

# Research about Structural Vibration Mitigation Efficiency for Instantaneous AMD Controlling Systems

Bingda Huang, Teng Fu, Nan Ge

Architectural Engineering Institute, North China University of Science and Technology, Tangshan Hebei  
Email: [huangbingda@foxmail.com](mailto:huangbingda@foxmail.com)

Received: Mar. 14<sup>th</sup>, 2020; accepted: Apr. 13<sup>th</sup>, 2020; published: Apr. 20<sup>th</sup>, 2020

---

## Abstract

To evaluate the damping effect of instantaneous optimal AMD control, a theoretical analysis model about instantaneous optimal active control of a 20-storey structure with AMD system was presented, and it was solved with software prepared with Matlab language. Results show that an instantaneous control algorithm could exhibit more notable vibration mitigation efficiency. It is recognized that expecting vibration mitigation efficiency could be reached with an optimized combination of  $Q$  and  $R$  values, the weight ratios of state variables and controlling force vectors respectively. When  $Q = 1e8$  and  $R = 0.1$ , the controlling force on top storey could reach 7.9% of storey gravity load. The same seismic mitigation efficiency and time history of dynamic response could be exhibited both from the two types of control algorithm. While the efficiency for LQR algorithm will not be affected by sample time step, the instantaneous optimizing algorithm will do. Moreover, effect from time delay of outer distribution will make dynamic responses amplified.

## Keywords

State Variables, Instantaneous Algorithm, Time Delay, Inter-Storey Drift, Runge-Kutta Method

---

# 结构瞬时AMD最优控制减震效果 计算研究

黄炳达, 富腾, 葛楠

华北理工大学建筑工程学院, 河北 唐山  
Email: [huangbingda@foxmail.com](mailto:huangbingda@foxmail.com)

收稿日期：2020年3月14日；录用日期：2020年4月13日；发布日期：2020年4月20日

## 摘要

为评价瞬时最优AMD控制减震效果，建立了一栋20层结构瞬时AMD最优主动控制的理论分析模型，并利用Matlab语言编制了求解软件。计算结果表明：瞬时主动AMD控制具有明显的减振效果。可以通过调整权重参数 $Q$ 、 $R$ 达到目标减振效果。顶层控制力最大，当 $Q = 1e8$ 、 $R = 0.1$ 时减振效果较好，顶层控制力幅值为楼面重力荷载7.9%。瞬时最优控制及LQR控制可达到同样效果，动力反应时程几乎相同。LQR控制效果不受采样步长影响，瞬时控制效果受采样步长影响。瞬时最优控制效果受外扰力滞后效应的影响，动力反应有所放大。

## 关键词

状态变量，瞬时最优控制，滞后，层间位移，龙格-库塔方法

Copyright © 2020 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

主动控制 AMD [1]一般是利用液压作动器向被控结构施加反作用力，减轻结构的地震动力反应，液压作动器一端连接到结构，另一端连接到质量块或另一个结构形成相互作用的结构[2]。最优控制是为兼顾响应与控制两方面相互矛盾的要求而使其性能指标达到最优的一种控制。确定性的 Ricatii 开环[3]或开-闭环[3]最优控制中，需要预先知道下一步的荷载，而这通常是不可能的，而 Ricatii 闭环[3]最优控制中没有考虑外扰力的影响，因此也不能实现真正的最优控制。当系统存在随机内扰与外扰时，这种最优控制称为随机最优控制。对于高阶系统，确定最优控制是很复杂的，难以用解析的形式来表示。而具有二次型性能指标的线性系统的最优反馈控制律则能用解析的形式来表示，计算也相对简单，因而在现代控制理论中占有很重要的地位。瞬时最优控制不需预知外扰力，只与 $t$ 时刻的外扰力 $d(t)$ 与前一时刻 $(t - \Delta t)$ 的状态量、控制力与外扰力有关，不需要求解 Riccati 方程。1987年，J. N. Yang 首次提出了瞬时最优控制算法[4]；1998年谭平，阎维明，周福霖提出了主动变刚度(AVS)控制系统的瞬时最优控制算法[5]；2003年杨飏，欧进萍研究了瞬时最优算法中时间间隔和权矩阵对结构控制反应的影响[6]；2011年杨飏，寇捷推导出瞬时最优控制算法的能量平衡等式，进行基于能量法的瞬时最优控制算法的参数分析[7]；2015年童少伟基于瞬时最优化控制推导了近似离散瞬时最优化控制算法[8]；2016年童少伟，唐怀平基于改进遗传算法，对近似离散瞬时最优主动控制器位置优化进行了讨论[9]；2017年李雪平，余超等针对受到非平稳地震激励作用下的连体结构提出一种基于时域显式法的瞬时最优控制算法[10]；已有的文献大多偏向于理论研究，却很少对其具体控制效果及影响进行系统性分析，由于振动台试验的成本较高以及实际地震检验的长周期性以及缩尺试验与实际结构的差异性，实际中较难完成对其控制效果的真实模拟，本文以一栋20层结构设置主动控制 AMD 为例，采用瞬时主动最优控制算法，首先建立其数学模型，然后根据结构动力反应数值计算方法编写求解软件，根据计算结果分析瞬时最优主动控制 AMD 的减振效果。

## 2. 建立运动方程

### 2.1. 瞬时最优主动控制系统状态方程及控制目标函数

同样可以根据虚功原理或拉格朗日方程建立系统的运动方程如下[11]:

$$M\ddot{z}(t) + C\dot{z}(t) + Kz(t) = -M\{I\}\ddot{x}_g(t) + Hu(t) \quad (1)$$

其中  $M$ 、 $K$ 、 $C$ 、 $z(t)$ 、 $I$ 、 $\ddot{x}_g(t)$  与多自由度运动体系运动方程中的意义相同,  $H$  是控制力位置矩阵,  $u(t)$  是控制力列向量。  $u(t) = [u_1(t) u_2(t) \cdots u_n(t)]^T$ 。

设  $x(t) = [z(t) \dot{z}(t)]$ , 则(1)式可转化为如下的状态方程[12]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + d(t) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \quad (2)$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ M^{-1}K & M^{-1}C \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}H \end{bmatrix}, \quad d(t) = -\begin{bmatrix} 0 \\ \{I\} \end{bmatrix} \ddot{x}_g(t)$$

这时采用如下的瞬时二次型目标函数[13]:

$$J(t) = x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t) \quad (3)$$

要求在  $0 \leq t \leq t_f$  的每一瞬时确定  $u(t)$  使  $J(t)$  达到最小值(实际是在每一个采样时间点达到最小值)。通过对(3)式的求解可以得到:

$$u(t) = -\left(\frac{\Delta t}{2}\right)R^{-1}B^TQx(t) \quad (4)$$

$$x(t) = \left[ I + \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 BR^{-1}B^TQ \right]^{-1} \left[ TD(t-\Delta t) + \left(\frac{\Delta t}{2}\right)d(t) \right] \quad (5)$$

这样就确定了瞬时最优控制力  $u(t)$  及  $x(t)$ 。可以看出  $u(t)$  只与同步的状态变量  $x(t)$  有关。将(5)代入到(4)中, 又可以得到:

$$u(t) = -\left(\frac{\Delta t}{2}\right)R^{-1}B^TQ \left[ I + \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 BR^{-1}B^TQ \right]^{-1} \left[ TD(t-\Delta t) + \left(\frac{\Delta t}{2}\right)d(t) \right] \quad (6)$$

由此可见, 瞬时最优控制的动力反应状态变量  $x(t)$  只与前一步的动力反应  $x(t-\Delta t)$  及前一步的控制力  $u(t-\Delta t)$  以及同步的外扰力  $d(t)$  有关。同样,  $u(t)$  也只与前一步的动力反应  $x(t-\Delta t)$  及前一步的控制力  $u(t-\Delta t)$  以及同步的外扰力  $d(t)$  有关。这时只是一种名义上的瞬时最优控制, 并不是完全的最优控制, 其原因在于与控制力  $u(t)$  同步的外扰力  $d(t)$  或运动状态变量  $x(t)$  是不能预先知道的, 实际采取的控制措施不可避免地存在时滞和误差。优点是在于求解  $x(t)$  时不需求解 Riccati 方程, 计算耗时可以极大缩短。使控制的时滞减小, 容易实施。

### 2.2. 瞬时主动最优控制地震动力反应计算

对所采取的控制措施减震效果的检验及评价的途径有实际地震检验、振动台试验[13]和数值模拟。由于振动台试验的成本较高[13]以及实际地震检验的长周期性[14], 在这里采用数值模拟的方法验证以上瞬时最优控制算法的减震效率。

将当前控制力  $u(t) = -\left(\frac{\Delta t}{2}\right)R^{-1}B^T Qx(t)$  施加到结构上, 由于  $u(t)$  并不是最优控制力, 因此这时在  $d(t)$  为已知的条件下, 也不能采用  $x(t) = \left[ I + \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 BR^{-1}B^T Q \right]^{-1} \left[ TD(t-\Delta t) + \left(\frac{\Delta t}{2}\right)d(t) \right]$  计算结构动力反应状态变量, 而应该是将  $u(t)$  看作是一种外力, 根据结构体系动力反应计算方法(如 CDM 法、Newark- $\beta$  法、Runge-Kutta 法)计算。

### 3. 计算实例与结果分析

为评价瞬时最优控制算法的减震效果, 最可行的办法是采用结构模型振动台试验, 也可以采用数值计算预测的方法, 根据计算结果检验瞬时最优控制算法的减震效果。在这里为方便起见, 根据结构动力反应运动方程的预测结果, 评价瞬时最优控制的减震效果。

以一栋 20 层建筑结构为例, 如图 1 所示, 简化成一个 20 个集中质量的离散多自由度系统。结构基本参数有  $m_i = 2933 \text{ t}$ ,  $k_i = 28950000 \text{ kN/m}$ , 其前三阶振型如图 2 所示。阻尼矩阵采用振型阻尼比为 0.05 时的 Rayleigh 阻尼的形式[15]。输入地震波为 El-centro 波, 最大水平地面加速度为  $4.0 \text{ m/s}^2$ 。

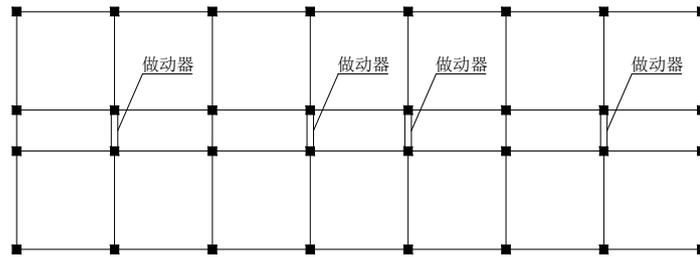


Figure 1. Structural plane layout  
图 1. 结构模型平面图

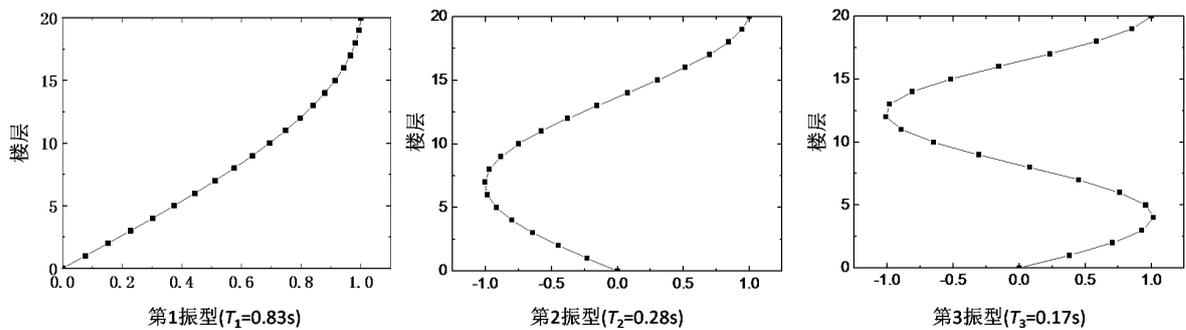


Figure 2. 1st, 2nd and 3rd for modal structural  
图 2. 前三阶振型图

Table 1. Control mode vs seismic dynamic response  
表 1. 控制方式与地震动力反应

层间 (楼层)	$Q = 1e8, R = 0.1$				$Q = 1e9, R = 0.1$				无控制	
	层间位移 /mm	效率 /%	楼层加速度 /m·s <sup>-2</sup>	效率 /%	层间位移 /mm	效率 /%	楼层加速度 /m·s <sup>-2</sup>	效率 /%	层间位移 /mm	楼层加速度 /m·s <sup>-2</sup>
0-1(1)	14.32	39.322	7.59	-190.80	4.30	81.78	8.02	-207.28	23.60	2.61
1-2(2)	14.13	39.356	7.79	-52.15	4.32	81.46	8.03	-56.84	23.30	5.12

Continued

2-3(3)	13.80	39.738	7.53	-1.89	4.34	81.05	8.06	-9.07	22.90	7.39
3-4(4)	13.35	40.135	8.16	13.38	4.35	80.49	8.09	14.12	22.30	9.42
4-5(5)	12.85	40.509	9.01	20.97	4.34	79.91	8.10	28.95	21.60	11.40
5-6(6)	12.39	38.297	9.20	28.68	4.31	78.54	9.00	30.23	20.08	12.90
6-7(7)	11.83	40.253	9.04	35.43	4.27	78.43	7.83	44.07	19.80	14.00
7-8(8)	11.14	40.108	9.97	32.18	4.19	77.47	7.64	48.03	18.60	14.70
8-9(9)	10.32	39.649	11.06	31.30	4.10	76.02	7.47	53.60	17.10	16.10
9-10(10)	9.48	39.231	11.75	32.08	3.98	74.49	7.27	57.98	15.60	17.30
10-11(11)	8.97	36.383	11.98	32.70	3.83	72.84	7.05	60.39	14.10	17.80
11-12(12)	8.49	34.692	11.82	33.60	3.65	71.92	6.90	61.24	13.00	17.80
12-13(13)	8.02	34.262	11.30	33.92	3.44	71.80	7.14	58.25	12.20	17.10
13-14(14)	7.50	33.628	10.46	35.43	3.18	71.86	6.89	57.47	11.30	16.20
14-15(15)	6.85	33.495	10.26	33.38	2.86	72.23	6.54	57.53	10.30	15.40
15-16(16)	6.04	32.889	10.25	34.30	2.47	72.56	6.49	58.40	9.00	15.60
16-17(17)	5.07	32.669	11.13	31.72	2.02	73.17	6.46	60.37	7.53	16.30
17-18(18)	3.95	32.363	11.99	33.02	1.54	73.63	6.45	63.97	5.84	17.90
18-19(19)	2.71	32.08	12.77	33.49	1.04	73.935	7.66	60.10	3.99	19.20
19-20(20)	1.37	32.178	13.17	34.15	0.53	73.762	8.62	56.90	2.02	20.00

注：某一控制方案的减震效率是指相对于无控制方案而言。

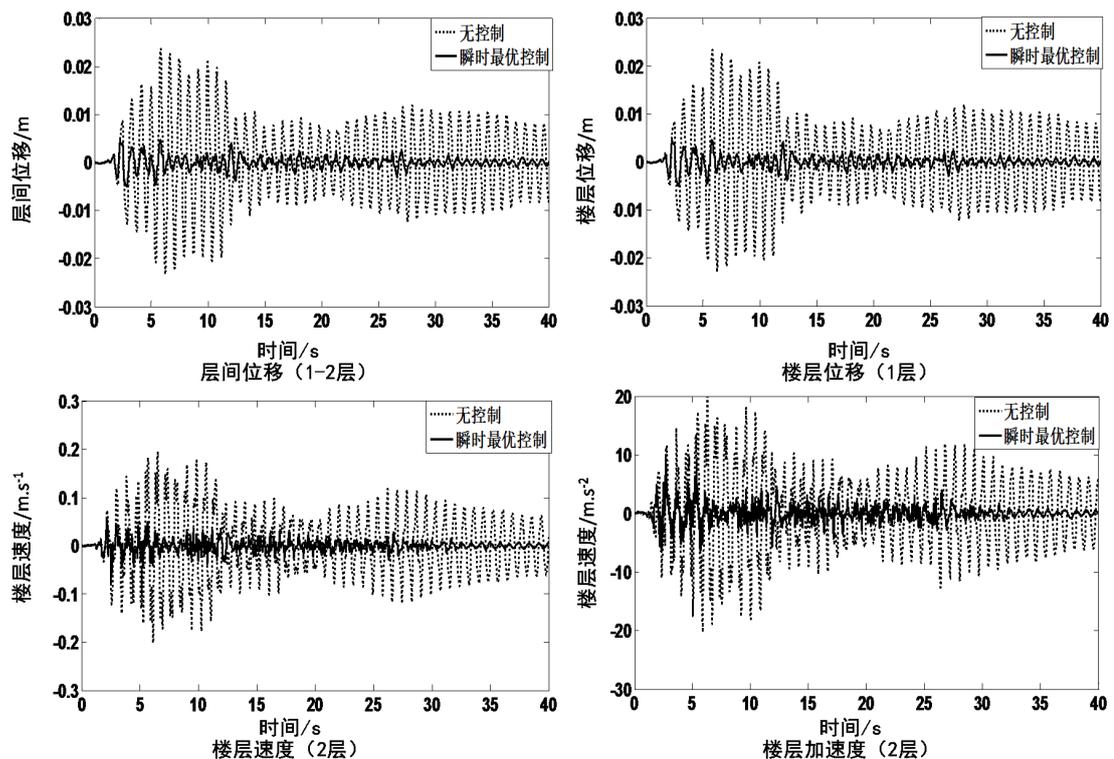


Figure 3. Time histories of structural seismic dynamic response

图 3. 结构地震动力反应时程

从图3和图4及图5可以看出,当 $Q = 1e8, R = 0.1 \sim 1.0$ 时,AMD瞬时最优控制具有明显的减振效果。若要达到理想的减振效果,可以通过调整权重系数 $Q$ 、 $R$ 来实现。最极端的状态是可以完全实现减振补偿,但也一定会付出极高的成本。当状态变量权重系数 $Q$ 增大时,动力反应数值减小,减振效果增加,反之减振效果减小;当控制力权重系数 $R$ 增大时,动力反应数值增大,减振效果减小,反之减振效果增加。实际控制系统设计时,需要根据目标减振效果与允许付出的成本,通过反复试算确定。

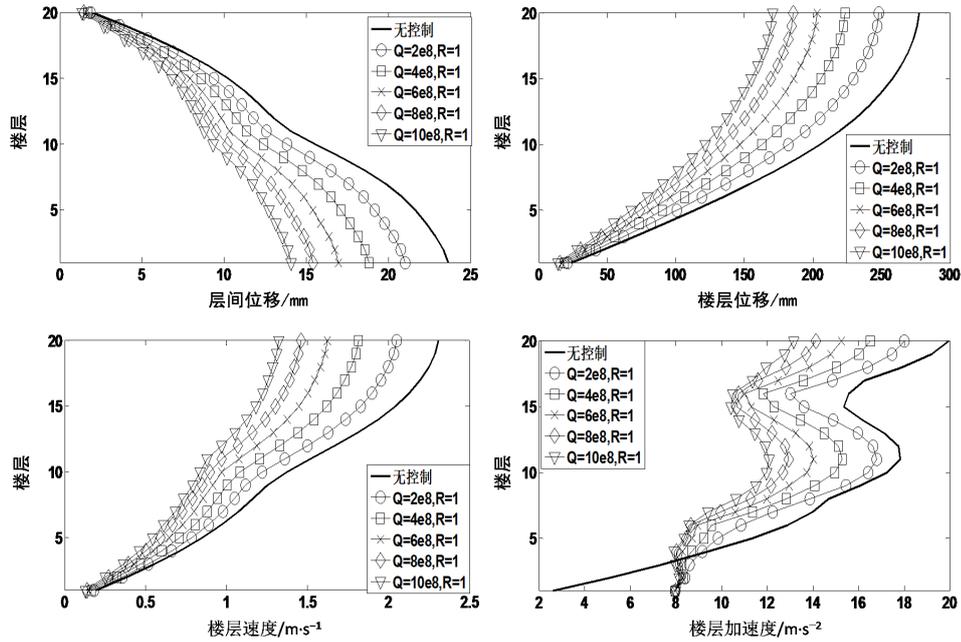


Figure 4.  $Q$  vs structural seismic dynamic response  
图4. 权重 $Q$ 值与结构地震动力反应最大值

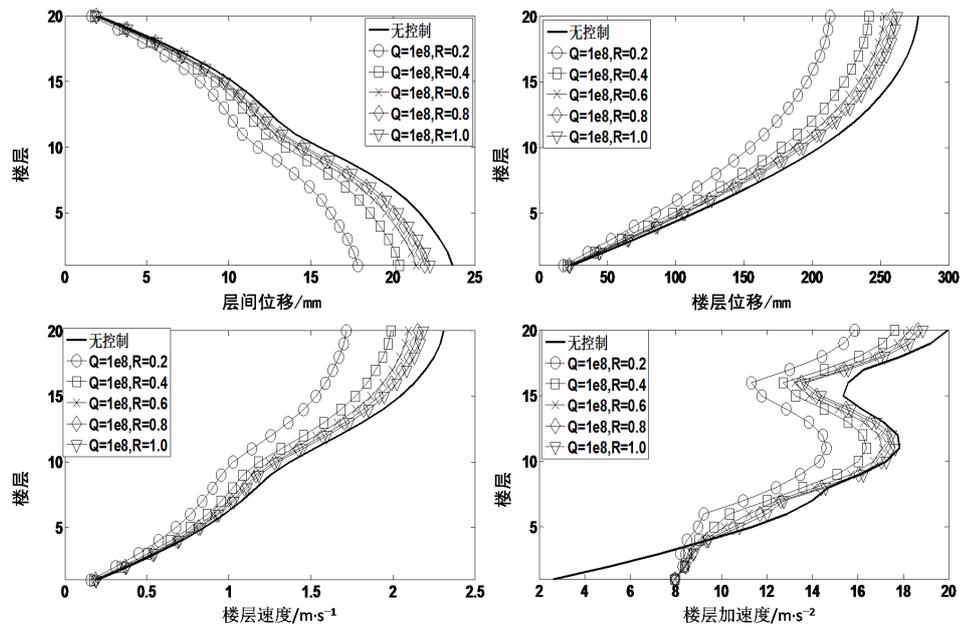


Figure 5.  $R$  vs structural seismic dynamic response  
图5. 权重 $R$ 值与结构地震动力反应最大值

结合表 1 及图 5 可以看出, 采用瞬时最优控制后, 底部楼层加速度反而有放大的现象, 而上部楼层的加速度减震效果也没有位移及速度的减震效果明显, 与 LQR 主动最优控制类似。这是因为二者都是以系统运动状态变量为控制目标, 因此加速度反应减震效果不明显。

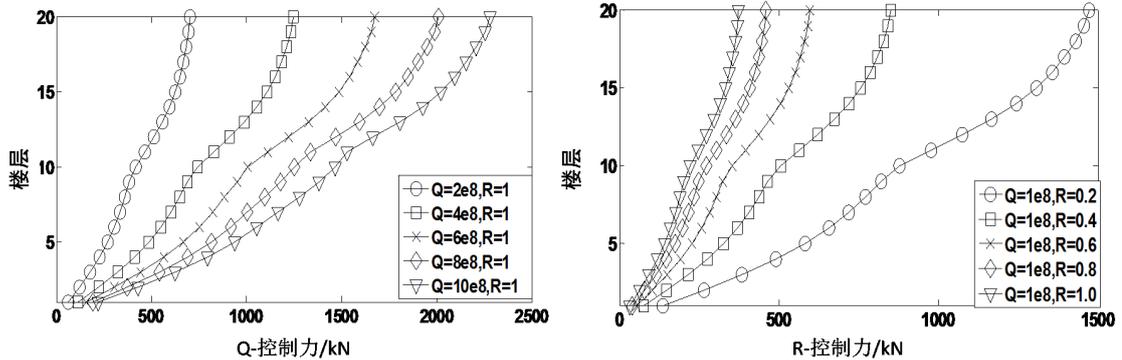


Figure 6.  $Q$  and  $R$  vs. structural seismic dynamic response  
图 6. 权重  $Q$  值及  $R$  值与楼层控制力幅值

从图 6 可以看出, 每个楼层的控制力幅值随减振控制效果的提高而需要增大。最大的控制力发生在顶层。当取  $Q = 1e8$ 、 $R = 0.1$  时(减振效果如表 1 最后一行所示), 顶层控制力的幅值达到 2300 kN 左右。为本层楼面重量(或等效重力荷载代表值)的 7.9%, 楼层越高, 楼层控制力与楼层重力比值越大。楼层控制力占楼层地震反应惯性力的比值分布也基本遵从这一规律。

从图 7 及图 8 可以看出, 理想瞬时最优控制反应(以同步外扰力作用计算得出)与实际瞬时最优控制动力反应(以前一步外扰力作用计算得出)存在一定的差别。由于二者存在时滞, 因此实际瞬时最优控制相对于理想瞬时最优反应有所增大。但产生的误差对于土木工程结构控制来说也许可以接受。若要消除或减小误差, 必须采用改进的控制策略。具体可参照实时拟动力控制中的处理方法。

本文考虑的情况是在每一楼层都设置 AMD 减震装置, 只是为了将计算结果做一个全面、通用化的对比。在实际控制方案设计时不需要每一楼层都设置控制装置。这时只需要将相应 AMD 的质量、弹簧、阻尼器或 AMD 的控制力撤去, 使其值为 0, 就可以计算相应的地震动力反应, 考察评价其减振效果, 这里不详细介绍。

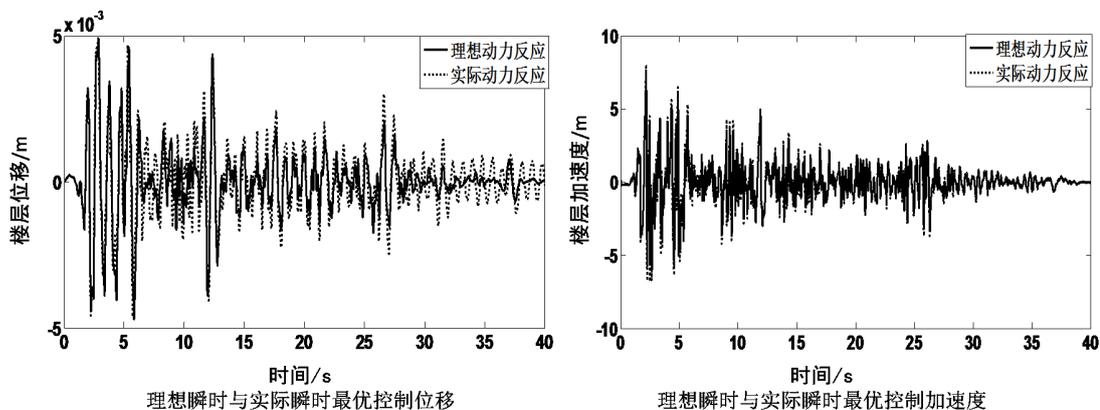


Figure 7. Comparison of the ideal instantaneous and the actual instantaneous optimal control seismic dynamic response  
图 7. 理想瞬时与实际瞬时最优控制地震动力反应比较示意图

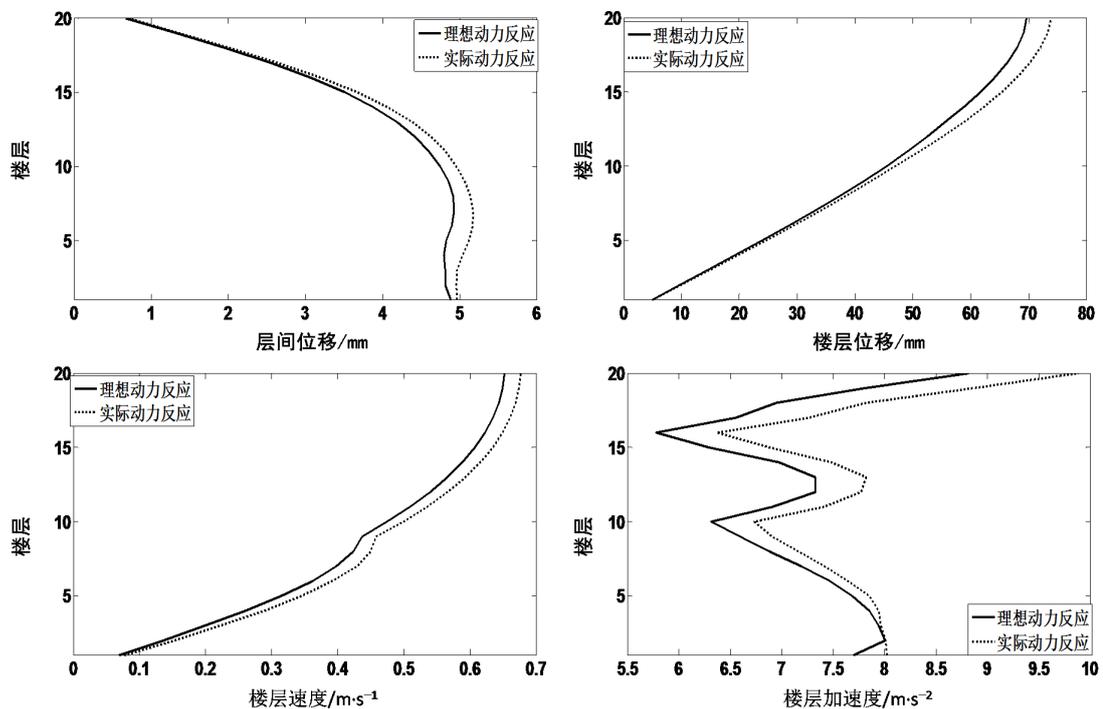


Figure 8. Comparison of the ideal instantaneous and the actual instantaneous optimal control seismic dynamic response

图 8. 理想瞬时与实际瞬时最优控制地震动力反应比较示意图

#### 4. 结论

- 1) 主动瞬时最优控制有明显的减振效果，可以通过调整权重参数  $Q$ 、 $R$  达到目标减振效果。
- 2) 主动瞬时最优控制，顶层控制力最大，当  $Q = 1e8$ 、 $R = 0.1$  减振效果较好时，顶层控制力幅值为楼面重力荷载 7.9%。
- 3) 瞬时最优控制及 LQR 控制可达到同样效果，动力反应几乎相同，但 LQR 控制不受步长影响。瞬时控制结果受步长影响。瞬时控制受滞后效应的影响，动力反应有所放大。

#### 参考文献

- [1] 欧进萍. 结构振动控制: 主动、半主动和智能控制[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [2] 周福霖. 工程结构减震控制[M]. 北京: 地震出版社, 1997.
- [3] 吴怀宇. 自动控制原理(第 3 版)[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2017.
- [4] Yang, J.N., Akbarpour, A. and Ghaemmaghami, P. (1987) New Optimal Control Algorithms for Structural Control. *Journal of Engineering Mechanics*, **113**, 1369-1386.
- [5] 谭平. 主动变刚度控制系统的瞬时最优控制算法[C]/中国力学学会结构工程专业委员会、中国力学学会《工程力学》编委会、石家庄铁道学院、清华大学土木工程系. 第七届全国结构工程学术会议论文集(第 III 卷). 石家庄: 中国力学学会《工程力学》期刊社, 1998: 71-76.
- [6] 杨颢, 欧进萍. 结构瞬时最优控制参数影响的数值分析[J]. 世界地震工程, 2004(3): 25-32.
- [7] 杨颢, 寇捷. 基于能量法的结构瞬时最优控制的参数影响[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2011(9): 1356-1359.
- [8] 童少伟. 近似离散瞬时最优控制算法推导及稳定性分析[J]. 世界地震工程, 2015, 31(4): 270-274.
- [9] 童少伟, 唐怀平. 近似离散瞬时最优控制及作动器位置优化研究[J]. 振动工程学报, 2016, 29(5): 920-927.
- [10] 李雪平, 余超, 苏成, 何克晶. 连体结构基于时域显式法的瞬时最优控制算法[J]. 固体力学学报, 2017, 38(5):

---

433-441.

- [11] 胡聿贤. 地震工程学[M]. 北京: 地震出版社, 2008.
- [12] 郑大钟. 线性系统理论(第2版)[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [13] 高春华, 纪金豹, 闫维明, 李娜. 地震模拟振动台技术在中国的发展[J]. 土木工程学报, 2014, 47(8): 9-19.
- [14] 王燕华, 程文灏, 陆飞, 陈忠范. 地震模拟振动台的发展[J]. 工程抗震与加固改造, 2007(5): 53-56 + 67.
- [15] 田石柱. 建筑结构的 AMD 主动控制[D]: [博士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨建筑大学, 1999.