

Study on Shear Lag Effect of Wide Box Girder Based on Energy Method in Single-Cable-Plane Cable-Stayed Bridge

Donglian Tan¹, Fengjiang Qin²

¹Shanghai Institute of Technology, Shanghai

²Chongqing University, Chongqing

Email: tdl021@126.com

Received: Jul. 8th, 2016; accepted: Jul. 22nd, 2016; published: Jul. 29th, 2016

Copyright © 2016 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

Box beam shear lag effect of single-cable-plane cable-stayed bridge under bending moment and axial force is analyzed in this paper. Taking one Yellow River Bridge in Jinan as an example, the formula of shear lag under dead load has been set up using the Energy Variation Method. It is convenient and practical. The theoretical calculation results are in good agreement with those obtained in the solid finite element model. The results show that the shear lag effect of single-cable-plane cable-stayed bridge with wide box girder is bigger. It should be highly valued in the design.

Keywords

Single-Cable-Plane Cable-Stayed Bridge, Wide Box Girder, Energy Method, Shear Lag Effect, Finite Element

基于能量法单索面斜拉桥宽箱梁剪力滞效应分析

谭冬莲¹, 秦凤江²

¹上海应用技术大学, 上海

²重庆大学, 重庆

Email: tdl021@126.com

收稿日期: 2016年7月8日; 录用日期: 2016年7月22日; 发布日期: 2016年7月29日

摘要

本文对单索面斜拉桥在弯矩和轴力作用下箱梁剪力滞效应进行分析, 以济南某黄河公路大桥为例, 运用能量法得到恒载剪力滞计算公式, 方便实用, 理论计算结果与实体有限元模型计算结果吻合良好, 结果显示单索面斜拉桥宽箱梁剪力滞效应比较大, 设计时应予以高度重视。

关键词

单索面斜拉桥, 宽箱梁, 能量法, 剪力滞效应, 有限元

1. 引言

单索面预应力混凝土宽箱梁斜拉桥中央密索的主梁须采用封闭式薄壁箱梁断面。由于箱梁顶板较宽而腹板相对较薄, 翼缘剪切变形比较严重, 导致箱梁弯曲正应力在横向非均匀分布, 即“剪力滞后”现象。前人多采用空间有限元计算[1]-[4]。文献[5] [6]采用能量法研究开裂连续箱梁的剪力滞效应, 连续箱梁剪力滞效应不考虑轴向力, 而单索面斜拉桥的宽箱梁承受较大的轴向力, 因此, 轴向力的剪力滞效应不可忽略。本文采用能量法推导出简单实用的剪力滞系数计算公式, 便于在初步设计时应用。另外, 斜拉桥箱梁横断面法向应力除了弯曲正应力外, 还有轴向压力的贡献, 所以剪力滞分析时必须考虑轴力的影响。

2. 基于能量法剪力滞系数基本方程的推导

单索面斜拉桥宽箱梁的截面形式如图1所示。

2.1. 弯矩作用下的弯曲正应力

箱梁在弯矩作用下的位移函数按腹板、悬臂板、顶板、底板分别建立如下:

肋板 $w|_{z=0} = w(x)$

$$u(x, y) = -[w(x) - \beta(x)] \cdot z$$

式中,

$$\beta(x) = \left[\frac{Q}{GA} \right]$$

悬臂板 $z=h_3$

$$u(x, y)|_{z=h_3} = h_3 \cdot \left\{ -[w(x) - \beta(x)] + \left(1 - \frac{\bar{y}^2}{b_1^2} \right) u_1(x) \right\}, \quad -b_1 \leq \bar{y} \leq 0$$

顶板($z=h_2$)

$$u_2(x, y)|_{z=h_2} = h_2 \cdot \left\{ -[w(x) - \beta(x)] + \left(1 - \frac{\bar{y}^2}{b_3^2} \right) u_2(x) \right\}$$

$$u_3(x, y)|_{z=h_2} = h_2 \cdot \left\{ -[w(x) - \beta(x)] + \left(1 - \frac{\bar{y}_2^2}{b_3^2} \right) u_3(x) \right\}$$

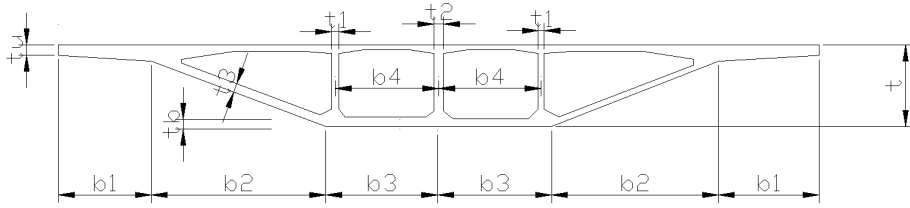


Figure 1. Cross section of box girder
图 1. 箱梁截面形式

底板($z=h_1$)

$$u_4(x, y)|_{z=h_1} = h_1 \cdot \left\{ -[w(x) - \beta(x)] + \left(1 - \frac{y^2}{b_f^2}\right) u_4(x) \right\}$$

其中, $\bar{y} = y - (b_1 + b_2 + b_3)$

由能量法得到在弯矩作用下的箱梁弯曲正应力计算公式。

顶板:

$$\sigma_{\square(x,y)1} = Eh_2 \cdot \left\{ -[w''(x) - \beta'(x)] + \left(1 - \frac{y^2}{b_3^2}\right) u_1'(x) \right\}, \quad (b_2 + b_3 \leq |y| \leq b_1 + b_2 + b_3)$$

$$\sigma_{\square(x,y)2} = Eh_2 \cdot \left\{ -[w''(x) - \beta'(x)] + \left(1 - \frac{y^2}{b_2^2}\right) u_2'(x) \right\}, \quad (b_3 \leq |y| \leq b_2 + b_3)$$

底板:

$$\sigma_{\text{底}(x,y)} = Eh_1 \cdot \left\{ -[w''(x) - \beta'(x)] + \left(1 - \frac{y^2}{b_f^2}\right) u_4'(x) \right\} \quad (0 \leq |y| \leq b_3)$$

其中:

$$w'(x) = -\frac{M(x)}{EI} + \frac{2}{3} \sum_{i=1}^4 EI_i u_i'(x) + \frac{I_i}{I} \beta'(x);$$

$$u_i'(x) = \frac{\left[\frac{5}{4} \beta'(x) \left(1 + \sum_{i=1}^4 a_i\right) + \frac{5}{4} \frac{M(x)}{EI} \right]}{\left(1 - \frac{5}{6} \sum_{i=1}^4 a_i\right)}$$

$$\beta(x) = \left(\frac{Q}{GA_w} \right) x, \quad a_i = \frac{I_i}{I}, \quad (i=1, 2, 3, 4)$$

Q 为截面处剪力值, $M(x)$ 为截面弯矩, G 为混凝土剪切模量, E 为混凝土弹性模量, A_w 为腹板总面积, I 为全截面惯性矩。

2.2. 轴力作用下的正应力

与弯矩作用下的分析方法相类似, 依旧采用二次抛物线, 同时设顶板、底板分别为不同的位移函数。在轴力的作用下, 引进广义函数 $X(x)$ 、 $u(x, y)$, 分别表示箱梁的上翼板中心的纵向位移函数和任一点的位移函数, 同弯矩作用下的假定一样:

- 1) 板的横向弯曲变形可以忽略不计;

2) 板平面外的剪切变形 γ_{xz} , γ_{yz} , 上下翼板的竖向挤压 ξ_x 及横向应变, 横向弯曲以及应变等均可忽略不计;

3) 这里假定板的纵向位移为二次抛物线分布。

用能量变分法所得到的在轴力作用下顶、底板正应力的一般形式如下式:

$$\sigma_{\square(x,y)} = Eu'_1(x,y) = \frac{1}{2A} \left\{ N(x) + \left[n_1 BK_1 \left(B - \frac{2Ay^2}{b^2} \right) \right] \left[a_1 chK_1 x + a_2 shK_1 x - \frac{N''(x)}{K_1^3} \right] \right\}$$

$$\sigma_{\text{底}(x,y)} = Eu'_5(x,y) = \frac{1}{2A} \left\{ \left[N(x) + n_1 BK_1 \left(B - 2A - 2A\varepsilon_3^2 + \frac{2Ay^2}{b^2} \right) \right] \left[a_1 chK_1 x + a_2 shK_1 x - \frac{N''(x)}{K^3} \right] \right\}$$

这里需要注意的是: 如果 $N(x)$ 是分段函数, 那么需要在每个分段点重新利用边界条件和位移的连续条件, 此时 $u(x,y)$ 就变成了分段函数, 那么 a_1 、 a_2 值在每个分段均不相同, 而以上所求得的位移函数 $u(x,y)$ 以及系数 a_1 和 a_2 均是默认为轴力从 $x=0$ 连续变化到 $x=l$ 的情况。

当 $N(x)$ 分别按照抛物线和线性变化时, 系数 a_1 和 a_2 整理如表 1 所示。

其中:

$$K = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{4ADG}{3E(4AC - B^2)}}, \quad n = \frac{1}{4AC - B^2}$$

$$A = \frac{1}{2} A_2 + A_1 + (1 - \varepsilon_3) A_3 + (1 - \varepsilon_3) t_u b + \varepsilon_2 t_b b$$

$$B = 2\varepsilon_3^2 A_1 + \frac{2}{3}(1 - \varepsilon_3^3) + \frac{2}{3}(1 + \varepsilon_1)^3 t_u b + \left(2\varepsilon_2^3 + \frac{4}{3}\varepsilon_2 \right) t_b b$$

$$C = \varepsilon_3^4 A_1 + \frac{1}{5}(1 - \varepsilon_3^5) A_3 + \frac{1}{5}(1 + \varepsilon_1)^5 t_u b + \left(\frac{1}{3}\varepsilon_2^3 + \frac{8}{15}\varepsilon_2 \right) t_b b$$

$$D = (1 + \varepsilon_1)^3 t_u b + \frac{t_b b}{\varepsilon_2}$$

3. 本文能量法剪力滞系数

初等梁理论箱梁在弯矩和轴力作用下的正应力为:

$$\sigma_{\text{初等梁}} = \frac{N(x)}{A} \pm \frac{M(x) \cdot y}{EI}$$

剪力滞系数:

$$\lambda = \frac{\sigma_{\text{能量法}}}{\sigma_{\text{初等梁}}}$$

以济南建邦黄河公路大桥图 1 为例计算能量法剪力滞系数。截面参数如下:

$$t_u = 0.18 \text{ m}, \quad t_b = 0.30 \text{ m}, \quad t_1 = 0.40 \text{ m}, \quad t_2 = 0.40 \text{ m}, \quad t_3 = 0.40 \text{ m}$$

$$b_1 = 4.00 \text{ m}, \quad b_2 = 6.75 \text{ m}, \quad b_3 = 4.50 \text{ m}, \quad b_4 = 4.20 \text{ m}$$

$$h = 2.635 \text{ m}, \quad h_1 = 1.732 \text{ m}, \quad h_2 = 0.904 \text{ m}$$

混凝土各项指标为:

$$E = 3.45 \times 10^4 \text{ MPa}, \quad G = 1.38 \times 10^4 \text{ MPa}$$

SC'1 ~ SC'7 的斜拉索拉力沿纵向的分布情况如表 2 所示(取辅助墩位置处为 $x = 0$ 点)。

分别按照线性和抛物线变化进行拟合, 得到的多项式以及各项系数如表 3 所示。

根据不同分布的形式, 对跨中顶、底板所选取位置处的正应力进行计算, 将得到的应力与在弯矩作用下计算得到的应力值叠加, 如表 4 所示。

初等梁理论计算得到的跨中截面顶底板应力如表 5 所示。

计算得到顶底板所选取的不同位置处的剪力滞系数, 如表 6 所示。

跨中底板和顶板的中腹板处剪力滞现象都存在, 但是底板较为明显, 比相应位置处的顶板高约 3.5%; 顶板与边腹板交界处的剪力滞效应比较明显, 但是底板相应位置处并不是差异很大; 而顶板和斜腹板交界处出现了负剪力滞效应。

Table 1. The coefficient values under different variation conditions of axial force
表 1. 轴力变化不同情况下系数值

轴力变化方式	系数 a_1	系数 a_2
$N(x) = A_0x + B_0$	$a_1 = \frac{A_0 - A_0chK_1l}{K_1^2shK_1l}$	$a_2 = \frac{A_0}{K_1^2}$
$N(x) = A_0x + B_0x + C_0$	$a_1 = \frac{2A_0l + B_0 - B_0chK_1l}{K_1^2shK_1l}$	$a_2 = \frac{B_0}{K_1^2}$

Table 2. Location of the cable and axial force
表 2. 拉索位置及轴向力

拉索编号	拉索力(kN)	角度(°)	位置 x(m)	N(x) (kN)
SC'7	3639.70	37.51	6.00	2887.22
SC'6	3492.90	39.82	12.00	5569.90
SC'5	3243.20	42.79	18.00	7950.11
SC'4	3090.30	46.43	24.00	10080.26
SC'3	2825.00	51.11	30.00	11853.80
SC'2	2553.70	57.00	36.00	13244.61
SC'1	2590.95	65.24	42.00	14329.87

Table 3. The coefficient values according to different distributions of axial force
表 3. 轴力按照不同分布情况下的系数取值

拟合形式	拟合的多项式形式	系数 a_1	系数 a_2
线性	$y = 318.9x + 1762.1$	-12934.77	12937.64
抛物线	$y = -4.513x^2 + 535.56 + 187.52$	-21727.31	21727.42

Table 4. Stress value of cross section at the top and bottom positions obtained by energy variation method
表 4. 能量变分法所得到的跨中截面处顶、底板不同位置处应力值

选取的位置	中心($y = 0$)	边肋处($y = 4.5$)	斜腹板处($y = 11.25$)
顶板(MPa)	4.089	1.245	2.426
底板(MPa)	-23.36		-21.033

Table 5. Stress value of cross section at the top and bottom positions calculated by elementary beam theory
表 5. 初等梁理论计算得到跨中截面顶、底板应力值

位置	顶板	底板
应力值(MPa)	-3.762	-20.763

Table 6. Calculated shear-lag coefficient of the cross section at the top and bottom positions
表 6. 计算得到跨中截面顶、底板剪力滞系数

选取的位置	中心($y = 0$)	边肋处($y = 4.5$)	斜腹板处($y = 11.25$)
顶板 λ	1.087	1.162	0.645
底板 λ	1.125		1.043

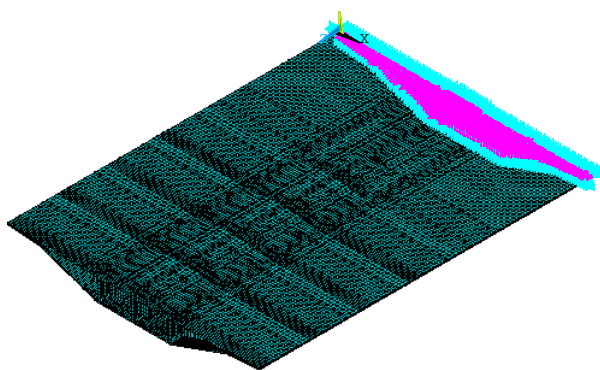


Figure 2. Space finite element model of tower root extension to 40 m segment
图 2. 塔根部外延 40 米节段空间有限元模型

4. 空间有限元法求解剪力滞系数

4.1. 有限元模型的建立

通过有限元分析程序 ANSYS 建立空间有限元模型。梁体采用 Solid65 实体单元模拟。选取边塔边侧的 5 个斜拉索梁段一共 40 m 混凝土箱梁建立模型, 节段模型一共生成 94,901 个节点, 划分为 70,512 个实体单元。斜拉索索力按照锚垫板下的面力荷载施加。边界条件为桥塔处固结, 另外一端不约束, 有限元模型如图 2 所示。

4.2. 剪力滞系数的分析

根据 ANSYS 空间有限元模型计算得到的跨中处截面的顶、底板处的腹板交界处正应力如表 7 所示。

根据剪力滞系数的计算公式, 将 ANSYS 模型中求得的跨中顶、底板正应力值和根据简单梁理论计算出的跨中相应正应力值相比, 得到跨中顶、底板的剪力滞系数如表 8 所示。

跨中腹板处底板和顶板均出现明显的正剪力滞效应, 但是底板较为明显, 比顶板同样位置处约高出 19.9%; 而在腹板交界处, 顶板剪力滞效应较之底板同样位置不明显, 在斜腹板处存在负剪力滞效应, 而底板同样位置处较顶板高约 9.4%。

5. 两种方法计算结果比对分析

本文利用能量法推导的剪力滞系数计算方法, 与有限元方法计算剪力滞系数对比结果如表 9 所示。能量法计算得到的剪力滞系数与空间有限元法得到的剪力滞系数误差较小, 顶板中心高处为 6.3%,

Table 7. Normal stress values at top and bottom positions obtained by using space finite element model
表 7. 空间有限元模型计算得到的顶、底板正应力值

选取的位置	中心($y = 0$)	边肋处($y = 4.5$)	斜腹板处($y = 11.25$)
顶板(MPa)	-3.848	-4.029	-2.344
底板(MPa)	25.33		24.313

Table 8. Shear-lag coefficient using finite element model
表 8. 有限元模型计算得到的剪力滞系数值

选取的位置	中心($y = 0$)	边肋处($y = 4.5$)	斜腹板处($y = 11.25$)
顶板 λ	1.023	1.071	0.623
底板 λ	1.219		1.171

Table 9. Comparison of the shear lag coefficient
表 9. 剪力滞系数对比表

选取的位置	中心($y = 0$)	边肋处($y = 4.5$)	斜腹板处($y = 11.25$)
有限元法顶板 λ	1.023	1.071	0.623
变分法顶板 λ	1.087	1.162	0.645
有限元法底板 λ	1.219		1.171
变分法底板 λ	1.125		1.043

边肋交界处为 8.5%，斜腹板交界处为 3.5%；底板处中心处为 8.4%，腹板交界处为 12.3%，因为腹板交界处的受力较复杂，能量法里假定的位移函数难以完全真实的描述该处的位移。

6. 结语

通过前述分析可以得到以下结论：

1) 本文采用能量法对单索面宽箱梁剪力滞效应进行分析，得到同时考虑弯矩和轴力共同作用下单索面宽箱梁剪力滞系数计算公式。

2) 本文能量法计算单索面宽箱梁剪力滞系数与采用有限元方法的计算值误差较小，因此，采用本文单索面宽箱梁剪力滞系数计算方法可以满足工程要求。计算公式简单、可靠。

3) 单索面斜拉桥宽箱梁剪力滞效应比较大，设计时应予以高度重视。

基金项目

国家自然科学基金资助项目(51378069)。

参考文献 (References)

- [1] 张启伟, 张士铎. 单索面斜拉桥箱梁恒载剪力滞效应分析[J]. 中国公路学报, 1997, 10(1): 39-43.
- [2] 周世军, 杨子江. 考虑集中弯矩作用的箱梁剪力滞分析有限梁单元[J]. 铁道学报, 2010, 32(3): 90-94.
- [3] 黄刚. 超宽单箱单室箱梁剪力滞效应分析[J]. 公路交通技术, 2010, 8(4): 56-58.
- [4] 刘沐宇, 袁卫国, 孙文会, 孙向东. 单索面宽幅矮塔斜拉桥拉索作用下主梁剪力滞效应分析[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2010, 34(6): 1162-1166.
- [5] 曹国辉, 方志. 变分原理分析开裂筒支箱梁剪力滞效应[J]. 计算力学学报, 2007, 24(6): 853-864.
- [6] 曹国辉, 方志. 变分原理分析连续箱梁开裂后的剪力滞效应[J]. 计算力学学报, 2007, 24(4): 75-80.

期刊投稿者将享受如下服务：

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>