‘两奇数和’定理[1]

区国平

西樵镇太平国兴小区国兴二街6号，广东佛山
Email: 3299581878@qq.com

收稿日期：2021年2月1日；发布日期：2021年2月3日

摘　要

运用等差数列的概念去设想，证明除了(1 + 1)的和以外，任意两奇数的和都可以是等于两素数之和暨‘两奇数和’定理。以‘两奇数和’的定理，证明 > 2的偶数都是两个素数之和。

关键词

‘两奇数和’定理，大于2的偶数都是两个素数之和

A Prime Number Theory

Guoping Ou

No.6, Guoxing 2nd Street, Taiping Guoxing community, Xiqiao Town, Guangdong Foshan
Email: 3299581878@qq.com

Received: Feb. 1[ST], 2021, published: Feb.3[nd], 2021

Abstract

By elementary method, we discuss and prove that even numbers greater than 2 are the sum of two prime numbers.

Keywords

The Theorem of ‘The Sum of Two Odd Numbers’, Any Even Number Greater Than 2 is the Sum of Two Primes

[1] 文中所论述的形如 $6n-1$ 和 $6n+1$ 的数，都是正整数。即论述中 n 的值域都是 $n \in N^*$，不逐一地注明。并把具有无限多项的等差数列，称作无穷等差数列。又论述中的数列都是递增数列，也不逐一地注明。

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021

1. 引言

因为 1 这个数不作为素数。所以若除了(1 + 1)的和之外，如果任意两个奇数的和都可以是等于两个素数之和，那就可以把它定义为‘两奇数和’定理。

由于 >0 的偶数都可以是等于两个奇数的和。故若证明了除了(1 + 1)的和之外，任意两个奇数的和都可以是等于两个素数之和，那即就是证明了 >2 的偶数，它都可以是等于两个素数之和。

又由于 ≥ 3 的素数都属于奇数，而全体奇数从小到大的依次排列是一个无穷的等差数列。故运用等差数列的概念去构思，那就能够证明除了(1 + 1)的和之外，任意两个奇数的和都可以是等于两个素数之和的‘两奇数和’定理。下面是对‘两奇数和’定理的具体论述与证明。

2. 奇数的可划分

因 $n \in N^*$时，无穷等差数列：$5,11,17,23,\cdots$ 可表为$\{a_n = 6n-1\}$

无穷等差数列：$7,13,19,25,\cdots$ 可表为$\{a_n = 6n+1\}$

无穷等差数列：$9,15,21,27,\cdots$ 可表为$\{a_n = 6n+3\}$

故数列$\{a_n = 6n-1\}$，$\{a_n = 6n+1\}$，$\{a_n = 6n+3\}$中的这些数，就是 ≥ 5 的全体奇数了。即 ≥ 5 的全体奇数可依次划分排列为$\{a_n = 6n-1\}$，$\{a_n = 6n+1\}$，$\{a_n = 6n+3\}$这三个都是以 6 为公差的无穷等差数列。因数列$\{a_n = 6n+3\}$每项的数 $a_n = 6n+3 = 3(2+1)$都是合数，且 ≥ 3 的素数都是属于奇数。所以>3 的素数都必排列在数列$\{a_n = 6n-1\}$或数列$\{a_n = 6n+1\}$之中。**(论述中 n 的值域都是 $n \in N^*$，不逐一注明)**

为方便论述，把数列$\{a_n = 6n-1\}$中的数都设为 **a 奇数**，数列$\{a_n = 6n+1\}$中的数都设为 **b 奇数**，数列$\{a_n = 6n+3\}$中的数都设为 **c 奇数**。即把 ≥ 5 的全体奇数划分为 a 奇数，b 奇数，c 奇数三大类。因此 >3 的素数都是 a 奇数或 b 奇数中的数。即 a 奇数和 b 奇数中的数，若不是合数就必然是素数，若不是素数就必然是合数。所以又把奇数中的合数称奇合数，奇数中的素数称奇素数。

因而 a 奇数中便有 **a 奇合数**与 **a 奇素数**之分。b 奇数中便有 **b 奇合数**与 **b 奇素数**之分。全部的 c 奇数则是 **c 奇合数**。即奇数中的合数可分为 a 奇合数，b 奇合数，c 奇合数三大类。所有 >3 的素数是只有 a 奇素数和 b 奇素数两大类。

3. ‘≥5 的任意两个奇数的和都是 a 奇数 b 奇数中的两个数之和’

因 a 奇数是表示数列$\{a_n = 6n-1\}$每项的数，而数列$\{a_n = 6n-1\}$每项的数都形如 $6n-1$ 的数；b 奇数是表示数列$\{a_n = 6n+1\}$每项的数，而数列$\{a_n = 6n+1\}$每项的数都形如 $6n+1$ 的数；c 奇数是表示数列$\{a_n = 6n+3\}$每项的数，而数列$\{a_n = 6n+3\}$每项的数都形如 $6n+3$ 的数。**即 a 奇数都是形如 $6n-1$ 的数。b 奇数都是形如 $6n+1$ 的数。c 奇数都是形如 $6n+3$ 的数。**

因此可得到以下关系：

i $\because (6n-1)+(6n+3) = (6n-1+2)+(6n+3-2) = (6n+1)+(6n+1)$

$\therefore$任意一个形如 $6n-1$ 的数与任意一个形如 $6n+3$ 的数之和，都必可以是等于两个形如 $6n+1$ 的数之和。**即：任意一个 a 奇数与任意一个 c 奇数的和，都必可以等于两个 b 奇数之和。**

ii $\because (6n+1)+(6n+3) = (6n+1-2)+(6n+3+2) = (6n-1)+(6n+5)$

又$\because 6n+5 = 6n+6-1 = 6(n+1)-1$，故$(6n+5)$是形如 $6n-1$ 的数。

$\therefore$任意一个形如 $6n+1$ 的数与任意一个形如 $6n+3$ 的数之和，都必可以是等于两个形如 $6n-1$ 的数之和。**即：任意一个 b 奇数与任意一个 c 奇数的和，都必可以等于两个 a 奇数之和。**

iii $\because (6n+3)+(6n+3) = (6n+3+2)+(6n+3-2) = (6n+5)+(6n+1)$

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021

又如 ii 中所论，$(6n + 5)$是形如 $6n - 1$ 的数。

∴任意两个形如 $6n + 3$ 的数之和，都必可以是等于一个形如 $6n - 1$ 的数与一个形如 $6n + 1$ 的数之和。**即：任意两个 c 奇数的和，都必可以等于一个 a 奇数与一个 b 奇数之和。**

因为 a 奇数 b 奇数中任意两个数的和，它本身就是 a 奇数 b 奇数中的两个数之和。所以结合 i、ii、iii 中的推理，这就可以论断：a 奇数，b 奇数，c 奇数中的任意两个数的和，都可以是等于 a 奇数 b 奇数中的两个数之和。由于这些 a 奇数 b 奇数 c 奇数是所有 ≥ 5 的全部奇数。**因此 ≥ 5 的任意两个奇数的和，都可以是等于 a 奇数 b 奇数中的两个数之和。**

所以下面通过 a 奇数 b 奇数的任意两个数之和，论述证明除了$(1 + 1)$的和之外，任意两奇数的和都可以是等于两素数之和的‘两奇数和’定理。

4. 导出‘除了(1 + 1)的和之外任意两奇数的和都可以是等于两素数之和’的原理

如 2 中所论，全体 ≥ 5 的奇数是可划分为 a 奇数，b 奇数，c 奇数三大类。并且 < 5 的奇数只有 1 与 3 两个奇数。又如 3.中所论，b 奇数都是形如 $6n + 1$ 的数，c 奇数都是形如 $6n + 3$ 的数，而且 $n \in N^*$，即 $n \neq 0$. 故若令 $n = 0$，那 $6n + 1 = 6 \times 0 + 1 = 1$；$6n + 3 = 6 \times 0 + 3 = 3$。所以 1 这个数是可属于 b 奇数，3 这个数是可属于 c 奇数。

由于 a 奇数，b 奇数，c 奇数，它们分别各自从小到大的依次排列，都是以 6 为公差的无穷等差数列。又由于 5 是 a 奇数中最小的数，7 是 b 奇数中最小的数，9 是 c 奇数中最小的数。而且 1 这个数它可属于 b 奇数，3 这个数它可属于 c 奇数。

因此，分别都是以 6 为公差排列的 a 奇数，b 奇数，c 奇数当中，这些 > 5 的 a 奇数和 > 7 的 b 奇数及 > 9 的 c 奇数，它们分别与 1 与 3 的和，那就是等同于：等于 5 的 a 奇数和等于 7 的 b 奇数及等于 9 的 c 奇数，它们分别与 > 1 的 b 奇数与 > 3 的 c 奇数之和。即就是 a 奇数，b 奇数，c 奇数中的两个数之和。故如 3 中所论，它们分别都可以是等于 a 奇数 b 奇数中的两个数之和。

所以 > 5 的 a 奇数，>7 的 b 奇数，>9 的 c 奇数，它们分别与 1 与 3 的和，都必可以等于 a 奇数 b 奇数中的两个数之和。故可作以下推论。

推论：

∵如 2 中所论，全体 ≥ 5 的奇数可划分为 a 奇数 b 奇数 c 奇数三大类。且 3.中论证了 ≥ 5 的任意两个奇数的和，都可以是等于 a 奇数 b 奇数中的两个数之和。又刚论证了 > 5 的 a 奇数，>7 的 b 奇数它们分别与 1 与 3 的和，也都可以是等于 a 奇数 b 奇数中的两个数之和。

而∵5 是 a 奇数中最小数，它与 1 与 3 分别的和$(5 + 1 = 3 + 3; 5 + 3 = 5 + 3)$都可以是等于两个素数之和。7 是 b 奇数中最小数，它与 1 与 3 分别的和$(7 + 1 = 5 + 3; 7 + 3 = 5 + 5)$也都可以是等于两个素数之和。

∴若 a 奇数 b 奇数中任意两个数的和，如果都可以是等于两个素数之和。那么每个 ≥ 5 的奇数，

它们分别与包括 1 和 3 在内的任意一个奇数的和，那就都必可以等于两个素数之和了。

又∵ < 5 的奇数只有 1 和 3 两个奇数。而且 2 这个数也是素数，故 1 与 3 的和$(1 + 3 = 2 + 2)$

也都可以等于两个素数之和。并且$(3 + 3)$的和，它本身就是两个素数的和。但 1 这个数不作为素数。

∴若证明了 a 奇数 b 奇数中的任意两个数的和，都可以是等于两个素数之和。那么除了$(1 + 1)$的和之外，任意两个奇数的和，这就都可以等于两个素数之和了。即所推论的 a 奇数 b 奇数中任意两个数的和，若都可以是等于两个素数之和。那就是除了$(1 + 1)$的和之外，任意两奇数的和，都可以是等于两素数之和的原理了。故须证明 a 奇数 b 奇数中的任意两个数的和，都必可以是等于两个素数之和。

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021

5. a 奇数 b 奇数的性质

首先说明：这些 a 奇数，b 奇数，c 奇数分别各自从小到大的依次排列，称作是 a 奇数，b 奇数，c 奇数各自的自然排列。

因 4 中论证了：若证明了 a 奇数 b 奇数中的任意两个数的和，都可以是等于两个素数之和。那么除了(1 + 1)的和之外，任意两个奇数的和，那就都可以等于两个素数之和了。而 a 奇数 b 奇数中分别都必有素数和合数。所以，要证明 a 奇数 b 奇数中任意两个数的和，都可以是等于两个素数之和，那必须找出 a 奇数 b 奇数中的奇素数与奇合之间所存在的性质和关系。

因此，这就必须对 a 奇数 b 奇数分别各自的奇素数的个数及奇合数的个数进行解析。而这样又必须首先找出 a 奇数 b 奇数它们中各自的奇合数的个数。

5.1. 所有 a 奇合数和 b 奇合数分别的个数

下面通过解析奇数中的合数，去求出所有 a 奇合数 b 奇合数分别的个数。

解析 1

∵如 3 中所论，a 奇数都是形如 $6n - 1$ 的数，b 奇数都是形如 $6n + 1$ 的数。

∴a 奇合数是形如 $6n - 1$ 的合数，b 奇合数是形如 $6n + 1$ 的合数。而形如 $6n - 1$ 和 $6n + 1$ 的合数，都是奇数中的合数，即都是奇合数。

又∵奇合数也是奇数，且奇数只能是被奇数整除。故根据合数的概念，那每一个的奇合数都必然一定是等于两个>1 的奇数的乘积。

∴若设：$2x + 1$ 和 $2y + 1(x, y \in N^*)$分别是两个 > 1 的奇数。

那么：$(2x + 1)(2y + 1) = 4xy + 2x + 2y + 1$。因而 $4xy + 2x + 2y + 1$ 它是任意奇合数的表达式了。即所有每一个奇合数都是形如 $4xy + 2x + 2y + 1$ 的数。形如 $4xy + 2x + 2y + 1$ 的数都是奇合数。**(论述中 x，y 的取值范围都是 x，y $\in$ N^*，不逐一注明。)**

∵形如 $6n - 1$ 和 $6n + 1$ 的合数都是奇合数。而每个奇合数都是形如 $4xy + 2x + 2y + 1$ 的数，且每个形如 $4xy + 2x + 2y + 1$ 的数都是奇合数，即都是合数。

∴形如 $4xy + 2x + 2y + 1$ 的这些数当中，那些也是形如 $6n - 1$ 和 $6n + 1$ 的数，这就必然是形如 $6n - 1$ 和 $6n + 1$ 的合数了。即就是 a 奇合数和 b 奇合数。

∵n $\in$ N^*，故 n 它的值必然是 $1, 2, 3, 4, 5, \cdots$这公差 $d = 1$ 的无穷等差数列中每项的数。

∴$6n - 1$ 和 $6n + 1$ 中 n 的值，它必然也是表示每个形如 $6n - 1$ 和 $6n + 1$ 的数分别的序号。如：$n = 4$ 时，即那第四(4)个形如 $6n - 1$ 的数是 23，那第四(4)个形如 $6n + 1$ 的数是 25 而形如

$6n - 1$ 的数是 a 奇数，形如 $6n + 1$ 的数是 b 奇数。即 a 奇数中的每个 a 奇素数和每个 a 奇合数分别都必有它的序号。b 奇数中的每个 b 奇素数和每个 b 奇合数分别也都必有它的序号。

∴只须在这些形如 $4xy + 2x + 2y + 1$ 的合数中，找出那些也是形如 $6n - 1$ 和 $6n + 1$ 的数而 n 相应分别所该取的这些值，那就是形如 $6n + 1$ 和 $6n + 1$ 这些合数分别的这些序号了。而这些序号的个数就必然是形如 $6n - 1$ 和 $6n + 1$ 这些合数的个数，即就是这些 a 奇合数和 b 奇合数的个数。

解析 2

如解析 1 所论，每个奇合数都形如 $4xy + 2x + 2y + 1$ 的数。而又因 x，y $\in$ N^*，所以可以把 $4xy + 2x + 2y + 1$ 中 x 的值划分为 $x = 1 + 3k, x = 2 + 3k, x = 3 + 3k$ (k $\in$ N)三大类。

∵在 $4xy + 2x + 2y + 1$ 中，当 $x = 1 + 3k$ 时

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021

得：$4y(1+3k)+2(1+3k)+2y+1=6(2ky+k+y)+3$。

而∵$6(2ky+k+y)+3$ 的数，都是形如 $6n+3$ 的数，且 $6n+3\neq 6n-1\neq 6n+1$。

∴当 $x=1+3k$ ($k\in N$)时这些形如 $4xy+2x+2y+1$ 的合数当中是不存在形如 $6n-1$ 和 $6n+1$ 的合数。

又如解析 1 所论，形如 $6n-1$ 和 $6n+1$ 的合数是奇合数，奇合数都形如 $4xy+2x+2y+1$ 的数，而因为 $x=1+3k$ ($k\in N$)时，这些形如 $4xy+2x+2y+1$ 的合数当中，是不存在形如 $6n-1$ 和 $6n+1$ 的合数。又因为 $4xy+2x+2y+1$ 中 x 的值，它是可划分为 $x=1+3k$ 和 $x=2+3k$ 及 $x=3+3k$ 这三大类。且 $1+3k\neq 2+3k\neq 3+3k$。

∴只有当 $x=2+3k$ 和 $x=3+3k$ ($k\in N$)时，这些形如 $4xy+2x+2y+1$ 的合数，才含有并且是含有了所有形如 $6n-1$ 和 $6n+1$ 的合数。下面的解析 3—6 是解析及求出了所有形如 $6n-1$ 和 $6n+1$ 这些合数，它们中分别的 n 相应所该取的这些值。

解析 3

∵当 $x=2+3k$ 和 $x=3+3k$ ($k\in N$)时，这些形如 $4xy+2x+2y+1$ 的合数是必含有了所有形如 $6n-1$ 和 $6n+1$ 的合数。

∴❶首先设：$4xy+2x+2y+1=6n-1$. 并首先以 $x=2+3k$ ($k\in N$)代入这等式中

那么得：$4y(2+3k)+2(2+3k)+2y+1=6n-1$

故得：$6n=12ky+6k+10y+6$。即 $n=2ky+k+1+5y\div 3$

∵$n\in N^*$，即 n 必须是正整数。且 $k\in N$

∴$n=2ky+k+1+5y\div 3$ 这等式中，y 必须是 $y=3+3t$ 的数($t\in N$)等式才成立。

故以 $y=3+3t$ 代入 $n=2ky+k+1+5y\div 3$ 这等式中

得：$n=2k(3+3t)+k+1+5(3+3t)\div 3$. 即：$n=k(6t+7)+5t+6$

∵$k\in N$.故在 $n=k(6t+7)+5t+6$ 等式中，令 $k=0,1,2,3,\cdots,u,\cdots$ 依次分别去取值**(为避免混淆，这里以 u 替代惯用的 n.)**

∴得：$k=0$ 时，有 $n_1=5t+6$

$k=1$ 时，有 $n_2=11t+13$

$k=2$ 时，有 $n_3=17t+20$

……

$k=u$ 时，有 $n_u=5t+6+(u-1)(6t+7)$

……

即 $n=k(6t+7)+5t+6$ 中，令 $k=0,1,2,3,\cdots,u,\cdots$ 依次分别去取值，那就必然得到了：

$n_1=5t+6$，$n_2=11t+13$，$n_3=17t+20$，……，$n_u=5t+6+(u-1)(6t+7)$，……。这存在着$(6t+7)$作为公差的无限多个等式。

又∵$t\in N$

∴$n_1=5t+6$，$n_2=11t+13$，$n_3=17t+20$，……，$n_u=5t+6+(u+1)(6t+7)$，……。这无限多个分别的等式中，令 $t=0,1,2,3,\cdots$ 连续不断的去取值，就必然得到了无限多个的无穷等差数列。且以 $m\in N^*$ 表示这些数列中的项的序号。

即：$n_1=5t+6$ 中，令 $t=0,1,2,3,\cdots$

得：$n_1=6,11,16,21,\cdots$ 是一个无穷等差数列$\{a_m=5m+1\}$ (A_1)

而 $n_2=11t+13$ 中，令 $t=0,1,2,3,\cdots$

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021

得：$n_2 = 13, 24, 35, 46, \cdots$ 是一个无穷等差数列$\{a_m = 11m + 2\}$ (A_2)

而 $n_3 = 17t + 20$ 中，令 $t = 0, 1, 2, 3, \cdots$

得：$n_3 = 20, 37, 54, 71, \cdots$ 是一个无穷等差数列$\{a_m = 17m + 3\}$ (A_3)

……

即 $n_1, n_2, n_3, \cdots$ 这无限多个等式中，分别都令 $t = 0, 1, 2, 3, \cdots$ 连续不断的去取值，就必然得到了 $(A_1), (A_2), (A_3), \cdots$ 这组无限多个的无穷等差数列。把这组无限多个的数列设为 A 组中的数列。

∵如 n_1，n_2，n_3 等式中所得到的 $(A_1), (A_2), (A_3)$ 这三个无穷等差数列，它们分别都必然是以等式中 t 的系数作公差的。以等式中当 $t = 0$ 所得的值作首项的。而 $n_1, n_2, n_3, \cdots$ 这无限多个的等式中，等式与等式之间是存在$(6t + 7)$的公差。

∴在作为等式与等式之间的公差 $6t + 7$ 中，t 的系数 6 就必然是 $(A_1), (A_2), (A_3), \cdots$ 这些数列中，数列与数列的公差之间所存在的公差。$6t + 7$ 中当 $t = 0$ 所得到的 7 这个值就必然是 $(A_1), (A_2), (A_3), \cdots$ 这些数列中，数列与数列的首项之间所存在的公差。即 $(A_1), (A_2), (A_3), \cdots$ 这无限多个的无穷等差数列中，从第二个数列开始，每个数列的首项与前一数列的首项之间是存在公差的。每个数列的公差与前一数列的公差之间也是存在公差的。

∴只须按照数列 $(A_1), (A_2), (A_3)$ 它们中的首项与首项之间及公差与公差之间，分别所存在的公差去推算，这就能得到每个数列的下一个数列了。即不断的依次去推算，那就能得到 A 组中的这无限多个的无穷等差数列了。

因此 $x = 2 + 3k$ ($k \in N$)时这些形如 $4xy + 2x + 2y + 1$ 的合数当中，那些也是形如 $6n - 1$ 的合数而 n 分别相应所须取的那些值，必然一定是 A 组中它那规律性排列的：

$\{a_m = 5m + 1\}$，$\{a_m = 11m + 2\}$，$\{a_m = 17m + 3\}$，……这无限多个数列中的这些数。

解析 4

∵当 $x = 2 + 3k$ 和 $x = 3 + 3k$ ($k \in N$)时，这些形如 $4xy + 2x + 2y + 1$ 的合数是必含有了所有形如 $6n - 1$ 的合数。而解析 3 已对 $x = 2 + 3k$ 时这些形如 $4xy + 2x + 2y + 1$ 的合数当中，那些同时也是形如 $6n - 1$ 的合数进行了解析。

∴❷设：$4xy + 2x + 2y + 1 = 6n - 1$。且以 $x = 3 + 3k$ ($k \in N$)代入这等式中

那么得：$4y(3 + 3k) + 2(3 + 3k) + 2y + 1 = 6n - 1$

故得：$6n = 12ky + 6k + 14y + 8$。即 $n = 2ky + k + (7y + 4) \div 3$

∵$n \in N^*$，即 n 必须是正整数。且 $k \in N$

∴$n = 2ky + k + (7y + 4) \div 3$ 这等式中，y 必须是 $y = 2 + 3t$ 的数($t \in N$)等式才成立。故以 $y = 2 + 3t$ 代入 $n = 2ky + k + (7y + 4) \div 3$ 这等式中

得：$n = 2k(2 + 3t) + k + [7(2 + 3t) + 4] \div 3$。即：$n = k(6t + 5) + 7t + 6$

∵$k \in N$.故在 $n = k(6t + 5) + 7t + 6$ 等式中，令 $k = 0, 1, 2, 3, \cdots, u, \cdots$ 依次分别去取值

∴得：$k = 0$ 时，有 $n_1 = 7t + 6$

$k = 1$ 时，有 $n_2 = 13t + 11$

$k = 2$ 时，有 $n_3 = 19t + 16$

……

$k = u$ 时，有 $n_u = 7t + 6 + (u - 1)(6t + 5)$

……

即 $n = k(6t + 5) + 7t + 6$ 中，令 $k = 0, 1, 2, 3, \cdots, u, \cdots$ 依次分别去取值，那就必然得到了：

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021

$n_1 = 7t + 6, n_2 = 13t + 1, n_3 = 19t + 16$, ……, $n_u = 7t + 6 + (u - 1)(6t + 5)$, ……

这存在着$(6t + 5)$作为公差的无限多个等式。

又∵$t \in N$

∴$n_1 = 7t + 6$，$n_2 = 13t + 11$，$n_3 = 19t + 16$，……，$n_u = 7t + 6 + (u - 1)(6t + 5)$，……。这无限多个分别的等式中，令 $t = 0,1,2,3,\cdots$ 连续不断的去取值，就必然得到了无限多个的无穷等差数列。也以 $m \in N^*$ 表示这些数列中的项的序号。

即：$n_1 = 7t + 6$ 中，令 $t = 0,1,2,3,\cdots$

得：$n_1 = 6,13,20,27,\cdots$ 是一个无穷等差数列$\{a_m = 7m - 1\}$ (B_1)

而 $n_2 = 13t + 11$ 中，令 $t = 0,1,2,3,\cdots$

得：$n_2 = 11,24,37,50,\cdots$ 是一个无穷等差数列$\{a_m = 13m - 2\}$ (B_2)

而 $n_3 = 19t + 16$ 中，令 $t = 0,1,2,3,\cdots$

得：$n_3 = 16,35,54,73,\cdots$ 是一个无穷等差数列$\{a_m = 19m - 3\}$ (B_3)

……

即 $n_1,n_2,n_3,\cdots$ 这无限多个等式中，分别都令 $t = 0,1,2,3,\cdots$ 连续不断的去取值，就必然得到

了 $(B_1),(B_2),(B_3),\cdots$ 这组无限多个的无穷等差数列。把这组无限多个的数列设为 B 组中的数列。

∵n_1，n_2，n_3，…这无限多个的等式中，等式与等式之间是存在$(6t + 5)$的公差。

∴如同解析 3 所论，$(B_1),(B_2),(B_3),\cdots$ 这无限多个的无穷等差数列中，数列与数列的首项之间是存在公差的。数列与数列的公差之间也是存在公差的。

因此 $x = 3 + 3k$ $(k \in N)$时这些形如 $4xy + 2x + 2y + 1$ 的合数当中，那些也是形如 $6n - 1$ 的合数而 n 分别相应所须取的那些值，必然一定是 B 组中它那规律性排列的：

$\{a_m = 7m - 1\}$，$\{a_m = 13m - 2\}$，$\{a_m = 19m - 3\}$，……这无限多个数列中的这些数。

解析 3 解析 4 是导出了：形如 $4xy + 2x + 2y + 1$ 的合数当中，那些也是形如 $6n - 1$ 的合数而 n 分别相应所必须取的这些值，一定是 A，B 两组分别都是规律性排列的无限多个无穷等差数列中的这些数。**A 组的无限多个数列：$\{a_m = 5m + 1\}$，$\{a_m = 11m + 2\}$，$\{a_m = 17m + 3\}$，…**$(m \in N^*)$。

B 组的无限多个数列：$\{a_m = 7m - 1\}$，$\{a_m = 13m - 2\}$，$\{a_m = 19m - 3\}$，…$(m \in N^*)$。

因解析 2 论证了当 $x = 2 + 3k$ 和 $x = 3 + 3k$ $(k \in N)$时，这些形如 $4xy + 2x + 2y + 1$

的合数是必含有了所有形如 $6n - 1$ 的合数。

所以 A，B 这两组无限多个数列中的这些数，就是全部所有形如 6n − 1 的合数而 n 分别相应所必须取的这些值了。因 6n − 1 中 n 的值它也是表示每个形如 6n − 1 的数的序号，而形如 6n − 1 的数是合数的，那就是 a 奇合数，即每个 a 奇合数都必有它的序号。故所有形如 6n − 1 的合数(即所有 a 奇合数)的这些序号，是可排列为 A，B 两组无限多个的公差互不相等的无穷等差数列。

解析 5

∵当 $x = 2 + 3k$ 和 $x = 3 + 3k$ $(k \in N)$时，这些形如 $4xy + 2x + 2y + 1$ 的合数是必含有了所有形如 $6n - 1$ 和 $6n + 1$ 的合数。解析 3 和解析 4 已对 $x = 2 + 3k$ 和 $x = 3 + 3k$ 时形如 $4xy + 2x + 2y + 1$ 的这些合数当中，那些同时也是形如 $6n - 1$ 的合数进行了解析。

∴❸设：$4xy + 2x + 2y + 1 = 6n + 1$. 且首先以 $x = 2 + 3k$ $(k \in N)$代入这等式中

那么得：$4y(2 + 3k) + 2(2 + 3k) + 2y + 1 = 6n + 1$

故得：$6n = 12ky + 6k + 10y + 4$。即 $n = 2ky + k + (5y + 2) \div 3$

∵$n \in N^*$，即 n 必须是正整数。且 $k \in N$

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021

∴$n = 2ky + k + (5y + 2) \div 3$ 这等式中，y 必须是 $y = 2 + 3t$ 的数($t \in N$)等式才成立

故以 $y = 2 + 3t$ 代入 $n = 2ky + k + (5y + 2) \div 3$ 这等式中

得：$n = 2k(2 + 3t) + k + [5(2 + 3t) + 2] \div 3$。即：$n = k(6t + 5) + 5t + 4$

∵$k \in N$.故在 $n = k(6t + 5) + 5t + 4$ 等式中，令 $k = 0,1,2,3,\cdots,u,\cdots$ 依次分别去取值

∴得：$k = 0$ 时，有 $n_1 = 5t + 4$

$k = 1$ 时，有 $n_2 = 11t + 9$

$k = 2$ 时，有 $n_3 = 17t + 14$

……

$k = u$ 时，有 $n_u = 5t + 4 + (u - 1)(6t + 5)$

……

即 $n = k(6t + 5) + 5t + 4$ 中，令 $k = 0,1,2,3,\cdots,u,\cdots$ 依次分别去取值，那就必然得到了：

$n_1 = 5t + 4$，$n_2 = 11t + 9$，$n_3 = 17t + 14$，……，$n_u = 5t + 4 + (u - 1)(6t + 5)$，……。

这存在着$(6t + 5)$作为公差的无限多个等式。

又∵ $t \in N$

∴$n_1 = 5t + 4$，$n_2 = 11t + 9$，$n_3 = 17t + 14$，……，$n_u = 5t + 6 + (u - 1)(6t + 5)$，……。

这无限多个分别的等式中，令 $t = 0,1,2,3,\cdots$ 连续不断的去取值，就必然得到了无限多个的无穷等差数列。也以 $m \in N^*$表示这些数列中的项的序号。

即：$n_1 = 5t + 4$ 中，令 $t = 0,1,2,3,\cdots$

得：$n_1 = 4,9,14,19,\cdots$ 是一个无穷等差数列$\{a_m = 5m - 1\}$ (C_1)

而 $n_2 = 11t + 9$ 中，令 $t = 0,1,2,3,\cdots$

得：$n_2 = 9,20,31,42,\cdots$ 是一个无穷等差数列$\{a_m = 11m - 2\}$ (C_2)

而 $n_3 = 17t + 14$ 中，令 $t = 0,1,2,3,\cdots$

得：$n_3 = 14,31,48,65,\cdots$ 是一个无穷等差数列$\{a_m = 17m - 3\}$ (C_3)

……

即 $n_1,n_2,n_3,\cdots$ 这无限多个等式中，分别都令 $t = 0,1,2,3,\cdots$ 连续不断的去取值，就必然得到了 $(C_1),(C_2),(C_3),\cdots$ 这组无限多个的无穷等差数列。把这组无限多个的数列设为 C 组中的数列。

∵ $n_1,n_2,n_3,\cdots$ 这无限多个的等式中，等式与等式之间是存在$(6t + 5)$的公差。

∴如同解析 3 所论，$(C_1),(C_2),(C_3),\cdots$ 这无限多个的无穷等差数列中，数列与数列的首项之间是存在公差的。数列与数列的公差之间也是存在公差的。

因此 $x = 2 + 3k$ ($k \in N$)时这些形如 $4xy + 2x + 2y + 1$ 的合数当中，那些也是形如 $6n + 1$ 的合数而 n 分别相应所须取的那些值，必然一定是 C 组中它那规律性排列的：

$\{a_m = 5m - 1\}$，$\{a_m = 11m - 2\}$，$\{a_m = 17m - 3\}$，……这无限多个数列中的这些数。

解析 6

∵当 $x = 2 + 3k$ 和 $x = 3 + 3k$ ($k \in N$)时，这些形如 $4xy + 2x + 2y + 1$ 的合数是必含有了所有形如 $6n + 1$ 的合数。而解析 5 已对 $x = 2 + 3k$ 时这些形如 $4xy + 2x + 2y + 1$ 的合数当中，那些同时也是形如 $6n + 1$ 的合数进行了解析。

∴4设：$4xy + 2x + 2y + 1 = 6n + 1$。且以 $x = 3 + 3k$ ($k \in N$)代入这等式中

那么得：$4y(3 + 3k) + 2(3 + 3k) + 2y + 1 = 6n + 1$

故得：$6n = 12ky + 6k + 14y + 6$。即 $n = 2ky + k + 1 + 7y \div 3$

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021

∵$n \in N^*$，即 n 必须是正整数。且 $k \in N$

∴$n = 2ky + k + 1 + 7y \div 3$ 中，y 必须是 $y = 3 + 3t$ 的数($t \in N$)等式才成立。

故以 $y = 3 + 3t$ 代入 $n = 2ky + k + 1 + 7y \div 3$ 这等式中

得：$n = 2k(3 + 3t) + k + 1 + 7(3 + 3t) \div 3$。即：$n = k(6t + 7) + 7t + 8$

∵$k \in N$.故在 $n = k(6t + 7) + 7t + 8$ 等式中，令 $k = 0,1,2,3,\cdots,u,\cdots$ 依次分别去取值

∴得：$k = 0$ 时，有 $n_1 = 7t + 8$

$k = 1$ 时，有 $n_2 = 13t + 15$

$k = 2$ 时，有 $n_3 = 19t + 22$

……

$k = u$ 时，有 $n_u = 7t + 8 + (u - 1)(6t + 7)$

……

即 $n = k(6t + 7) + 7t + 8$ 中，令 $k = 0,1,2,3,\cdots,u,\cdots$ 依次分别去取值，那就必然得到了：

$n_1 = 7t + 8$，$n_2 =13t + 15$，$n_3 = 19t + 22$，……，$n_u = 7t + 8 + (u - 1)(6t + 7)$，……。这存在着$(6t + 7)$作为公差的无限多个等式。

又∵$t \in N$

∴$n_1 = 7t + 8$，$n_2 = 13t + 15$，$n_3 = 19t + 22$，……，$n_u =7t + 8 +(u - 1)(6t + 7)$，……。这无限多个分别的等式中，令 $t = 0,1,2,3,\cdots$ 连续不断的去取值，就必然得到了无限多个的无穷等差数列。也以 $m \in N^*$ 表示这些数列中的项的序号。

即：$n_1 = 7t + 8$ 中，令 $t = 0,1,2,3,\cdots$

得：$n_1 = 8,15,22,29,\cdots$ 是一个无穷等差数列$\{a_m = 7m + 1\}$ (D_1)

而 $n_2 = 13t + 15$ 中，令 $t = 0,1,2,3,\cdots$

得：$n_2 = 15,28,41,54,\cdots$ 是一个无穷等差数列$\{a_m = 13m + 2\}$ (D_2)

而 $n_3 = 19t + 22$ 中，令 $t = 0,1,2,3,\cdots$

得：$n_3 = 22,41,60,79,\cdots$ 是一个无穷等差数列$\{a_m = 19m + 3\}$ (D_3)

……

即 $n_1,n_2,n_3,\cdots$ 这无限多个等式中，分别都令 $t = 0,1,2,3,\cdots$ 连续不断的去取值，就必然得到了$(D_1),(D_2),(D_3),\cdots$这组无限多个的无穷等差数列。把这组无限多个的数列设为 D 组中的数列。

∵ $n_1,n_2,n_3,\cdots$ 这无限多个的等式中，等式与等式之间是存在$(6t + 7)$的公差。

∴如同解析 3 所论，$(D_1),(D_2),(D_3),\cdots$这无限多个的无穷等差数列中，数列与数列的首项之间是存在公差的。数列与数列的公差之间也是存在公差的。

因此 $x = 3 + 3k$ ($k \in N$)时这些形如 $4xy + 2x + 2y + 1$ 的合数当中，那些也是形如 $6n + 1$ 的合数而 n 分别相应所须取的那些值，必然一定是 D 组中它那规律性排列的：

$\{a_m = 7m + 1\}$，$\{a_m = 13m + 2\}$，$\{a_m = 19m + 3\}$，……这无限多个数列中的这些数。

解析 5 解析 6 是导出了：形如 $4xy + 2x + 2y + 1$ 的合数当中，那些也是形如 $6n + 1$ 的合数而 n 分别相应所必须取的这些值，一定是 C，D 两组分别都是规律性排列的无限多个无穷等差数列中的这些数。**C 组的无限多个数列：$\{a_m = 5m - 1\},\{a_m = 11m - 2\},\{a_m = 17m - 3\},\cdots$** ($m \in N^*$)

D 组的无限多个数列：$\{a_m = 7m + 1\}$，$\{a_m = 13m + 2\}$，$\{a_m = 19m + 3\}$，… ($m \in N^*$)

因解析 2 论证了当 $x = 2 + 3k$ 和 $x = 3 + 3k$ ($k \in N$)时，这些形如 $4xy + 2x + 2y + 1$ 的合数是必含有了所有形如 $6n + 1$ 的合数。

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021

所以 C，D 这两组无限多个数列中的这些数，就是全部所有形如 6n + 1 的合数而 n 分别相应所必须取的这些值了。因 6n + 1 中 n 的值它也是表示每个形如 6n + 1 的数的序号，而形如 6n + 1 的数是合数的，那就是 b 奇合数,即每个 b 奇合数都必有它的序号。故所有形如 6n + 1 的合数(即所有 b 奇合数)的这些序号，是可排列为 C，D 两组无限多个的公差互不相等的无穷等差数列。

解析 7

解析 3~6 所解析的 n，都是表示形如 6n − 1 和 6n + 1 的这些合数在排列中分别的序号。而 n 分别相应所必须取的这些值是 A，B，C，D 这四组无限多个数列中的这些数。由于形如 6n − 1 的合数是 a 奇合数，形如 6n + 1 的合数是 b 奇合数。所以 A，B 这两组无限多个数列中的这些数，就是所有 a 奇合数的这些序号。C，D 这两组无限多个数列中的这些数，就是所有 b 奇合数的这些序号。

如解析 3~6 这 A，B，C，D 每组的无限多个数列，分别都是由当 x = 2 + 3k 以及当 x = 3 + 3k

时，那 4xy + 2x + 2y + 1 这式中所得的值，以同样方式推导出来的。并且又当 x，y 的值互相交替时，那这 4xy + 2x + 2y + 1 式中所得的值是不变的。因而 A，B，C，D 每组数列中的数，都必有相等的数。即 A，B，C，D 每组这无限多个等差数列中的数列与数列之间都必可以产生相等的数。而 A，B 两组数列中这些相等的数，它都必然是相同的 a 奇合数那相同的序号。C，D 两组数列中这些相等的数，它都必然是相同的 b 奇合数那相同的序号。又因这些序号中的每个序号都代表一个奇合数。

所以 A，B 两组无限多个数列中的这些互不相等的数的个数，那就是所有 a 奇合数的个数。C，D 两组无限多个数列中的这些互不相等的数的个数，那就是所有 b 奇合数的个数。

5.2. 论证 a 奇数 b 奇数各自的素数与合数相互之间的个数关系和性质

下面通过分析 a 奇数 b 奇数的个数，去论证它们中分别的素数与合数之间所存在的性质和关系。

论证 i：如 2.中所论，a 奇数中的数若不是合数就必然是素数，若不是素数就必然是合数。b 奇数中的数若不是合数也都必然是素数，若不是素数也都必然是合数。

因而得到了：**a 奇数的个数 = (a 奇素数的个数) + (a 奇合数的个数)**

b 奇数的个数 = (b 奇素数的个数) + (b 奇合数的个数)

因为 n 的值域都是 $n \in N^*$.故数列$\{a_n = 6n - 1\}$的数的个数与数列$\{a_n = 6n + 1\}$的数的个数，必然是相等的。又因为 2.中设定了：a 奇数是表示数列$\{a_n = 6n - 1\}$每项的数，b 奇数是表示数列$\{a_n = 6n + 1\}$每项的数。所以又得到了：**a 奇数的个数 = b 奇数的个数**

因数列$\{a_n = 6n - 1\}$和数列$\{a_n = 6n + 1\}$都是无穷等差数列。所以 a 奇数和 b 奇数的个数分别都是无穷的。

因此 a 奇数的个数与 b 奇数的个数，必然是相等的，且都是无穷的；a 奇数 b 奇数分别的个数，都是等于它们各自的素数的个数与合数的个数之和。这是 a 奇数 b 奇数的个数关系和性质。

论证 ii：因 5.1.中证明了：所有形如 6n − 1 的这些合数即 a 奇合数和所有形如 6n + 1 的这些合数即 b 奇合数，它们的这些序号是 A，B，C，D 这四组无限多个的无穷等差数列中的这些数。($m \in N^*$)

A 组的无限多个数列：$\{a_m = 5m+1\},\{a_m = 11m+2\},\{a_m = 17m+3\},\cdots$

B 组的无限多个数列：$\{a_m = 7m-1\},\{a_m = 13m-2\},\{a_m = 19m-3\},\cdots$

C 组的无限多个数列：$\{a_m = 5m-1\},\{a_m = 11m-2\},\{a_m = 17m-3\},\cdots$

D 组的无限多个数列：$\{a_m = 7m+1\},\{a_m = 13m+2\},\{a_m = 19m+3\},\cdots$

由于 A，B，C，D 这四组数列都是无穷等差数列，而且每组数列中的数列与数列的公差之间都是存在等于 6 的公差。所以，A 组中这每个无穷等差数列的公差，与 C 组中这每个无穷等差数列的公差，必

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021

然是分别互相对应地相等的。B 组中这每个无穷等差数列的公差，与 D 组中这每个无穷等差数列的公差，也必然是分别互相对应地相等的。

因此 A，B 两组无限多个无穷等差数列的列数(或称列数的个数)，与 C，D 两组无限多个无穷等差数列的列数(或称列数的个数)，必然一定是相等的。并且表示每数列中任意项的 m 它的值域都是 $m \in N^*$。

所以 A，B 两组无限多个数列中的数的个数，与 C，D 两组无限多个数列中的数的个数，是相等的。

因如 5.1.中的解析 7 所论：A，B，C，D 每组无限多个等差数列中的数列与数列之间都必可以产生相等的数。

而因等差数列与等差数列之间若有相等的数，那这些相等的数，都必然是由这些等差数列中的首项及公差之间的关系所产生的。

又因 A 组 C 组相互间的这每个无穷等差数列的公差，分别是对应相等的。B 组 D 组相互间的这每个无穷等差数列的公差，分别也是对应相等的。

并且根据公倍数原理及等差数列通项公式原理，若两个无穷等差数列中有相等的数，那这些相等的数，都一定是以这两个等差数列的这两个公差的最小公倍数作公差，而无穷地出现的。

所以，A 组数列中与 C 组数列中这分别可以产生相等的数的个数，一定是相等的。B 组数列中与 D 组数列中这分别可以产生相等的数的个数，也一定是相等的。

因此 A，B 两组数列中这些相等的数的个数，与 C，D 两组数列中这些相等的数的个数，那就必然是相等的。又刚证明了 A，B 两组数列中的数的个数，与 C，D 两组数列中的数的个数，是相等的。

所以 A，B 两组数列中那些互不相等的数的个数，与 C，D 两组数列中那些互不相等的数的个数，也就必然一定是相等的了。故如 5.1.中的解析 7 所论：A，B 两组无限多个数列中的那些互不相等的数的个数，就是所有 a 奇合数的个数。C，D 两组无限多个数列中的那些互不相等的数的个数，就是所有 b 奇合数的个数。因而，即 a 奇合数的个数与 b 奇合数的个数是相等的。

所以得到了：**a 奇合数的个数 ＝b 奇合数的个数**

因 A，B，C，D 这四组数列都是无穷等差数列。所以形如 $6n - 1$ 和 $6n + 1$ 的合数即 a 奇合数 b 奇合数，它们的个数分别都必然是无穷的。

所以这证明了：**a 奇合数的个数和 b 奇合数的个数是相等的，且都是无穷的。**

因论证 i 证明了：a 奇数的个数 ＝b 奇数的个数

a 奇数的个数 ＝(a 奇素数的个数) + (a 奇合数的个数)

b 奇数的个数 ＝(b 奇素数的个数) + (b 奇合数的个数)

而刚又证明了：a 奇合数的个数 ＝b 奇合数的个数

因而就得到了：**a 奇素数的个数 ＝b 奇素数的个数**

由于 a 奇素数的个数等于 b 奇素数的个数，又由于 a 奇素数 b 奇素数都是素数，而素数是无穷的[1]。**因此 a 奇素数的个数和 b 奇素数的个数是相等的，且都是无穷的。**

所以论证 i 论证 ii 是证明了：**a 奇数的个数与 b 奇数的个数是相等的，且都是无穷的。**

a 奇合数的个数与 b 奇合数的个数是相等的，且都是无穷的。

a 奇素数的个数与 b 奇素数的个数是相等的，且都是无穷的。

论证iii：因论证 i 论证 ii 论证了 a 奇数和 b 奇数中，它们分别都有无限多个的奇素数与无限多个的奇合数。故 a 奇数 b 奇数各自的自然排列，必然都是奇素数与奇合数相互之间的排列。

又因 a 奇数 b 奇数它们各自的奇素数的个数与奇合数的个数都是无穷的。所以 a 奇数和 b 奇数各自

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021

的自然排列当中，都不可能存在出现全是奇素数无限地连续的排列，并且也都不可能存在出现全是奇合数无限地连续的排列。且 a 奇数 b 奇数各自的自然排列，都是从素数开始排列。如：a 奇数是从 5 开始排列，b 奇数是从 7 开始排列。

因此，无限多个的 a 奇数和无限多个的 b 奇数，它们各自的自然排列必然都一定是遵循着："一个或有限多个奇素数依次连续的排列"，接着的是"一个或有限多个奇合数依次连续的排列"，接着的又是"一个或有限多个奇素数依次连续的排列"，……这样无限的重复着地排列。

即 a 奇数 b 奇数各自的自然排列，分别都是由"一个或有限多个奇素数连续的排列"与"一个或有限多个奇合数连续的排列"无限的互相轮回交替地排列。

若把"一个或有限多个奇素数连续的排列"称**"奇素数排列区"**，并以 p~表示。把"一个或有限多个奇合数连续的排列"称**"奇合数排列区"**，且以 q~表示。**即如【图 1】a 奇数 b 奇数各自的自然排列，必然都一定是"奇素数排列区"与"奇合数排列区"无限的互相轮回交替地排列。**

p ～ ，q ～ ，p ～ ，q ～ ，p ～ ，q ～ ，p ～ ，q ～ ，p ～ ，….

Figure 1.
图 1.

所以，无限多个的 a 奇数和无限多个的 b 奇数当中，它们各自都必有无限多个的"奇素数排列区"和无限多个的"奇合数排列区"。

论证ⅳ：因 a 奇数 b 奇数各自的自然排列，都是"奇素数排列区"与"奇合数排列区"无限的互相轮回交替地排列。故如 5.1.中所论，a 奇数 b 奇数它们各自的每个奇素数和每个奇合数都必有它的序号，且 a 奇数 b 奇数各自的自然排列都是公差 d = 6 的无穷等差数列。所以 a 奇数 b 奇数各自的"奇素数排列区"的奇素数的个数，与"奇合数排列区"的奇合数的个数，它们相互间是必具有以下的性质。

性质 1：分别都是以 d = 6 为公差排列的 a 奇数和 b 奇数当中，若它们各自的'任意一个奇素数与任意一个奇合数'相互之间的差(6 的倍数)，或各自的'任意一个奇合数与任意一个奇素数'相互之间的差(6 的倍数)，如果都总是不可能与某一个常数(6 的倍数)相等的。那么 a 奇数 b 奇数它们各自的这些"奇素数排列区"的奇素数的个数，必须是恒等的或按某一规律地恒等的。并且各自的这些"奇合数排列区"的奇合数的个数，也必须是恒等的或也按某一规律地恒等的。

对性质 1 的证明：根据性质 1 的寓意设：a 奇数 b 奇数它们各自的这每个"奇素数排列区"的奇素数的个数是恒等的，且是恒等于 u，它们各自的这每个"奇合数排列区"的奇合数的个数也是恒等的，且是恒等于 v。又设：u + v = s。

由于 a 奇数 b 奇数各自的自然排列，都是"奇素数排列区"与"奇合数排列区"无限的互相轮回交替地排列。所以这所设的 a 奇数和 b 奇数当中，它们各自的奇素数与奇合数的排列就必然都是：u 个奇素数，v 个奇合数，u 个奇素数，v 个奇合数，……这样无限地重复着的排列。因而，这所设的 a 奇数和 b 奇数当中，它们分别各自的任意一个"奇素数排列区"与任意一个"奇合数排列区"，都必总是一共有 u + v = s 个的数。

那么所设中而得到的：u 个奇素数，v 个奇合数，u 个奇素数，v 个奇合数，……。这样的奇素数与奇合数规律性的无穷排列当中，那任意一个奇素数与它相隔了 s 个数的这个数，都必然一定也是一个奇素数，是绝不会得到一个奇合数。任意一个奇合数与它相隔了 s 个数的这个数，都必然一定也是一个奇合数，是绝不会得到一个奇素数。而由于如 5.1.中所论，a 奇数和 b 奇数当中的每个奇素数和每个奇合数，都必有它的序号。所以也是说：这所设的 a 奇数和 b 奇数中，它们各自的任意'一个奇素数与一个奇合

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021

数’相互间的序号之差，都不可能是与 $u + v = s$ 这个常数相等的。故此，也是可以推理的说：若这些“奇素数排列区”的奇素数的个数是恒等于 u，而这些“奇合数排列区”的奇合数的个数是按某一规律地恒等的，且是依次地按恒等于 v_1 和恒等于 v_2 这样重复着的，且又 $u + v_1 + u + v_2 = s_1$，那么这任意‘一个奇素数与一个奇合数’它们相互间的序号之差，也就都必然一定是不可能与 s_1 这个常数相等的。**(注：“奇素数排列区”的奇素数的个数也都可以设是按某一规律地恒等的，其性质是不会改变的。)**

因此根据这一原理，那就可以推理论断：在都是“奇素数排列区”与“奇合数排列区”无限的互相轮回交替地排列的 a 奇数和 b 奇数当中，如果它们各自的‘任意一个奇素数与任意一个奇合数’相互间的这序号之差，都不可能是与某一个常数相等的，那么 a 奇数 b 奇数它们各自的这些“奇素数排列区”的奇素数的个数，必须是恒等的或按某一规律地恒等的。并且各自的这些“奇合数排列区”的奇合数的个数，也必须是恒等的或也按某一规律地恒等的。由于 a 奇数 b 奇数各自的自然排列都是以 $d = 6$ 为公差排列的，故 a 奇数 b 奇数它们各自的‘任意一个奇素数与任意一个奇合数’相互间的这序号之差乘以 6，那就等于‘这任意一个奇素数与这任意一个奇合数’相互之间的差了。即 a 奇数 b 奇数它们各自的任意‘一个奇素数与一个奇合数’相互之间的差，或各自的任意‘一个奇合数与一个奇素数’相互之间的差，必然都一定是 6 的倍数。

所以就说明了：分别都是以 $d = 6$ 为公差排列的 a 奇数和 b 奇数当中，若它们各自的‘任意一个奇素数与任意一个奇合数’相互之间的差(6 的倍数)，或各自的‘任意一个奇合数与任意一个奇素数’相互之间的差(6 的倍数)，如果都总是不可能与某一个常数(6 的倍数)相等的，那么 a 奇数 b 奇数它们各自的这些“奇素数排列区”的奇素数的个数，必须是恒等的或按某一规律地恒等的，并且各自的这些“奇合数排列区”的奇合数的个数，也必须是恒等的或也按某一规律地恒等的。即性质 1 成立。

性质 2：a 奇数 b 奇数它们各自的这些“奇素数排列区”的奇素数的个数，与这些“奇合数排列区”的奇合数的个数，是不可能同时地分别都是恒等的或都各按某一规律地恒等的。

对性质 2 的证明：假设：a 奇数 b 奇数它们各自的这些“奇素数排列区”的奇素数的个数，与这些“奇合数排列区”的奇合数的个数，同时分别都是恒等的。并假设：这每个“奇素数排列区”的奇素数的个数是恒等于 u.且令 $u = 2$.这每个“奇合数排列区”的奇合数的个数是恒等于 v。又令 $v = 3$。

那么根据“奇素数排列区”与“奇合数排列区”是无限的互相轮回交替地排列的这不变规律，这假设的 a 奇数和 b 奇数当中，它们各自的这些奇素数与奇合数的排列那就必然都是：奇**素**数，奇**素**数，奇**合**数，奇**合**数，奇**合**数，奇**素**数，奇**素**数，奇**合**数，奇**合**数，奇**合**数，奇**素**数，奇**素**数，奇**合**数，奇**合**数，奇**合**数，……这样无限地重复着的排列。

因而，这假设的 a 奇数和 b 奇数当中，那所有的 a 奇合数和 b 奇合数分别的这些序号及这些序号的排列必然都是：3，4，5；8，9，10；13，14，15；……。即都是：3，8，13，……；4，9，14，……；5，10，15，……。这三个(3 个)都是公差 $d = 5$ 的无穷等差数列，即都是有限个公差相等的无穷等差数列。

所以按照假设中的原理如此类推，如果 a 奇数 b 奇数它们各自的这些“奇素数排列区”的奇素数的个数恒等于 u，各自的这些“奇合数排列区”的奇合数的个数恒等于 v. 那么这些 a 奇合数和 b 奇合数分别的这些序号及这些序号的排列，必然都是有限个(v 个)公差相等的无穷等差数列。故根据这一原理，也即可以推理论断，如果 a 奇数 b 奇数它们各自的这些“奇素数排列区”的奇素数的个数是恒等于 u，而各自的这些“奇合数排列区”的奇合数的个数是按某一规律地恒等的，且是依次地按恒等于 v_1 和恒等于 v_2 这样重复着的。那么这些 a 奇合数和 b 奇合数分别的这些序号及这些序号的排列，这就必然一定是$(v_1 + v_2)$个的这有限个公差相等的无穷等差数列。**(注：“奇素数排列区”的奇素数的个数也都可以假设是按某一规律地恒等的，其性质是不会改变的。)**

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021

但 5.1.中证明了：所有 a 奇合数 b 奇合数的这些序号及这些序号的排列，分别是 A，B 和 C，D 各两组都是无限多个的公差互不相等的无穷等差数列。因此，a 奇合数 b 奇合数的这些序号分别的排列，都不可能是有限个的且公差相等的无穷等差数列。即与假设中所得到的性质是矛盾的，所以假设不成立。

因假设不成立，所以证明了 a 奇数 b 奇数它们各自的这些“奇素数排列区”的奇素数的个数，与这些“奇合数排列区”的奇合数的个数，是不可能同时地分别都是恒等的或都各按某一规律地恒等的。故性质 2 成立。

性质 3：a 奇数 b 奇数它们各自的‘任意一个奇素数与任意一个奇合数’的差，都总是必有各自的‘一个奇合数与一个奇素数’的差是与之相等的。且它们各自的‘任意一个奇合数与任意一个奇素数’的差，也都总是必有各自的‘一个奇素数与一个奇合数’的差是与之相等的。

对性质 3 的证明：因 a 奇数 b 奇数中各自都必有奇素数和奇合数。而且 a 奇数 b 奇数各自的自然排列都是公差 d = 6 的无穷等差数列。所以 a 奇数 b 奇数它们各自的任意一个奇素数与任意一个奇合数的差，或任意一个奇合数与任意一个奇素数的差，分别都必然一定是 6 的倍数。

故假设：分别都是以公差 d = 6 排列的 a 奇数和 b 奇数当中，它们各自的‘某任意一个奇素数与某任意一个奇合数’的差(6 的倍数)，都总是不可能有它们各自的‘一个奇合数与一个奇素数’的差(6 倍数)是与之相等的。即，这样就是等同于假设了：a 奇数和 b 奇数当中，它们各自的任意‘一个奇合数与一个奇素数’的差(6 的倍数),都总是不可能与某一个常数(6 的倍数)相等的。

而性质 1 论证了：分别都是以公差 d = 6 排列的 a 奇数和 b 奇数当中，若它们各自的‘任意一个奇素数与任意一个奇合数’相互之间的差(6 的倍数)，或它们各自的任意‘一个奇合数与任意一个奇素数’相互之间的差(6 的倍数)，如果都总是不可能与某一个常数(6 的倍数)相等的，那么 a 奇数 b 奇数它们各自的这些“奇素数排列区”的奇素数的个数，必须是恒等的或按某一规律地恒等的。并且各自的这些“奇合数排列区”的奇合数的个数，也必须是恒等的或也按某一规律地恒等的。

因此根据性质 1 所论，那所假设的 a 奇数 b 奇数当中，它们各自的这些“奇素数排列区”的奇素数的个数必须是恒等的或按某一规律地恒等的，并且各自的这些“奇合数排列区”的奇合数的个数也必须是恒等的或也按某一规律地恒等的。

但是性质 2 已经证明了，a 奇数 b 奇数它们各自的这些“奇素数排列区”的奇素数的个数，与这些“奇合数排列区”的奇合数的个数，是不可能同时地分别都是恒等的或都各按某一规律地恒等的。故根据性质 2 的性质，那假设中所得到的性质是不成立的。即假设不成立。

因假设不成立，所以证明了 a 奇数 b 奇数中，它们各自的‘任意一个奇素数与任意一个奇合数’的差，都总是必有各自的‘一个奇合数与一个奇素数’的差是与之相等的。同样原理，它们各自的‘任意一个奇合数与任意一个奇素数’的差。也都总是必有各自的‘一个奇素数与一个奇合数’的差是与之相等的。故性质 3 成立。

因为 a 奇数和 b 奇数当中，它们各自的任意两个数的差，都是必等于 6 的倍数。所以根据性质 3 就可以直接地得到了下面的性质 4，其证明是如同于性质 3 的证明原理。

性质 4：a 奇数 b 奇数它们各自的‘任意一个奇素数与任意一个奇合数’的差，以及‘任意一个奇合数与任意一个奇素数’的差，分别都总是必有各自的‘两个奇素数或两个奇合数’的差是与之相等的。

性质 3 性质 4 中的性质，是 a 奇数 b 奇数各自的奇素数与奇合数相互之间必然所具有的性质关系。**同时是 a 奇数 b 奇数中任意两个数的和，都必可以是等于两个素数之和的因素与论据。**

6. 设定

现设定如下面这样寓意的等式：

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021

任意(1 个 a 奇合数) + (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 a 奇素数) + (1 个 b 奇素数)

它是表示‘任意一个 a 奇合数与任意一个 b 奇合数’的和，都必有‘一个 a 奇素数与一个 b 奇素数’的和与它相等。

任意(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数)

它是表示‘任意一个 a 奇素数与任意一个 a 奇合数’的差，都必有‘一个 b 奇素数与一个 b 奇合数’的差与它相等。……

所以为论述中更清晰，下面所有要表达类似这样寓意的，都分别用它相应寓意的等式同时表示。即如根据 5.2.中性质 3 的性质寓意,那 a 奇数中的 a 奇素数与 a 奇合数相互之间的性质关系是可表为：

任意(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇素数)

任意(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇素数) = 必有(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数)

因此，根据 a 奇素数与 a 奇合数这两个寓意等式中的性质，那这些寓意的等式，是允许等式的运算法则来改变寓意的。即根据性质 3 的性质,这些寓意的等式是可以进行等式运算的。

所以利用等式的运算法则，那就可以证明 a 奇数 b 奇数中‘任意两个数的和’所存在的性质。

7. a 奇数 b 奇数中的素数与合数相互间存在的性质关系

7.1. a 奇数 b 奇数各自的奇素数与奇合数之间所存在的性质关系

5.2.中的性质 3 论证了：a 奇数 b 奇数它们各自的‘任意一个奇素数与任意一个奇合数’的差，都总是必有各自的‘一个奇合数与一个奇素数’的差是与它相等的。它们各自的‘任意一个奇合数与任意一个奇素数’的差，都总是必有各自的‘一个奇素数与一个奇合数’的差是与它相等的。

故把性质 3 的论证结合 6 中的设定，那么 a 奇数和 b 奇数当中，它们各自的奇素数与奇合数之间这必有的性质及性质中的关系，就分别可以用下面 7.①与 7.②的关系式表示。

所以根据性质 3 的性质结合 6.中的设定，那 a 奇数中的 a 奇素数 a 奇合数相互必有的性质关系是：

7.①：任意(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇素数)

任意(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇素数) = 必有(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数)

即 a 奇数中，‘任意一个 a 奇素数与任意一个 a 奇合数’的差，都必有‘一个 a 奇合数与一个 a 奇素数’的差是与它相等的。‘任意一个 a 奇合数与任意一个 a 奇素数’的差，都必有‘一个 a 奇素数与一个 a 奇合数’的差是与它相等的。

又根据性质 3 的性质结合 6 中的设定，那 b 奇数中的 b 奇素数 b 奇合数相互必有的性质关系是：

7.②：任意(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数)

任意(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数) = 必有(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数)

即 b 奇数中，‘任意一个 b 奇素数与任意一个 b 奇合数’的差，都必有‘一个 b 奇合数与一个 b 奇素数’的差是与它相等的。‘任意一个 b 奇合数与任意一个 b 奇素数’的差，都必有‘一个 b 奇素数与一个 b 奇合数’的差是与它相等的。

5.2 中的性质 4 论证了：a 奇数 b 奇数它们各自的‘任意一个奇素数与任意一个奇合数’的差，以及‘任意一个奇合数与任意一个奇素数’的差，分别都总是必有各自的‘两个奇素数或两个奇合数’的差，是与之相等的。

故把性质 4 的论证结合 6.中的设定，那么 a 奇数和 b 奇数当中，它们各自的奇素数与奇合数之间这必有的性质及性质中的关系,就分别可以用下面 7③与 7④的关系式表示。

所以根据性质 4 的性质结合 6.中的设定，那 a 奇数中的 a 奇素数 a 奇合数相互必有的性质关系是：

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021

7.③：任意(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇素数)

或是 任意(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇合数)

又 任意(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇素数) = 必有(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇素数)

或是 任意(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇素数) = 必有(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇合数)

即 a 奇数中，‘任意一个 a 奇素数与任意一个 a 奇合数’以及‘任意一个 a 奇合数与任意一个 a 奇素数’的差，都必有‘两个 a 奇素数或两个 a 奇合数’的差是与它相等的。

又根据性质 4 的性质结合 6.中的设定，那 b 奇数中的 b 奇素数 b 奇合数相互必有的性质关系是：

7.④：任意(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇素数)

或是 任意(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇合数)

又 任意(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数) = 必有(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇素数)

或是 任意(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数) = 必有(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇合数)

即 b 奇数中，‘任意一个 b 奇素数与任意一个 b 奇合数’以及‘任意一个 b 奇合数与任意一个 b 奇素数’的差，都必有‘两个 b 奇素数或两个 b 奇合数’的差是与它相等的。

7.2. a 奇数 b 奇数相互间的奇素数与奇合数之间所存在的性质关系

因 5.2.中的论证 iii 论证了 a 奇数 b 奇数它们各自的自然排列，都是“奇素数排列区”与“奇合数排列区”无限的互相轮回交替地排列。而且 5.2.中的论证 ii 又论证了：a 奇素数的个数与 b 奇素数的个数是相等的，a 奇合数的个数与 b 奇合数的个数也是相等的。

所以在分别都是以公差 d = 6 排列的 a 奇数和 b 奇数之间，它们相互的这些奇素数和奇合数，一定是必有以下的可能性关系：

1) a 奇数中的‘任意一个 a 奇素数与任意一个 a 奇合数’的差，在 b 奇数当中，若不是有‘一个 b 奇素数与一个 b 奇合数’的差与它相等，那就必然有‘一个 b 奇合数与一个 b 奇素数’的差是与它相等；又 a 奇数中的‘任意一个 a 奇合数与任意一个 a 奇素数’的差，在 b 奇数当中，若不是有‘一个 b 奇合数与一个 b 奇素数’的差与它相等，那就必然有‘一个 b 奇素数与一个 b 奇合数’的差是与它相等。

2) b 奇数中的‘任意一个 b 奇素数与任意一个 b 奇合数’的差，在 a 奇数当中，若不是有‘一个 a 奇素数与一个 a 奇合数’的差与它相等，那就必然有‘一个 a 奇合数与一个 a 奇素数’的差是与它相等；又 b 奇数中的‘任意一个 b 奇合数与任意一个 b 奇素数’的差，在 a 奇数当中，若不是有‘一个 a 奇合数与一个 a 奇素数’的差与它相等，那就必然有‘一个 a 奇素数与一个 a 奇合数’的差是与它相等。

因此结合 6.中的设定，都是以公差 d = 6 排列的 a 奇数和 b 奇数当中，它们这些奇素数与奇合数相互之间，如 1)中所说这必有的可能性关系那就是：

任意(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数)

或是 任意(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数)

又 任意(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇素数) = 必有(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数)

或是 任意(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇素数) = 必有(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数)

而 7.②论证了：

任意(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数)

任意(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数) = 必有(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数)

所以 1)中所说的这必有的可能性关系结合 7.②中的论证，这就得到了 a 奇数 b 奇数相互之间的奇素数与奇合数当中，是必有如下面 7.⑤中的这一性质与关系。

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021

7.⑤：任意(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数)

任意(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇素数) = 必有(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数)

又结合 6.中的设定，都是以公差 d = 6 排列的 a 奇数和 b 奇数当中，它们这些奇素数与奇合数相互之间，如 2)中所说这必有的可能性关系那就是：

任意(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数)

或是 任意(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇素数)

又 任意(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数) = 必有(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇素数)

或是 任意(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数) = 必有(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数)

而 7.①论证了：

任意(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇素数)

任意(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇素数) = 必有(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数)

所以 2)中所说的这必有的可能性关系结合 7.①中的论证，这就得到了 a 奇数 b 奇数相互之间的奇素数与奇合数当中，是必有如下面 7.⑥中的这一性质与关系。

7.⑥：任意(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数)

任意(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数) = 必有(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇素数)

又从 7.⑤与 7.②关系式中的关系，便得到了下面 7.⑦中的性质与关系。

7.⑦：任意(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数)

任意(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇素数) = 必有(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数)

又从 7.⑥与 7.①关系式中的关系，便得到了下面 7.⑧中的性质与关系。

7.⑧：任意(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 a 奇合数) − (1 个奇 a 素数)

任意(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数) = 必有(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数)

5~7 是根据 a 奇数 b 奇数各自的自然排列都是公差 d = 6 的无穷等差数列。以及根据 a 奇数 b 奇数它们相互之间的奇素数的个数与奇合数的个数，分别都是相等的，而且都是无穷的这一性质，对 a 奇数和 b 奇数中的奇素数与奇合数之间，那必然存在的性质及性质中的关系所进行的论证。

所以，下面 8~11 是根据这些性质与关系结合 6 中所论，那就可以利用等式的运算法则，论述与证明‘a 奇数 b 奇数中的任意两个数的和，都必可以是等于两个素数之和’。

8. a 奇数 b 奇数中“任意两个奇合数的和”都可以是等于两个奇素数的和

因 7.①中论证了 a 奇数当中：

任意(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇素数)

任意(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇素数) = 必有(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数)

所以等式移项后这就得到了下面 8.①中的关系式。

8.①：任意(1 个 a 奇素数) + (1 个 a 奇素数) = 必有(1 个 a 奇合数) + (1 个 a 奇合数)

任意(1 个 a 奇合数) + (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 a 奇素数) + (1 个 a 奇素数)

从 8.①的关系式中，那就得到了 8.②中的性质和关系。

8.②：任意(1 个 a 奇合数) + (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 a 奇素数) + (1 个 a 奇素数)

即：任意两个 a 奇合数的和，都必有两个 a 奇素数的和与它相等。

因 7.②论证了 b 奇数当中：

任意(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数)

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021

任意(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数) = 必有(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数)

所以等式移项后这就得到了下面 8.③中的关系式。

8.③：任意(1 个 b 奇素数) + (1 个 b 奇素数) = 必有(1 个 b 奇合数) + (1 个 b 奇合数)

任意(1 个 b 奇合数) + (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 b 奇素数) + (1 个 b 奇素数)

从 8.③的关系式中，那就得到了 8.④中的性质和关系。

8.④：任意(1 个 b 奇合数) + (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 b 奇素数) + (1 个 b 奇素数)

即：任意两个 b 奇合数的和，都必有两个 b 奇素数的和与它相等。

因 7.⑦论证了 a 奇数和 b 奇数当中：

任意(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数)

任意(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇素数) = 必有(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数)

所以等式移项后这就得到了下面 8.⑤中的关系式。

8.⑤：任意(1 个 a 奇素数) + (1 个 b 奇素数) = 必有(1 个 a 奇合数) + (1 个 b 奇合数)

任意(1 个 a 奇合数) + (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 a 奇素数) + (1 个 b 奇素数)

从 8.⑤的关系式中，那就得到了 8.⑥中的性质和关系。

8.⑥：任意(1 个 a 奇合数) + (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 a 奇素数) + (1 个 b 奇素数)

即：任意一个 a 奇合数和任意一个 b 奇合数的和，都必有一个 a 奇素数与一个 b 奇素数的和与它相等。

故从 8.②，8.④，8.⑥关系式中的关系，那就证明了：**a 奇数 b 奇数它们中的"任意两个奇合数的和"，都必可以是等于两个奇素数之和**。这称 a 奇数 b 奇数的性质关系(1)。

9. a 奇数 b 奇数中"任意一个奇素数与任意一个奇合数的和"都可以是等于两个奇素数的和

7.③中论证了：

任意(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇素数)

或是 任意(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇合数)

又 任意(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇素数) = 必有(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇素数)

或是 任意(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇素数) = 必有(1 个 a 奇合数) − (1 个 a 奇合数)

故等式中移项后便得到了下面 9.①中的关系式。

9.① **i**.任意(1 个 a 奇素数) + (1 个 a 奇素数) = 必有(1 个 a 奇素数) + (1 个 a 奇合数)

ii.任意(1 个 a 奇素数) + (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 a 奇合数) + (1 个 a 奇合数)

iii.任意(1 个 a 奇合数) + (1 个 a 奇素数) = 必有(1 个 a 奇素数) + (1 个 a 奇素数)

iv.任意(1 个 a 奇合数) + (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 a 奇素数) + (1 个 a 奇合数)

因 i 等式中的右边与 iv 等式中的右边是相同的，所以便得到了如 8.②中所论证了的关系式：

任意(1 个 a 奇合数) + (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 a 奇素数)+(1 个 a 奇素数)

又根据这 8.②中论证了的关系式中的关系，那 ii.iii.的关系式就可写成 9.②中的关系式了。

9.②：任意(1 个 a 奇素数) + (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 a 奇素数) + (1 个 a 奇素数)

即：任意'一个 a 奇素数与一个 a 奇合数的和'，都必有两个 a 奇素数的和与它相等。

7.④中论证了：

任意(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇素数)

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021

或是 任意(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇合数)
又 任意(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数) = 必有(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇素数)
或是 任意(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数) = 必有(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇合数)
故等式移项后便得到了下面 9.③中的关系式。
9.③ i.任意(1 个 b 奇素数) + (1 个 b 奇素数) = 必有(1 个 b 奇素数) + (1 个 b 奇合数)
ii.任意(1 个 b 奇素数) + (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 b 奇合数) + (1 个 b 奇合数)
iii.任意(1 个 b 奇合数) + (1 个 b 奇素数) = 必有(1 个 b 奇素数) + (1 个 b 奇素数)
iv.任意(1 个 b 奇合数) + (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 b 奇素数) + (1 个 b 奇合数)
因 i 等式中的右边与iv等式中的右边是相同的，所以便得到了如 8.④中所论证了的关系式：
任意(1 个 b 奇合数) + (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 b 奇素数) + (1 个 b 奇素数)
又根据这 8.④中论证了的关系式中的关系，那 ii .iii.的关系式就可写成 9.④中的关系式了。
9.④：任意(1 个 b 奇素数) + (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 b 奇素数) + (1 个 b 奇素数)
即；任意一个 b 奇素数与任意一个 b 奇合数的和，都必有两个 b 奇素数的和与它相等。
因 9.②中论证了：
任意(1 个 a 奇素数) + (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 a 奇素数) + (1 个 a 奇素数)
故等式移项后便得到了下面 9.⑤中的关系式。
9.⑤：任意(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇素数) = 必有(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数)
而 7.⑦中论证了：
任意(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇合数) = 必有(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数)
根据 7.⑦关系式中的关系，那 9.⑤中的关系式就可写成 9.⑥中的关系式了。
9.⑥：任意(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇素数) = 必有(1 个 b 奇合数) − (1 个 b 奇素数)
令 9.⑥等式的两边都乘以(− 1)得：
任意(1 个 a 奇素数) − (1 个 a 奇素数) = 必有(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数)
故等式移项后便得到了下面 9.⑦中的关系式。
9.⑦：任意(1 个 a 奇素数) + (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 a 奇素数) + (1 个 b 奇素数)
即；任意一个 a 奇素数与任意一个 b 奇合数的和，都必有一个 a 奇素数与一个 b 奇素数的和与它相等。
又因 9.④中论证了：
任意(1 个 b 奇素数) + (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 b 奇素数) + (1 个 b 奇素数)
故等式移项后便得到了下面 9.⑧中的关系式。
9.⑧：任意(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇素数) = 必有(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数)
而 7.⑧中论证了：
任意(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇合数) = 必有(1 个 a 奇合数) − (1 个奇 a 素数)
根据 7.⑧关系式中的关系，那 9.⑧中的关系式就可写成 9.⑨中的关系式了。
9.⑨：任意(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇素数) = 必有(1 个 a 奇合数) − (1 个奇 a 素数)
令 9.⑨等式的两边都乘以(− 1)得：
任意(1 个 b 奇素数) − (1 个 b 奇素数) = 必有(1 个 a 奇素数) − (1 个奇 a 合数)
故等式移项后便得到了下面 9.⑩中的关系式。
9.⑩：任意(1 个 b 奇素数) + (1 个奇 a 合数) = 必有(1 个 b 奇素数) + (1 个 a 奇素数)

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021

即：任意一个 b 奇素数与任意一个 a 奇合数的和，都必有一个 b 奇素数与一个 a 奇素数的和与它相等。

故从 9.②，9.④，9.⑦，9.⑩这关系式中的关系，那就证明了：**a 奇数 b 奇数它们中的‘任意一个奇素数与任意一个奇合数’的和，都必可以是等于两个奇素数的和。**这称 a 奇数 b 奇数的性质关系(2)。

10. 关于 a 奇数 b 奇数中的“任意两个奇素数的和”

因‘任意两个奇素数的和’，它们本身就是‘两个素数之和’了。**所以 a 奇数与 b 奇数它们当中的‘任意两个奇素数的和’，那本身就是两个素数之和了。**这称 a 奇数 b 奇数的性质关系(3)。

11. a 奇数 b 奇数中任意两个数的和都可以是等于两个素数之和

根据 a 奇数和 b 奇数各自的以及相互的奇素数与奇合数之间，所存在的性质及性质中的关系，分别在 8.中论证了 a 奇数 b 奇数它们中的任意‘两个奇合数的和’，都必可以是等于两个奇素数之和；在 9.中论证了 a 奇数 b 奇数它们中的‘任意一个奇素数与任意一个奇合数的和’，也都必可以是等于两个奇素数之和；在 10.中又论证了 a 奇数 b 奇数它们中的任意‘两个奇素数的和’，那本身就是两个素数之和；而 a 奇数和 b 奇数当中，都是只有奇素数和奇合数。

因此根据 8.与 9.及 10.中所论，这就完全地证明了：**a 奇数 b 奇数中的任意两个数的和，都必可以是等于两个素数之和。**这是 a 奇数 b 奇数所存在的性质关系。

12.‘两奇数和’定理

因 4 中论证了：若证明了 a 奇数 b 奇数中任意两个数的和，都可以是等于两个素数之和。那么除了(1 + 1)的和之外，任意两个奇数的和，那就都可以等于两个素数之和了。又因为如 1.11 中所论，那 8；9；10 中已分别证明了 a 奇数 b 奇数中任意两个数的和，都必可以是等于两个素数之和。

所以这就证明了：**除了(1 + 1)的和之外，任意两个奇数的和，都可以是等于两个素数之和。故称之为‘两奇数和’定理。**这是奇数中的性质。

13. 大于 2 的偶数都是两个素数之和

∵>0 的偶数都可以是等于两个奇数的和。

又∵‘两奇数和’定理证明了：除了(1 + 1)的和之外，任意两个奇数的和，都可以等于两个素数之和。而 1 + 1 = 2，又由于 4 是 > 2 的最小偶数，且 4 = 1 + 3 = 2 + 2，它是两个素数之和。

∴根据‘两奇数和’定理,这就证明了：>2 的偶数，都可以是等于两个素数之和。而偶数中只有 2 这个数是素数，故 > 4 的偶数，那就都必可以是等于两个奇素数之和。**因此，所有每一个 > 2 的偶数，它都是两个素数之和。**

因 > 1 的奇数都可以写成(1 个奇数) + (1 个奇数) + (1 个奇数)的形式。又因‘两奇数和’定理证明了除了(1 + 1)的和之外，任意两个奇数的和都可以等于两个素数之和。由于 1 这个数不作为素数，并且 2 与 3 是素数中最小的两个素数。故如：7 = 1 + 3 + 3 = 2 + 2 + 3 是三个奇数的和，同时也可以是三个素数之和。即每个 > 5 的奇数，都可以是等于三个素数之和。而由于只有 2 这个数是偶素数，故每个 > 7 的奇数，那就都可以是等于三个奇素数之和。

即：每个 > 5 的奇数，都可以写成(1 个素数) + (1 个素数) + (1 个素数)的形式[2]。

以上 1.—13.是对‘两奇数和’定理及‘大于 2 的偶数都是两个素数之和’的论述与证明。

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021

参考文献

[1] 欧几里得的《几何原本》.
[2] 哥德巴赫猜想.

HANS PrePrints | https://doi.org/10.12677/hans.preprints.61003. | CC-BY 4.0 Open Access | rec: 1 February 2021, publ: 3 February 2021