

The Influence Analysis of GPS Broadcast Ephemeris Fitting and Fitting Epoch Number

Song Guo^{1,2}, Jinzhan Su^{1,2}

¹College of Survey and Geo-Informatics, Tongji University, Shanghai

²Key Laboratory of National Survey and Geo-Informatics Bureau of Modern Engineering Survey, Shanghai
Email: guosong@tongji.edu.cn, 1335492@tongji.edu.cn

Received: Jul. 7th, 2016; accepted: Jul. 23rd, 2016; published: Jul. 29th, 2016

Copyright © 2016 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

Broadcast ephemeris fitting of navigation satellites is an important technical aspect in the satellite navigation system that affects the user's location accuracy. Ephemeris parameters fitting algorithm is derived, and the higher precision of parameter fitting with examples is obtained. Fitting arguments of large magnitude in parameters fitting result achieve the fitting accuracy of 1.0e+06 and above, and minor-level parameter fitting precision greater affected by computer floating-point precision needs to be further improved. This paper analyzes the different fitting epoch number effects on the results of parameter fitting, by detecting mutation of fitting epoch, helpful to find the best fitting duration.

Keywords

Fitting Broadcast Ephemeris, Best Fitting Duration, Floating Point Decimal, Small-Level Parameter Fitting

GPS广播星历的拟合与拟合历元数的影响分析

郭 宋^{1,2}, 苏晋展^{1,2}

¹同济大学测绘与地理信息学院, 上海

²现代工程测量国家测绘地理信息局重点实验室, 上海
Email: guosong@tongji.edu.cn, 1335492@tongji.edu.cn

收稿日期: 2016年7月7日; 录用日期: 2016年7月23日; 发布日期: 2016年7月29日

摘要

导航卫星的广播星历拟合是卫星导航系统中一个重要的技术环节, 影响到用户的定位精度。本文推导了星历参数的拟合算法, 并且通过算例得到了较高精度的参数拟合结果。参数的拟合结果中大数量级的拟合参数达到了 $1.0e+06$ 及以上的拟合精度, 小量级的参数拟合精度受到计算机浮点数的精度影响较大, 有待进一步提高。文中分析了不同拟合历元数对参数拟合结果的影响, 通过探测突变的拟合历元, 有助于寻找最佳的拟合时长。

关键词

拟合广播星历, 最佳拟合时长, 浮点数位数, 小量级参数拟合

1. 引言

在 GPS 定位中, 为了确定地面点的坐标, 必须先确定卫星的坐标。卫星坐标的计算主要依靠卫星的星历。GPS 星历分为精密星历和广播星历两类。它们各有优缺点, 前者精度较高, 但是存在延时, 主要用于事后处理, 例如 IGS 精密星历, 通常采用 SP3 格式, 以卫星在地固坐标系中离散点的坐标(和速度)提供给用户使用; 后者的精度较低, 但是能够实时转发给用户, 用于实时的导航和定位。广播星历由 GPS 的地面运行控制中心站计算得到, 以广播星历参数的形式提供给用户使用[1]。

目前, 许多国家都在建设自己的卫星导航系统, 导航卫星的广播星历拟合是卫星导航系统中一个重要的技术环节[2]。它的选择和设计不仅决定了导航卫星星历所能达到的精度, 而且还决定了导航用户算法的复杂程度[3]。本文用精密星历进行广播星历参数的拟合, 并对计算过程的方程病态性加以分析、并利用奇异值截断法进行计算改进, 得到一个可靠的结果。

2. 广播星历表达式

GPS 广播星历具有 16 个参数, 包括星历参考时刻 t_{oe} ; 6 个开普勒根数: 卫星轨道半长轴平方根 \sqrt{a} 、卫星轨道偏心率 e 、参考时刻 t_{oe} 的轨道倾角 i_0 、当前时间周开始时刻的升交点赤经 Ω_0 、近地点角距 ω_0 ; 参考时刻 t_{oe} 的平近点角 M_0 ; 9 个摄动参数: 平近地点角速度的改正数 Δn 、升交点赤经的变化率 Ω 、轨道倾角的变化率 i 、升交角距的正、余弦调和改正项振幅 Cus 、 Cuc 、轨道倾角的正、余弦调和改正项振幅 Cis 、 Cic 、地心距的正、余弦调和改正项振幅 Crs 、 Crc 。

GPS 星历表中的时间和坐标分别属于 GPS 时间系统和 WGS-84 坐标系。在 GPS 数据处理中, 常利用卫星的星历表参数来计算卫星天线相位中心在 WGS-84 坐标系中的位置, 其具体计算过程及相应的表达式如下[1] [4]

1) 半长轴:

$$a = (\sqrt{a})^2$$

2) 卫星平均角速度:

$$n_0 = \sqrt{GM/a^3}$$

3) 瞬时历元到参考历元的时间差:

$$t_k = t - t_{oe}$$

4) 平角速度:

$$n = n_0 + \Delta n$$

5) 平近点角:

$$M = M_0 + nt_k$$

6) 偏近点角 E :

$$M = E - e \sin E$$

7) 真近点角 f :

$$\begin{aligned} \cos f &= (\cos E - e) / (1 - e \cos E), \\ \sin f &= \sqrt{1 - e^2} \sin E / (1 - e \cos E) \end{aligned}$$

8) 维度参数:

$$\Phi = f + \omega$$

9) 周期改正项:

$$\begin{aligned} \delta u &= C_{us} \sin(2\Phi) + C_{uc} \cos(2\Phi), \\ \delta r &= C_{rs} \sin(2\Phi) + C_{rc} \cos(2\Phi), \\ \delta i &= C_{is} \sin(2\Phi) + C_{ic} \cos(2\Phi) \end{aligned}$$

10) 改正后的纬度参数:

$$u = \Phi + \delta u$$

11) 改正后的向径:

$$r = a(1 - e \cos E) + \delta r$$

12) 改正后的倾角:

$$i = i_0 + i \cdot t_k + \delta i$$

13) 升交点的经度:

$$\Omega = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_e) \cdot t_k - \dot{\Omega}_e \cdot t_{oe}$$

14) 卫星在轨道平面内的坐标:

$$\begin{aligned} x &= r \cos u, \\ y &= r \sin u \end{aligned}$$

15) 卫星在 WGS-84 坐标系中的坐标:

$$\begin{aligned} X &= x \cos \Omega - y \cos i \sin \Omega, \\ Y &= x \sin \Omega + y \cos i \cos \Omega, \\ Z &= y \sin i \end{aligned}$$

其中 GM 和 $\dot{\Omega}_e$ 分别为地球引力常数和地球自转角速度。

3. 广播星历拟合方法

3.1. 计算模型

将上节中卫星的坐标表示成位置向量:

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (1)$$

因此广播星历计算卫星坐标可以表示为如下形式[5]:

$$\mathbf{r} = F(t_i, toe, \sqrt{a}, \Delta n, M_0, e, \omega, C_{us}, C_{rs}, C_{is}, C_{uc}, C_{re}, C_{ic}, i_0, i, \Omega_0, \Omega) \quad (2)$$

其中 t_i 是要计算卫星坐标的时刻, 已知。参数 t_{oe} 也是作为已知量给出的, 因此只需对余下 15 个参数求偏导数便可得到线性化的观测方程:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \frac{\partial F}{\partial \sqrt{a}} \delta \sqrt{a} + \frac{\partial F}{\partial \Delta n} \delta \Delta n + \dots + \frac{\partial F}{\partial \Omega} \delta \Omega \quad (3)$$

由(3)式可得, 单历元的误差方程为:

$$V_i = B_i \delta x - l_i \quad (4)$$

其中

$$V_i = \begin{bmatrix} V_{X_i} \\ V_{Y_i} \\ V_{Z_i} \end{bmatrix}, \delta x = \begin{bmatrix} \delta \sqrt{a} \\ \delta \Delta n \\ \vdots \\ \delta \Omega \end{bmatrix}, l_i = \begin{bmatrix} X_i - X_{0i} \\ Y_i - Y_{0i} \\ Z_i - Z_{0i} \end{bmatrix}$$

$$B_i = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial F_{X_i}}{\partial \sqrt{a}} \right)_{toe} & \dots & \left(\frac{\partial F_{X_i}}{\partial \Omega} \right)_{toe} \\ \left(\frac{\partial F_{Y_i}}{\partial \sqrt{a}} \right)_{toe} & \dots & \left(\frac{\partial F_{Y_i}}{\partial \Omega} \right)_{toe} \\ \left(\frac{\partial F_{Z_i}}{\partial \sqrt{a}} \right)_{toe} & \dots & \left(\frac{\partial F_{Z_i}}{\partial \Omega} \right)_{toe} \end{bmatrix}$$

令

$$V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_k \end{bmatrix}, l = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_k \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_k \end{bmatrix}$$

其中 k 为观测历元总数。由此可得总的观测误差方程为:

$$V = B \delta x - l \quad (5)$$

式中 δx 含有 15 个参数, 因此只要 $k > 5$ 即可根据最小二乘原理[1] [6], 利用间接平差解得广播星历参数的改正数:

$$\delta x = (B^T B)^{-1} B^T l \quad (6)$$

$$X = X^0 + \delta x \quad (7)$$

根据(5)、(6)、(7)式进行间接平差迭代求解。迭代的收敛条件为:

$$|\delta_{i+1} - \delta_i| / \delta_i < \xi \quad (8)$$

其中, ξ 是预先给定的阈值, 取 $1.0\text{e}-05$, $\delta_i = \sqrt{V^T V / (3k - 15)}$ 是第 i 次迭代的单位权方差。

3.2. 数值导数计算系数矩阵 B

B 阵为(3)中观测方程系数的矩阵形式, 可以通过解析法求偏导计算, 但解析法较为复杂不利于计算机运算, 本文采用数值导数的方式计算。

由偏导数的定义:

$$\frac{\partial y}{\partial x_i} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} [f(x_1, x_2, \dots, x_i + \Delta, \dots) - f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots)] / \Delta \quad (9)$$

当 Δ 足够小的时候, 这一导数可以近似写成数值导数的形式

$$\frac{\partial y}{\partial x_i} \approx [f(x_1, x_2, \dots, x_i + \Delta, \dots) - f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots)] / \Delta \quad (10)$$

结合本文系数阵 B 阵的实际, 则有

$$\frac{\partial F_i}{\partial \sqrt{a}} = \frac{F(t_i, toe, \sqrt{a} + \Delta, \dots) - F(t_i, toe, \sqrt{a}, \dots)}{\Delta} \quad (11)$$

因此误差方程系数阵 B_i 第一列为:

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{\partial F_{x_i}}{\partial \sqrt{a}} \right)_{toe} \\ \left(\frac{\partial F_{y_i}}{\partial \sqrt{a}} \right)_{toe} \\ \left(\frac{\partial F_{z_i}}{\partial \sqrt{a}} \right)_{toe} \end{bmatrix} = \frac{\partial F_i}{\partial \sqrt{a}} = \frac{F(t_i, toe, \sqrt{a} + \Delta, \dots) - F(t_i, toe, \sqrt{a}, \dots)}{\Delta} \quad (12)$$

其他偏导系数同理可依次求出, 此处略。

4. 算例分析

本文采用 GPS 星期第 1765 周第一天即 2013 年 11 月 03 日的 IGS 精密星历作为观测值, 拟合当日格林尼治时间 12 h 参考时刻的广播星历参数。IGS 精密星历提供的卫星坐标时间间隔为 15 分钟。由计算模型可知, 只要历元数大于 5 便能根据最小二乘原理进行间接平差。本文用不同的历元数进行拟合计算, 并比较不同拟合历元数所得广播星历的精度。将拟合的广播星历参数计算参考历元时刻的卫星坐标与精密星历对应时刻的坐标差异作为广播星历精度的评价指标。最后将最优的拟合参数与当日卫星所发送的广播星历进行比较, 说明实际的应用意义。

15 个广播星历参数中 9 个摄动参数的初值设为 0, 6 个轨道根数的初值如表 1 所示。

本文数值导数的增量为 $1.0\text{e}-08$ 。

Table 1. Six-orbital initial value

表 1. 六个轨道根数的初值

参数	\sqrt{a}	i_0	e	ω	Ω_0	M
初值	5154	0.9	0.01	2	2.5	2.5

4.1. 不同拟合历元个参数变化

不同拟合历元, 各参数的变化情况略有不同, 但在某一特定历元大部分参数出现了曲线的突变, 这样的变化有助于我们找出最佳的拟合历元。下面以卫星 11 号, 2013 年 11 月 03 日格林尼治 12:00 的广播参数拟合为例, 说明各参数不同拟合历元的参数变化, 各参数的变化曲线见图 1。

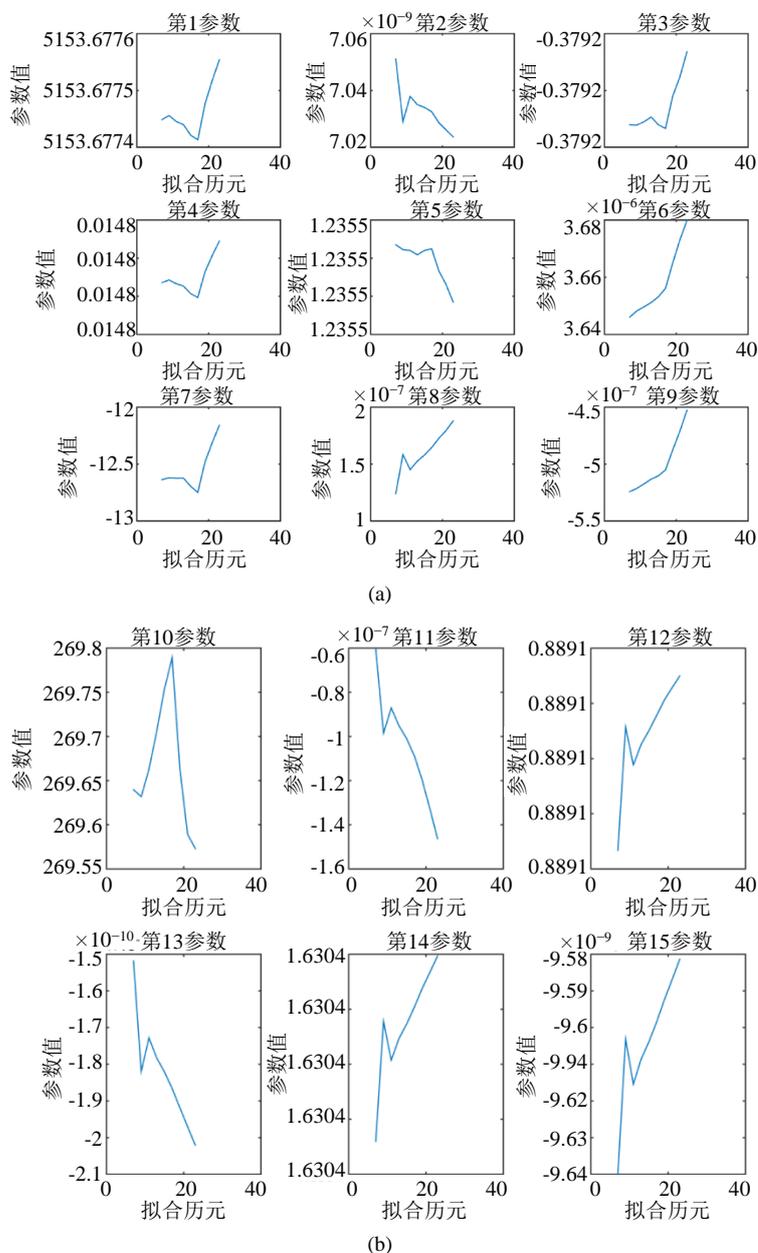


Figure 1. (a) Broadcast ephemeris parameters fitting parameters result in different epochs of the curve (1 - 9 parameters). The 1th to 5th parameters are $\sqrt{a}, \Delta n, M_0, e, \omega, C_{us}, C_{rs}, C_{is}, C$; (b) Broadcast ephemeris parameters fitting parameters result in different epochs of the curve (10 - 15 parameters). The 10th to 15th parameters are $C_{rc}, C_{ic}, i_0, i, \Omega_0, \Omega$

图 1. (a) 广播星历参数不同拟合历元数的参数结果变化曲线(1~9 参数)。其中第 1 到第 9 参数分别是： $\sqrt{a}, \Delta n, M_0, e, \omega, C_{us}, C_{rs}, C_{is}, C$ ；(b) 广播星历参数不同拟合历元数的参数结果变化曲线(10~15 参数)。其中第 10 到第 15 参数分别是： $C_{rc}, C_{ic}, i_0, i, \Omega_0, \Omega$

从各参数的变化情况可以看出, 参数变化的出现在两个历元出。其一为 9 个拟合历元处, 另一个为 17 个拟合历元处。其中在 9 个拟合历元处出现转折的参数为: $\Delta n, C_{is}, C_{ic}, i_0, i, \Omega_0, \Omega$, 而在 17 个拟合历元处出现转折的参数分别为: $\sqrt{a}, M_0, \omega, C_{us}, C_{rs}, C_{rc}$ 。从参数的变化情况来看, 可以初步断定最佳的拟合历元数应该在 9 到 17 个历元之间。参数在特定的拟合历元数发生突变的原因有待于进一步的研究。

4.2. 拟合参数与实际广播星历参数的比较

为了比较拟合广播星历的实际应用价值, 下面将拟合计算所得的参数与相同参考时刻相同卫星发布的广播星历进行比较, 比较结果见表 2。

表 2 中给出了卫星 11 号 2013 年 11 月 03 日格林尼治 12: 00 为参考时刻的, 15 个拟合历元数过拟合的结果与当日卫星广播的结果的比较。从表中可以看出, 拟合参数均达到了较高的精度, 证明算法的正确性以及使用性。同时结果中存在不足的是, 对于极小量级的参数的拟合效果不佳。这个主要原因为计算机浮点数的精度有限, 因此为了提高参数的拟合参数因该加大浮点数的位数, 以获得高精度的拟合结果。

5. 结论

本文推导了拟合广播星历的方法, 并且在求取误差方程系数阵时引入数值导数的方法。最后通过算例证明了方法是正确的。

通过算例的分析可知, 不同的拟合历元数所得参数的结果具有差异, 并且参数值在特定的拟合历元数出现明显的突变与转折。该转折的具体原因有待进一步的研究。不过笔者断定转折有助于我们决定最

Table 2. Comparison of fitting parameters and parameters of satellite broadcasting
表 2. 拟合参数与卫星广播参数的比较

参数	拟合值	广播星历值	差值	相对误差
1	5.1536774269E+03	5.1536772938E+03	-1.3307419249E-04	-2.58E-08
2	7.0354957738E-09	7.0088633759E-09	-2.6632397903E-11	-3.80E-03
3	-3.7920565558E-01	-3.7920578950E-01	-1.3391738113E-07	3.53E-07
4	1.4751157084E-02	1.4751165989E-02	8.9049194511E-09	6.04E-07
5	1.2355322795E+00	1.2355323861E+00	1.0657108063E-07	8.63E-08
6	3.6510600404E-06	3.6619603634E-06	1.0900322987E-08	2.98E-03
7	-1.2675470388E+01	-1.2625000000E+01	5.0470387678E-02	-4.00E-03
8	1.5255678019E-07	1.6391277313E-07	1.1355992938E-08	6.93E-02
9	-5.1516177681E-07	-5.0105154514E-07	1.4110231665E-08	-2.82E-02
10	2.6970820145E+02	2.6965625000E+02	-5.1951445255E-02	-1.93E-04
11	-9.4441570740E-08	-1.0803341866E-07	-1.3591847916E-08	1.26E-01
12	8.8906911228E-01	8.8906914338E-01	3.1097491582E-08	3.50E-08
13	-1.7800478874E-10	-1.8679349498E-10	-8.7887062406E-12	4.71E-02
14	1.6303709456E+00	1.6303710645E+00	1.1895197471E-07	7.30E-08
15	-9.6087944750E-09	-9.5975426333E-09	1.1251841732E-11	-1.17E-03

佳的拟合历元数。最后本文将拟合的结果与实际的广播参数进行了比较。从比较的结果中可以看出, 应用本文所述的方法得到了较高精度的广播星历参数, 具有很高的实际运用价值。但是极小量级的参数收到了计算机浮点数精度的影响, 未能达到很高的精度。所以应该增加浮点数的位数, 以获得高精度小量级参数。

基金项目

国家自然科学基金, 编号: 41201425。

参考文献 (References)

- [1] 崔先强, 焦文海, 贾小林, 等. GPS 广播星历参数拟合算法[J]. 测绘学院学报, 2004, 21(4): 244-246.
- [2] 文援兰, 刘光明, 张志. 基于无奇异变换的卫星广播星历拟合算法[J]. 宇航学报, 2011, 32(12): 2478-2483.
- [3] 陈刘成, 韩春好, 陈金平. 广播星历参数拟合算法研究[J]. 测绘科学, 2007, 32(3): 12-14.
- [4] 吴宅莲, 吴会英, 刘国华. GPS 广播星历参数算法研究[C]//中国卫星导航学术年会组委会. 第二届中国卫星导航学术年会电子文集, 北京, 2011.
- [5] 王解先, 测绘学. GPS 精密定轨定位[M]. 上海: 同济大学出版社, 1997.
- [6] 秦显平, 徐天河, 易维勇. 抗差最小二乘法在卫星测高数据处理中的应用[J]. 测绘学院学报, 2001, 18(1): 20-23.

期刊投稿者将享受如下服务:

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>