

# Risk Research of Shanghai and Shenzhen 300 Index Based on EGARCH Model

Xiaoxiao Zhang, Kebo Lv

School of Mathematical Sciences, Ocean University of China, Qingdao Shandong

Email: 2570755373@qq.com

Received: Jun. 21<sup>st</sup>, 2019; accepted: Jul. 4<sup>th</sup>, 2019; published: Jul. 15<sup>th</sup>, 2019

---

## Abstract

In this paper, based on the assumption that the Shanghai and Shenzhen 300 Index is based on positive distribution, student t distribution, biased student t distribution, and GED distribution, the EGARCH model is used to model the leverage effect of yield volatility, and the VaR model is used for backtesting. It is shown that the volatility model based on the GED distribution is significantly better than the EGARCH model under other distributions.

## Keywords

Shanghai and Shenzhen 300 Stock Index, Asymmetry, EGARCH Model

---

# 基于EGARCH模型下的沪深300指数风险研究

张肖肖, 吕可波

中国海洋大学数学科学学院, 山东 青岛

Email: 2570755373@qq.com

收稿日期: 2019年6月21日; 录用日期: 2019年7月4日; 发布日期: 2019年7月15日

---

## 摘要

本文在对沪深300指数基于服从正分布、学生t分布、有偏学生t分布、GED分布的假设, 建立EGARCH模型对收益率波动性的杠杆效应进行建模, 采用VaR模型进行回溯测试, 研究表明, 基于GED分布下的波动模型明显优于EGARCH在其他分布下的模型。

## 关键词

沪深300股指, 非对称性, EGARCH模型

---



## 1. 引言

沪深 300 指数是中证指数公司编制并于 2005 年 4 月 8 日正式发布。沪深 300 指数是以在上海和深圳证券交易所中选取 300 只规模大流动性好的股票 A 股作为样本, 以流通股为权数加权计算编制发布的加权股价指数。其覆盖了沪深市场五成以上的市值, 具有良好的市场代表性。沪深 300 的推出正是切合了市场需求, 是反应沪深两个市场整体走势的晴雨表。因此研究沪深 300 波动率特点, 准确预测波动率趋势对于投资者和市场具有重要作用。沪深 300 指数作为股指期货的标的得到越来越多的关注。我们用资产收益率的标准差或方差来衡量波动性, 用资产收益率的标准差来衡量其大小。波动率越高, 资产价格波动越剧烈, 风险越大; 波动率越小, 资产价格波动越小, 风险越低。

Bollerslev (1986) [1]提出了广义的 ARCH 模型即 GARCH 模型, 是在 Engle [2]的 ARCH 模型基础上对方差的表现形式进行了直接的线性扩展, GARCH 模型应用更为广泛, 解决了高阶 ARCH 模型待估参数过多导致模型不够精确的问题。建立基于正态分布、学生 t 分布、有偏学生 t 分布、和广义误差分布下指数 EGARCH 模型研究沪深 300 指数收益率序列的特点[3]-[13], 对模型进行回溯检验, 建立 VaR 风险度量模型对所拟合的一系列 GARCH 类模型进行评估, 选择拟合效果较好的模型对波动率进行预测。

## 2. 模型设定

### 2.1. EGARCH 模型

传统的 GARCH 模型对参数的约束非常严格, 对正负扰动的反应是对称的, 为了克服 GARCH 模型的弱点, Nelson 于 1991 年提出了指数 EGARCH 模型, 允许在模型中体现正负扰动对资产收益率的非对称效应, 将新息进行加权, 该模型的结构为

$$\begin{cases} r_t = \mu_t + \alpha_t \\ \alpha_t = \sigma_t \varepsilon_t \\ \ln(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{j=1}^m \beta_j \ln(\sigma_{t-j}^2) + \sum_{i=1}^n \alpha_i * \left( \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma_i \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right) \end{cases}$$

这里  $\alpha_i$  表示的杠杆效应,  $\alpha_i \neq 0$  非对称效应就存在。

### 2.2. VaR 模型基础理论

VaR 关注资产损益的尾部特征, 提高 VaR 计算的准确性。VaR 通俗讲“有的把握在今后的  $N$  天内损失  $\Delta p$  不会大于 VaR”, 公式表达为  $\text{prob}(\Delta p \leq \text{VaR}) = \alpha$ 。VaR 是评价金融风险的度量, 其定义为金融头寸在持有期内以某个概率发生的最大损失, 所以损失函数的正负取决于金融头寸, 空头的损失就是资产收益率, 多头的损失为其相反数, VaR 的计算公式为持有期内的  $\text{VaR} = Z_\alpha \sigma_t \sqrt{\Delta t}$  ( $\Delta t$  为持有期), 其中  $Z_\alpha$  为置信度  $\alpha$  对应的某种分布的分位数, 收益率序列计算的标准差作为收益率的波动率。

要选择合适的条件异方差 GARCH 模型来改进 VaR 的估计精度, 笔者基于对收益序列的分布与波动率两方面考虑, 本文建立 EGARCH-VaR 模型, 旨在着重分析期收益波动的厚尾性、价格变化的不对称性对市场风险变动的影响, 并针对分析结果提出相应的对策建议。在估计 VaR 值时存在模型风险, 目前

处理模型风险最为常用的统计检验方法是 Kupiec 在 1995 年提出的似然比检验, 这一检验过程实质是对模型预测效果的评价的回溯检验法, 将实际发生的损失与计算得到的 VaR 进行比较, 若实际亏损值低于 VaR 值, 就把它看成一个成功的事件记为 1, 如果实际亏损值超过 VaR 值, 则看成是一个失败事件记为 0, 如此观测值可构成一系列的独立的贝努里试验, 观测天数为  $N$ , 失败天数为  $n$ , 则失败频率为  $n/N$ , Kupiec 似然比率检验法的原假设为, 构造  $j$  检验统计量为下式, 且原假设成立的条件下, 统计量 LR 服从自由度为 1 的卡方分布

$$LR = -2 \ln \left[ (1-P)^{N-n} P^n \right] + 2 \ln \left[ \left( 1 - \frac{n}{N} \right)^{N-n} \left( \frac{n}{N} \right)^n \right]$$

### 3. 实证研究

#### 3.1. 数据选取

选取沪深 300 指数每日收盘价作为研究对象, 取对数后再差分获得收益率序列, 这是金融学当中最常用的收益率的定义方式, 建立基于四种分布下的 EGARCH 模型, 再利用 VaR 模型回溯检验。本文数据来源于 wind, 选取 2002 年 02 月 21 日到 2017 年 3 月 10 日每个交易日的沪深 300 指数收盘价, 3690 个数据建立样本, 对沪深 300 股指的日收盘价取对数后再进行差分, 得到对数收益率序列。

#### 3.2. 数据检验过程

##### 描述统计与正态性检验

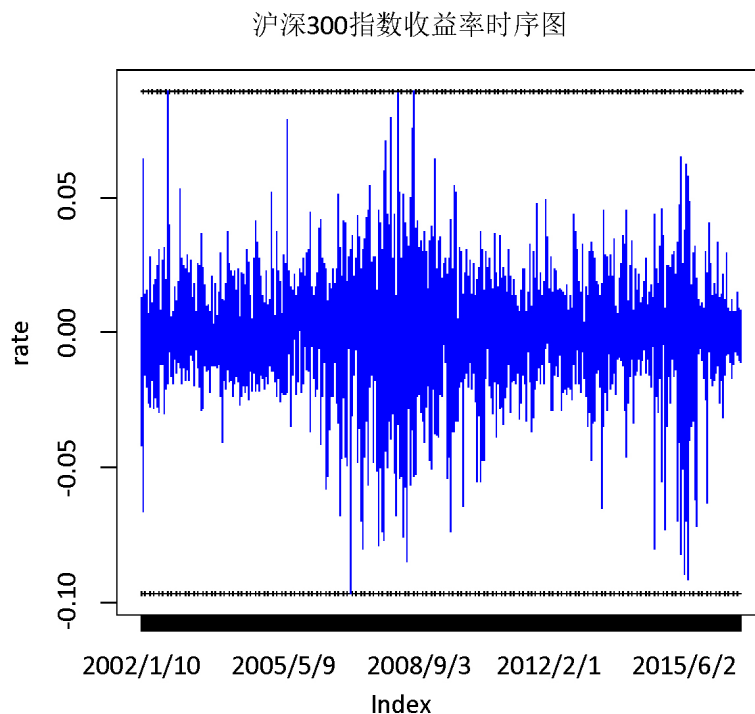
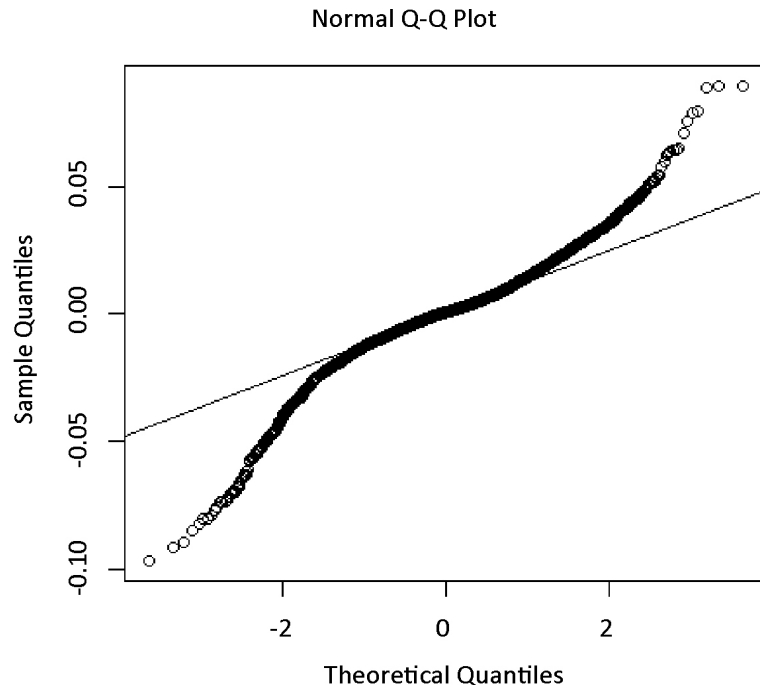


Figure 1. Logarithmic yield sequence chart of csi 300 index

图 1. 沪深 300 指数对数收益率时序图

见图 1, 收益率的波动呈现明显的方差时变性, 方差大小随着时间的变化而变化, 也存在着波动率聚集特征, 在一个大的波动后面跟着一个较大的波动, 在一个小的波动后面跟着一个较小的波动,



**Figure 2.** Log return sequence QQ diagram of csi 300 index  
**图 2.** 沪深 300 指的对数收益序列 QQ 图

由图 2 我们观察到, QQ 图有明显的向下倾斜和向上翘起的趋势, 说明价格分布并不均衡。价格剧烈波动, 呈尖峰形态和厚尾现象, 最终导致正负收益变化较大。相对于标准正态分布而言, 峰度更高, 两段的尾部更厚, 也就是极值更多。

**Table 1.** Table of basic statistical characteristics  
**表 1.** 基本统计特征表

沪深 300	均值	最大值	最小值	标准差	偏度	峰度	正态性
收益率	0.000262	0.089748	-0.096952	0.016878	-0.385401	4.00268	0.9455

如表 1 我们得到沪深 300 指收益率均值为 0.0262%, 标准差为 1.6878%, 偏度数值小于 0, 说明序列明显向左拖尾, 较多数据与均值偏离较大。正态分布峰度为 3, 而此序列数据峰度为大于 3, 故收益率序列呈现尖峰厚尾分布。综上, 深证 A 指对数收益率存在尖峰厚尾性, 左偏性和波动集聚性。根据正态性检验, 顺序统计量 W 为 0.9455, P 值小于  $2e-16$ , 拒绝服从正态分布的原假设。

### 3.3. 序列平稳性检验

单位根方法在 1970 年由迪基(D. A. Dickey)和富勒(W. A. Fuller)这两位美国统计学家提出。经过学术界多年的发展, 进一步归纳为 ADF 检验法。对该序列进行 ADF 单位根检验, 见表 2, 检验结果为 p 值小于显著性水平, 所以拒绝序列存在单位根的原假设, 认为沪深 300 股指对数收益率序列平稳。

**Table 2.** Augmented dickey-fuller test  
**表 2.** 单位根检验

ADF	Lag rank	p value
-13.58	Q(15)	9.05e-08

### 3.4. 拟合 ARMA 模型

ARMA( $p,q$ )模型方程为

$$r_t = \beta_0 + \beta_1 r_{t-1} + \beta_2 r_{t-2} + \cdots + \beta_p r_{t-p} + \varepsilon_t + \alpha_1 \varepsilon_{t-1} + \cdots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}$$

ARMA 模型中  $p$ 、 $q$  定阶一般根据自相关、偏自相关图系数拖尾与截尾的情况来确定阶数。本文收益率序列的自相关、偏自相关图不易观察确定 ARMA( $p,q$ )模型中的阶数, 也为了避免个人经验的不足导致模型识别不准确, 笔者在 R 软件中采用模型信息量越小模型越优的准则对模型进行自动定阶, 最终确立  $p$  与  $q$  均为 1。

先建立 ARMA(1,1)模型来拟合收益率序列的线性特征, 然后对残差进行 Box.test 与 LM 检验, 从而判断沪深 300 指数收益率序列是否存在 ARCH 效应, 而拟合 ARMA(1,1)的模型参数显著。

$$r_t = 0.000206 - 0.765201r_{t-1} + \varepsilon_t - 0.78461\varepsilon_{t-1}$$

$$p \text{ 值}(0.156971) \quad 0.0000 \quad 0.0000$$

### 3.5. ARCH 效应检验

我们的目的是基于 GARCH 模型, 通过研究历史数据波动状况, 拟合和预测波动未来发展状况。要判断序列是否存在异方差性首先对序列残差平方进行 ARCH 效应检验, 对残差平方进行 Box.test 与 LM 检验来研究收益率残差平方值的自相关结构, 若通过检验, 说明数据的高阶序列存在相关性, 从而判断沪深 300 指数收益率序列存在 ARCH 效应; 否则, 说明残差序列独立同分布的白噪声过程, 没有显著相关性。

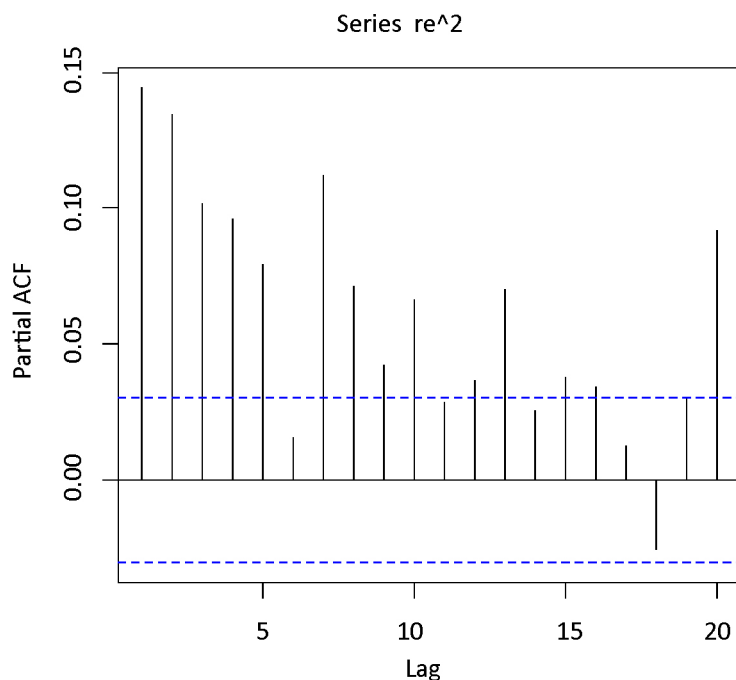


Figure 3. Partial autocorrelation of residual sequence squared

图 3. 残差序列平方的偏自相关图

见图 3, 对剔除 ARMA 趋势的残差序列的平方进行 Box.test 检验, 滞后 20 阶的 L-B 统计量的 P 值为小于  $2.2e-16$ , 故拒绝序列不存在自相关性的原假设说明序列存在 ARCH 效应, 拉格朗日乘法同样

说明序列存在 ARCH 效应需要对数据建立 GARCH 模型来拟合其异方差性。

### 3.6. 建立 EGARCH 模型

均值检验的  $p$  值为 0.3579, 故接受均值为 0 的原假设。然后建立基于正态分布、学生  $t$  分布、有偏学生  $t$  分布、广义误差分布(GED)四种不同分布下的 EGARCH 来研究沪深 300 股指的特点, 参数估计结果见表 3。

**Table 3.** Estimation results of index GARCH parameters

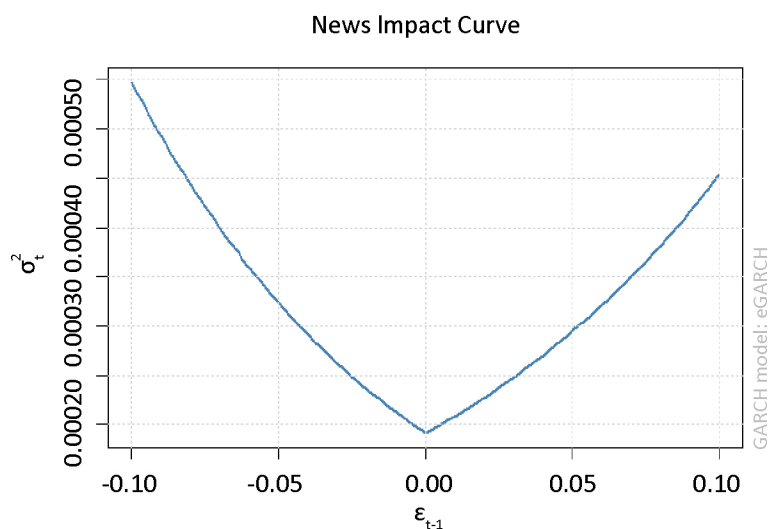
**表 3.** 指数 GARCH 参数估计结果

EGARCH	$\mu$	$\omega$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	Log likelihood	AIC
norm	0.000206	-0.063778	-0.012798	0.991477	0.141682	10202.52	-5.5275
t	0.000229	-0.068937	-0.016003	0.991665	0.139725	10308.33	-5.5843
skewed-t	0.000048	-0.071454	-0.015957	0.991330	0.141864	10310.3	-5.5849
GED	0.000344	-0.069730	-0.013726	0.991756	0.139296	10321.64	-5.5916

在以上参数输出结果中,  $\mu$  与  $\omega$  不显著, 其余参数在 1% 的水平上均是显著的。依据对数似然函数值越大模型越优以及 AIC(赤迟信息)越小越好的准则衡量统计模型的优劣, 对于 EGARCH 模型而言, 从正态分布、学生  $t$  分布、有偏学生  $t$  分布到广义误差分布, 对数似然函数值越来越大, AIC 越来越小, 说明 GED 分布能够最好的反映收益率的特点, 基于 GED 分布的 EGARCH(1,1)模型 AIC 值最小, 对数似然函数值最大, 优于其他分布下的 EGARCH 模型。在 EGARCH 模型中, 表示非对称性的参数  $\alpha$  的估计值均小于零, 说明沪深 300 指数收益率存在杠杆效应, GED 分布下的 EGARCH(1,1)的估计参数表达式为

$$\log \sigma_t^2 = -0.0697 + 0.1393 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} - 0.0137 \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + 0.9918 + \log \sigma_{t-1}^2$$

非对称项的系数为-0.0137, 负向冲击对条件方差带来更为强烈的影响, 差异可见图 4。



**Figure 4.** Curve of information impact

**图 4.** 信息冲击曲线图

见图 4, 在 GED 分布假设下得到信息冲击曲线图, 图像外观表明信息冲击曲线在  $\varepsilon_{t-1} < 0$  时比大于 0 的部分曲线更为陡峭, 负向冲击使得沪深 300 股指收益率的变动更为剧烈, 波动性更大。  $\varepsilon_{t-1} > 0$  时, 发生正向扰动时曲线相对平缓, 波动性较小, 负向扰动使得沪深 300 指数点位变动更加敏感, 反应更为强烈, 更为“动荡”, 这就充分验证杠杆效应对沪深 300 股票指数的影响。

模型建立完成后可获得收益率的方差序列也就是我们所关注的波动率序列, 以基于残差服从的学生 t 分布和 GED 分布所获得的波动率为例进行展示如图 5 所示, 直观上看来相差不是特别明显我们需要通过 VaR 回溯检验来量化说明分布与 EGARCH 相结合时何种分布刻画得波动率较为精准。

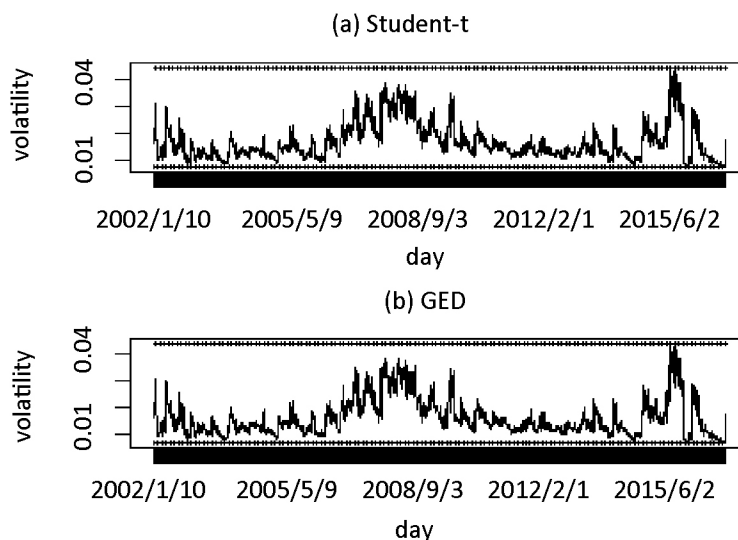


Figure 5. Volatility under t distribution and GED distribution

图 5. 基于 t 分布、GED 分布下的波动率

见图 6, 建立 EGARCH 模型后对残差进行自相关检验, 结果显示残差序列白噪声且残差 Q-Q 图显示服从正态分布, 信息提取充分。

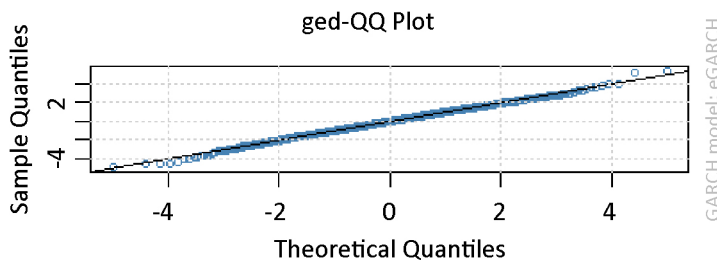


Figure 6. QQ diagram of residual error

图 6. 残差 QQ 图

### 3.7. VaR 回溯测试

针对以上建立模型的参数估计结果进行风险度量, EGARCH 在四种分布下估计出来的条件均值、收益率的条件标准差计算 VaR 值, 其中 VaR 包括多头和空头, 根据失败频率检验法检验比较模型的预测效果见表 4, 针对回溯结果算出来的 LR 统计量对模型进行比较说明。

LR 统计量越小说明模型预测效果越好, 在正态分布 95% 的置信水平下, 除多头有偏学生 t 分布、空头正态分布没有通过检验外均通过了检验, 即不拒绝模型正确的原假设。在 t 分布下的 LR 值相较于于正态



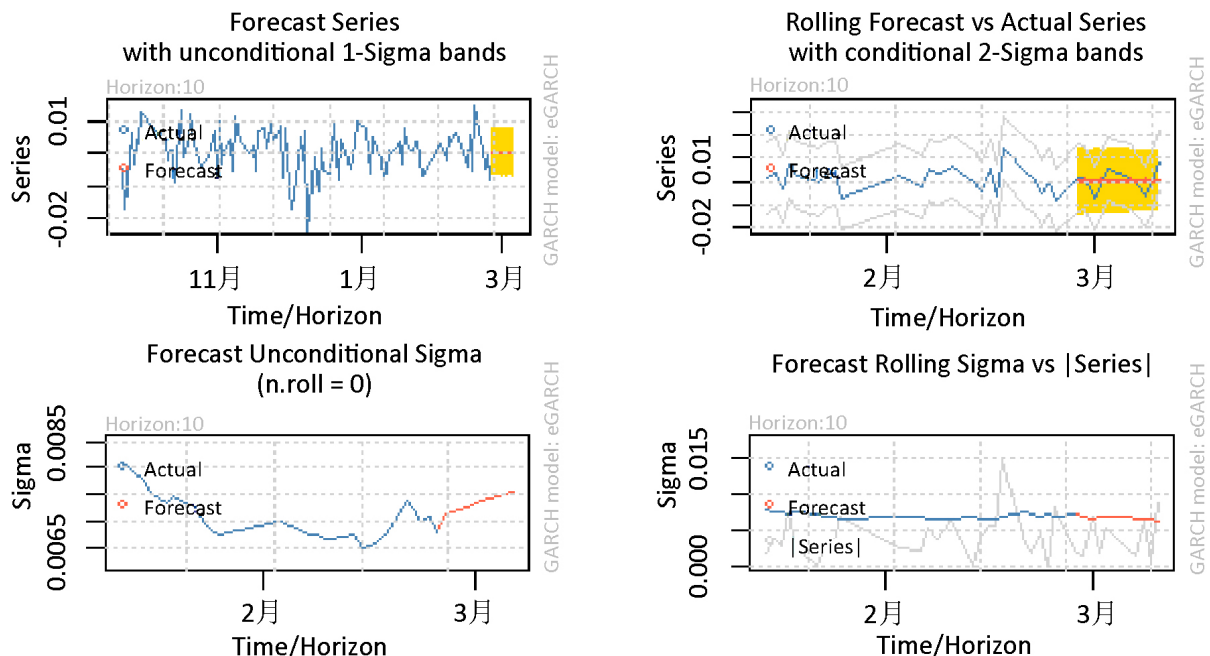
**Table 4.** Posterior analysis of csi 300 index  
**表 4.** 沪深 300 指数后验分析

EGARCH		多头 VaR			空头 VaR		
置信水平	模型	失败天数	失败频率	LR 值	失败天数	失败频率	LR 值
95%	norm	169	0.0458	1.399871	147	0.0398	8.576701
	std	172	0.047	0.9040988	194	0.05258	12
	sstd	133	0.03605	16.6618	181	0.049	0.06800
	ged	188	0.0509	0	170	0.0464	1.222303

分布更小更优, t 分布可以改善正态分布的某些不足。整体而言, 多头的失败天数略低于空头。在 95% 的置信水平下的相同的分布, 多头头寸在 GED 分布下的 EGARCH 较优, 空头头寸在有偏学生 t 下的分布模型效果比较好。整体来看, 非正态性分布去拟合沪深 300 收益率特点效果比较好。

### 3.8. 预测

对收益率序列和波动率进行 10 天的预测结果如图 7 所示, 基于残差服从 GED 分布的 ARMA(1,1)-EGARCH-VaR 的预测短期波动率趋势效果较好, 但是由于在长期趋势方面因受到行业变化、企业有关信息、政策等影响会对时间序列的远期预测产生较大的干扰在短期中这些因素作用不大, 短期预测优于长期。



**Figure 7.** Forecast chart of return rate and volatility of csi 300 index  
**图 7.** 沪深 300 指数收益率与波动率预测图

## 4. 结论及政策建议

对收益波动性的实证研究表明了我国沪深 300 指数收益序列具有显著的波动集聚性和尖峰厚尾性。实证结果表明基于 GED 分布的 EGARCH-VaR 模型能更好地刻画沪深 300 收益的尖峰厚尾性、杠杆效应和



市场风险。多头头寸在 GED 分布下的 EGARCH 较优, 空头头寸在有偏学生  $t$  下的分布模型效果比较好。本文利用基于广义误差分布的 VaR-EGARCH 模型计算得到的日均 VaR 可作为描述市场风险的有效指标, 所得结论如下: 1) 沪深 300 指数市场风险呈现阶段性波动的特点, 在这一背景下更应该密切注视现阶段和未来一段时期市场风险进一步上升的趋势。2) 收益波动的厚尾性说明了极端事件发生的概率大于正态分布下的概率, 这种极端风险(如 5%小概率)通常称之为尾部风险。对于交易者而言, 尤其要注意减少尾部风险, 减少极端风险事件发生的概率。3) 价格上涨或者下跌的不对称性, 即坏消息对市场的影响大于好消息对市场的影响, 沪深 300 股指的投资者对价格下跌是非常敏感的, 较小的价格下跌就可能引起恐慌性的抛售, 因为我国资本市场参与主体主要以中小投资为主, 相对于西方投资市场略显不成熟, 应当优化丰富市场参与主体, 削弱中小投资情绪对市场波动的影响, 引进西方先进的投资理念、风险管理技术, 引导“散户”识别、抵抗风险的能力。而且金融衍生品等风险管理的欠缺使得国内 A 股呈现单边行情, 加快金融衍生品的开发速度, 为投资者提供丰富的风险对冲手段, 满足机构投资者多样化的策略需求。

## 参考文献

- [1] Bollerslev, T. (1986) Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, **31**, 307-327. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(86\)90063-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(86)90063-1)
- [2] Engle, R.F. (1982) Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, **50**, 987-1007. <https://doi.org/10.2307/1912773>
- [3] Nelson, D.B. (1991) Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, **59**, 347-370. <https://doi.org/10.2307/2938260>
- [4] Engle, R.F. and Ng, V.K. (1993) Measuring and Testing the Impact of News on Volatility. *The Journal of Finance*, **48**, 1749-1778. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1993.tb05127.x>
- [5] Duan, J.C. (1995) The GARCH Option Pricing Model. *Mathematical Finance*, **5**, 13-32. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9965.1995.tb00099.x>
- [6] Giambastiani, B.M.S. (2007) Evoluzione Idrologica ed Idrogeologica della Pineta di San Vitale (Ravenna). PhD Thesis, Bologna University, Bologna.
- [7] Liu, X., Cheng, S., Wang, S., et al. (2008) An Empirical Study on Information Spillover Effects between the Chinese Copper Futures Market and Spot Market. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, **387**, 899-914. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2007.09.044>
- [8] Kupiec, P. (1995) Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models. *The Journal of Derivatives*, **3**, 73-84. <https://doi.org/10.3905/jod.1995.407942>
- [9] 赖文炜, 陈云. 我国股指期货市场波动的非对称性及其国际比较研究[J]. 商业研究, 2015, 57(5): 73-78.
- [10] 姚京, 李仲飞. VaR 估计中的模型风险——检验方法与实证研究[J]. 管理评论, 2005, 17(10): 3-7+54-63.
- [11] 蒋虹, 曲丹丹. 基于 VaR 的沪深 300 股指期货风险管理实证研究[J]. 经济问题, 2008(12): 119-122.
- [12] 王美今, 王华. 基于 GARCH-t 的上海股票市场险值分析[J]. 数量经济技术经济研究, 2002, 19(3): 106-109.
- [13] 曹原. 基于 t-GARCH 模型的风险价值 VaR 及其在我国股票市场中的实证分析[J]. 理论研究, 2012(2): 108-109.

### 知网检索的两种方式：

1. 打开知网首页：<http://cnki.net/>，点击页面中“外文资源总库 CNKI SCHOLAR”，跳转至：<http://scholar.cnki.net/new>，搜索框内直接输入文章标题，即可查询；  
或点击“高级检索”，下拉列表框选择：[ISSN]，输入期刊 ISSN：2161-0967，即可查询。
2. 通过知网首页 <http://cnki.net/>顶部“旧版入口”进入知网旧版：<http://www.cnki.net/old/>，左侧选择“国际文献总库”进入，搜索框直接输入文章标题，即可查询。

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：[fin@hanspub.org](mailto:fin@hanspub.org)