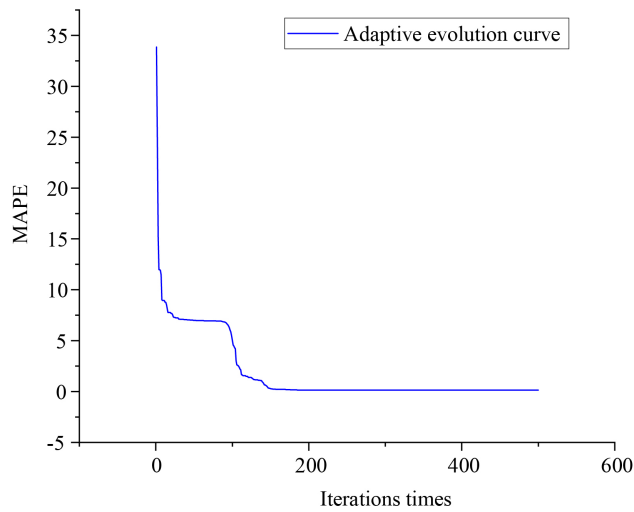


Figure 4. Adaptability evolution curve of PSO algorithm
图 4. PSO 算法适应度进化曲线

4.3. 中国本专科生招生人数

同样的, 使用 DGM(1,1)模型和 AVW-DGM(1,1)模型对中国的本专科招生人数进行建模预测, AVW-DGM(1,1)模型的参数使用粒子群算法进行优化求解。两个模型的最终计算结果(均保留四位小数)在表 6, 表 7 和图 5, 图 6 中给出。表 6 显示, AVW-DGM(1,1)模型的权系数是随着原始数据变化而变化的, 并不是一个固定的常数。从图 5 可以看出, 在对中国本专科招生人数进行建模预测时, AVW-DGM(1,1)模型比 DGM(1,1)模型的拟合精度以及预测精度都要高。在表 5 中, DGM(1,1)的模拟 MAPE, 检验数据的 MAPE 和总的 MAPE 分别为 1.9163%, 16.0442% 和 7.8029%, 而 AVW-DGM(1, 1)分别为 $5.41 \times 10^{-13}\%$, 0.3764% 和 0.1568%。

Table 6. Weighted coefficients of the two models
表 6. 两种模型的加权系数

模型	权系数
DGM(1,1)	(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)
AVW-DGM(1,1)	(1.0000, 1.1006, 1.0865, 1.0350, 1.0062, 0.9946, 0.9880)

Table 7. Calculation results and errors of the two models
表 7. 两种模型的计算结果以及误差

年份	真实值	DGM(1,1)	APE (%)	AVW-DGM(1,1)
2005	504.5	504.5	0.0000	504.5
2006	546.1	548.6084	0.4593	546.1
2007	565.9	574.3444	1.4922	565.9
2008	607.7	601.2876	1.0552	607.7
2009	639.5	629.4948	1.5645	639.5
2010	661.8	659.0253	0.4193	661.8
2011	681.5	689.9411	1.2386	681.5

Continued

2012	688.8	722.3071	4.8646	688.8
2013	699.8	756.1915	8.0582	704.6215
2014	721.4	791.6655	9.7402	720.8065
2015	737.8	828.8036	12.3345	737.3632
2016	748.6	867.6839	15.9075	754.3002
simulation MAPE		0.8899		5.41×10^{-13}
forecast MAPE		10.181		0.3184
overall MAPE		4.7612		0.1327

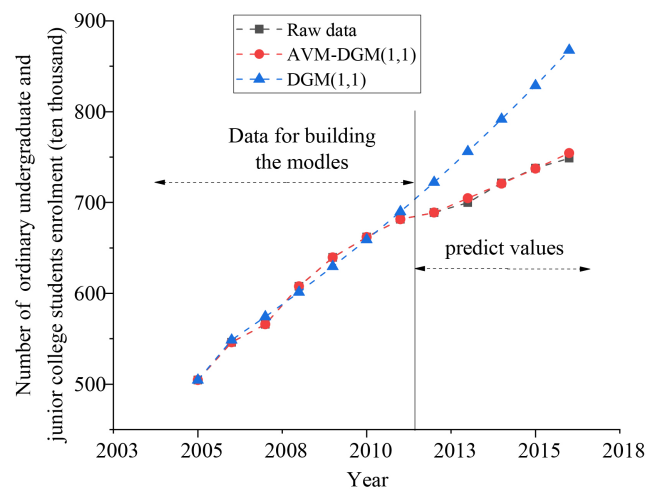


Figure 5. Comparison of simulation and prediction of DGM(1,1) and AVW-DGM(1,1) models in undergraduate and junior college enrollment

图 5. DGM(1,1)和 AVW-DGM(1,1)模型在本专科招生人数中的模拟与预测对比

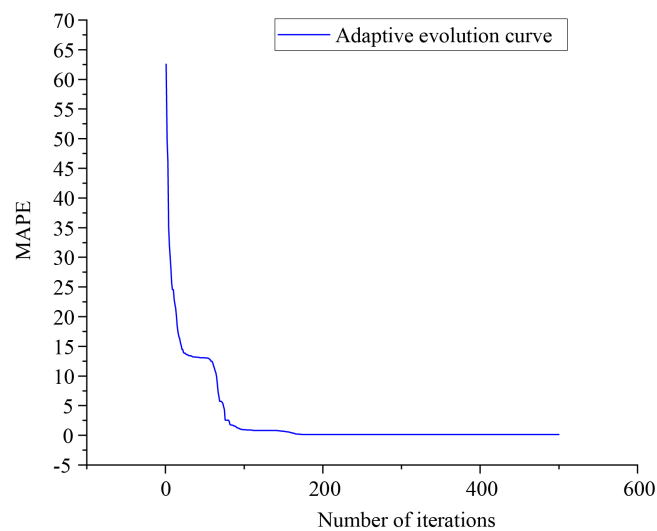


Figure 6. Adaptability evolution curve of PSO algorithm

图 6. PSO 算法适应度进化曲线

4.4. 中国本科生招生人数

这一节中, 我们通过灰色理论来对中国的本科招生人数进行研究。通过建立 DGM(1,1)模型并和 AVW-DGM(1,1)模型进行对比分析。同样的, 用粒子群算法对 AVW-DGM(1,1)模型的参数进行优化。两个模型的最终计算结果(均保留四位小数)在表 8, 表 9 和图 7, 图 8 中给出。在表 8 对比了 DGM(1,1)模型和 AVW-DGM(1,1)模型的一阶累加生序列的权系数。结果显示, AVW-DGM(1,1)模型的权系数也是一个随原始数据序列变化而变化的序列, 并不是一个固定的常数。在表 9 中, DGM(1,1)的模拟 MAPE, 检验数据的 MAPE 和总的 MAPE 分别为 1.9163%, 16.0442%和 7.8029%, 而 AVW-DGM(1,1)分别为 0.0028%, 0.3764%和 0.1568%。从图 7 可以看出, AVW-DGM(1,1)模型的拟合精度以及预测精度比 DGM(1,1)模型都要高。

Table 8. Weighted coefficients of the two models

表 8. 两种模型的加权系数

模型	权系数
DGM(1,1)	(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)
AVW-DGM(1,1)	(1.0000, 1.3147, 1.2029, 1.1648, 1.0819, 1.0242, 1.0285)

Table 9. Calculation results and errors of the two models

表 9. 两种模型的计算结果以及误差

年份	真实值	DGM(1,1)	APE (%)	AVW-DGM(1,1)
2005	236.3647	236.3647	0.0000	236.3647
2006	253.0854	260.4513	2.9104	253.0854
2007	282.0971	278.8862	1.1382	282.0834
2008	297.0601	298.6259	0.5271	297.0289
2009	326.1081	319.7628	1.9458	326.1081
2010	351.2563	342.3959	2.5225	351.2563
2011	356.6411	366.6308	2.8011	356.6553
2012	374.0574	392.5812	4.9521	374.0574
2013	381.4331	420.3683	10.2076	381.4232
2014	383.4152	450.1223	17.3981	388.9340
2015	389.4184	481.9822	23.7698	396.5927
2016	405.4007	516.0972	27.3055	404.4023
simulation MAPE	1.6922			0.0028
forecast MAPE	16.7266			0.7061
overall MAPE	7.9565			0.2958

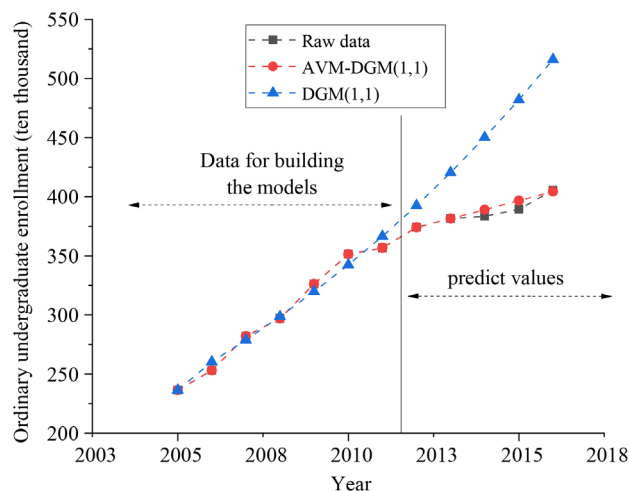


Figure 7. Comparison of simulation and prediction of DGM(1,1) and AVW-DGM(1,1) models in undergraduate enrolment

图 7. DGM(1,1)和 AVW-DGM(1,1)模型在本科招生人数中的模拟与预测对比

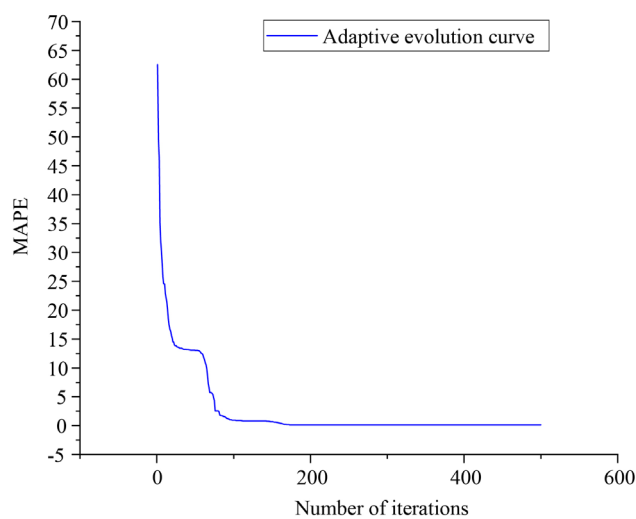


Figure 8. Adaptability evolution curve of PSO algorithm

图 8. PSO 算法适应度进化曲线

5. AVW-DGM(1,1)模型的应用结论

本文通过加权改变经典 DGM(1,1)模型的一次累加序列,借助粒子群优化算法对加权系数进行优化求解,得到最优权系数,并提出了 AVW-DGM(1,1)模型。结果显示,在进行一阶累加时,对原始数据赋予一个合适的权重,然后再进行一阶累加,可以改变原始数据序列的变化特征。通过最优权系数作用后的序列,其所具有的数据变化特征更符合 DGM(1,1)模型对数据的要求,让参数的求解变得更加地准确,从而使得 DGM(1,1)模型的模拟和预测精度得到有效提高。根据本文提供的四个数值实例结果可以知道,该优化模型能有效地提高 DGM(1,1)模型的预测精度,并具有一定的理论意义与应用价值。

参考文献

- [1] 陈顺立. 研究生招生规模建模与预测[J]. 计算机仿真, 2012, 29(2): 396-399.

- [2] 张梦, 焦合军. 基于最小二乘支持向量机的普通高校招生人数预测研究[J]. 郑州航空工业管理学院学报, 2008(1): 142-144.
- [3] Aksenova, S.S., Zhang, D. and Lu, M. (2006) Enrollment Prediction through Data Mining. 2016 *IEEE International Conference on Information Reuse & Integration*, Waikoloa, 16-18 September 2006, 510-515.
- [4] 李红霞, 李传威. 神经网络模型在研究生招生数量预测中的应用[J]. 数学的实践与认识, 2009, 39(12): 27-33.
- [5] Xu, J., Yang, Y. and Zhang, R. (2015) Graduate Enrollment Prediction by an Error Back Propagation Algorithm Based on the Multi-Experiential Particle Swarm Optimization. 2015 *11th International Conference on Natural Computation (ICNC)*, Zhangjiajie, 15-17 August 2015, 1159-1164. <https://doi.org/10.1109/ICNC.2015.7378155>
- [6] 孙梦洁, 陈宝峰, 温春卉, 任金政. 基于 ARIMA 模型的研究生招生规模建模与预测[J]. 统计与决策, 2010(12): 60-62.
- [7] Lee, M.H., Efendi, R. and Ismail, Z. (2009) Modified Weighted for Enrollment Forecasting Based on Fuzzy Time Series. *Matematika*, **25**, 67-78.
- [8] Sah, M. and Konstantin, Y. (2005) Forecasting Enrollment Model Based on First-Order Fuzzy Time Series. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, **1**, 375-378.
- [9] 王丹. 灰色理论在招生系统中的应用[J]. 科技情报开发与经济, 2008(13): 183-184.
- [10] 杨帆, 吴业军. 基于 GM(1,1)模型的某高校招生人数预测[J]. 长春大学学报, 2008, 18(2): 29-30.
- [11] 高一峰. 灰色系统理论在普通高校招生管理系统中的应用与研究[D]: [硕士学位论文]. 阜新: 辽宁工程技术大学, 2005.
- [12] 杨云川, 王新颖, 张旭波. 引入修正因子的研究生招生等维新息预测模型[J]. 辽宁科技大学学报, 2010, 33(3): 285-288.
- [13] Deng, J. (1982) Control Problems of Grey Systems. *Systems & Control Letters*, **1**, 288-294. [https://doi.org/10.1016/S0167-6911\(82\)80025-X](https://doi.org/10.1016/S0167-6911(82)80025-X)
- [14] Zeng, B., Tan, Y., Xu, H., Quan, J., Wang, L. and Zhou, X. (2018) Forecasting the Electricity Consumption of Commercial Sector in Hong Kong Using a Novel Grey Dynamic Prediction Model. *Journal of Grey System*, **30**, 157-172.
- [15] Ding, S., Hipel, K.W. and Dang, Y. (2018) Forecasting China's Electricity Consumption Using a New Grey Prediction Model. *Energy*, **149**, 314-328. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2018.01.169>
- [16] Ou, S.-L. (2012) Forecasting Agricultural Output with an Improved Grey Forecasting Model Based on the Genetic Algorithm. *Computers and Electronics in Agriculture*, **85**, 33-39. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2012.03.007>
- [17] Javed, S.A. and Liu, S. (2018) Predicting the Research Output/Growth of Selected Countries: Application of Even GM(1,1) and NDGM Models. *Scientometrics*, **115**, 395-413. <https://doi.org/10.1007/s11192-017-2586-5>
- [18] 戴华炜, 陈小旋, 孙晓通. 基于 GM(1,1)模型群的深圳市大气污染物灰色预测[J]. 数学的实践与认识, 2014, 44(1): 131-136.
- [19] 张帆, 孙涛, 樊立华. GM(1,1)模型在社会医疗保险统筹基金预测中的应用[J]. 中国卫生资源, 2009, 12(6): 269-270+283.
- [20] 吴利丰. 分数阶灰色预测模型及其应用研究[D]: [博士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学, 2015.
- [21] Cui, J., Liu, S., Zeng, B. and Xie, N. (2013) A Novel Grey Forecasting Model and Its Optimization. *Applied Mathematical Modelling*, **37**, 4399-4406. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2012.09.052>
- [22] Luo, D. and Wei, B. (2017) Grey Forecasting Model with Polynomial Term and Its Optimization. *Journal of Grey Systems*, **29**, 58-69.
- [23] Wei, B., Xie, N. and Hu, A. (2018) Optimal Solution for Novel Grey Polynomial Prediction Model. *Applied Mathematical Modelling*, **62**, 717-727. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.06.035>
- [24] Chen, P. and Yu, H. (2014) Foundation Settlement Prediction Based on a Novel NGM Model. *Mathematical Problems in Engineering*, **2014**, Article ID: 242809. <https://doi.org/10.1155/2014/242809>
- [25] Qian, W., Dang, Y. and Liu, S. (2012) Grey GM(1,1, α) Model with Time Power and Its Application. *Systems Engineering-Theory & Practice*, **32**, 2247-2252.
- [26] Liu, S. and Lin, Y. (2011) *Grey Systems: Theory and Applications*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg.
- [27] Tien, T.-L. (2005) The Indirect Measurement of Tensile Strength of Material by the Grey Prediction Model GMC(1, n). *Measurement Science & Technology*, **16**, 1322-1328. <https://doi.org/10.1088/0957-0233/16/6/013>
- [28] Tien, T.-L. (2012) A Research on the Grey Prediction Model GM(1,n). *Applied Mathematical Modelling*, **218**, 4903-4916. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2011.10.055>

-
- [29] Zeng, B. and Liu, S. (2017) A Self-Adaptive Intelligence Gray Prediction Model with the Optimal Fractional Order Accumulating Operator and Its Application. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, **23**, 1-15.
- [30] Zeng, B. and Chuan, L. (2018) Improved Multi-Variable Grey Forecasting Model with a Dynamic Background-Value Coefficient and Its Application. *Computers & Industrial Engineering*, **118**, 278-290.
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.02.042>
- [31] Wang, Z. (2015) A Predictive Analysis of Clean Energy Consumption, Economic Growth and Environmental Regulation in China Using an Optimized Grey Dynamic Model. *Computational Economics*, **46**, 436-453.
<https://doi.org/10.1007/s10614-015-9488-5>
- [32] Ma, X. and Liu, Z. (2017) The GMC(1, n) Model with Optimized Parameters and Its Applications. *Journal of Grey System*, **29**, 122-139.
- [33] Ma, X. (2019) A Brief Introduction to the Grey Machine Learning. *Journal of Grey System*, **31**, 1-12.
- [34] 谢乃明, 刘思峰. 离散 GM(1,1)模型与灰色预测模型建模机理[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(1): 93-99.
- [35] 尹春华, 顾培亮. 基于灰色序列生成中缓冲算子的能源预测[J]. 系统工程学报, 2003, 18(2): 189-192.
- [36] 韩然. 一种新弱化缓冲算子的构造[J]. 中国传媒大学学报(自然科学版), 2018, 25(4): 27-31.
- [37] 崔杰, 党耀国, 刘思峰. 基于新弱化算子的 GM(1,1)建模精度分析[J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(7): 132-138.
- [38] 戴文战, 熊伟, 杨爱萍. 基于函数 $\cot(x^a)$ 变换及背景值优化的灰色建模[J]. 浙江大学学报(工学版), 2010, 44(7): 1368-1372.
- [39] Wei, Y. and Zhang, Y. (2007) A Criterion for Comparing the Function Transformations to Raise Smooth Degree in Grey Modeling Data. *Journal of Grey System*, **19**, 91-98.