

真空排水作用下降雨入渗边坡渗流场分析

段文彬¹, 周粲铭², 马渊博², 董旭光²

¹甘肃省建筑设计研究院有限公司, 甘肃 兰州

²宁夏大学土木与水利工程学院, 宁夏 银川

收稿日期: 2023年9月25日; 录用日期: 2023年10月16日; 发布日期: 2023年10月26日

摘要

针对降雨诱发的边坡失稳问题,在边坡内设置真空排水管,探究真空排水作用下边坡的渗流场变化特性。采用Geo-studio软件建立降雨和真空作用的二维有限元边坡模型,分析了不同雨强、持时和真空排水管布设位置、真空度的边坡渗流场变化规律。结果表明,随着雨强不断增大,降雨持时增长,边坡土体孔隙水压力逐渐增大,说明降雨入渗实质上是边坡非饱和土逐渐过渡为饱和土;此外,排水管真空度越高,距离坡底越近,边坡真空排水效果越好。

关键词

边坡工程, 降雨入渗, 真空排水, 渗流, 数值模拟

Analysis of Seepage Field of Rainfall Infiltration Slope Under Vacuum Drainage

Wenbin Duan¹, Canming Zhou², Yuanbo Ma², Xuguang Dong²

¹Gansu Architectural Design and Research Institute Co., Ltd., Lanzhou Gansu

²School of Civil and Hydraulic Engineering, Ningxia University, Yinchuan Ningxia

Received: Sep. 25th, 2023; accepted: Oct. 16th, 2023; published: Oct. 26th, 2023

Abstract

For the rainfall-induced slope instability, vacuum drain is set up in the slope to investigate the change characteristics of the seepage field of the slope under the action of vacuum drainage. Geo-studio software is used to establish a two-dimensional finite element slope model of rainfall and vacuum, and analyze the change rule of slope seepage field with different rainfall intensity, holding time, vacuum drain placement location and vacuum degree. The results show that with the increasing rainfall intensity, rainfall holding time growth, slope soil pore water pressure gradually

increased, indicating that rainfall infiltration is essentially a gradual transition of the slope unsaturated soil into saturated soil; in addition, the higher the vacuum degree of the drainpipe, the closer the bottom of the slope, the better the effect of vacuum drainage of the slope.

Keywords

Slope Engineering, Rainfall Infiltration, Vacuum Drainage, Seepage, Numerical Simulation

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

降雨入渗导致边坡内水分与基质吸力变化是影响非饱和土质边坡稳定性的重要因素,也是造成滑坡、崩塌、泥石流等自然灾害的主要原因[1] [2] [3]。这是因为随着降雨的持续进行,边坡表面逐渐产生地表径流,致使大量雨水堆积在坡脚位置。此外,一部分雨水入渗到边坡内部造成边坡地下水位升高,由于缺少有效的措施将其排出坡外,对边坡稳定构成严重威胁。据统计,自20世纪以来,我国发生的大型灾害性边坡失稳由地下水位升高引起的约占一半以上[4]。根据西北地区相关地质灾害报告,由降雨引起的地下水位升高是西北黄土边坡失稳的重要因素之一[5]。因此排出地下水、降低地下水位对提高边坡稳定性具有显著的作用[6]。

真空排水是一种新型排水技术,已在软土地基加固[7] [8],软弱富水地区边坡失稳[9] [10]等领域积累了较多研究成果。任伟[11]结合模型试验与数值模拟结果,对比分析了非真空管井降水和真空管井降水方法。邹斌[12]应用FLAC3D有限元软件,模拟了高真空管井在低渗透性黏土层中的降水规律,并得到了提高降水速率的方法,同时针对不同抽水时间、真空度、井深进行数值模拟。任姗姗[13] [14]使用Abaqus有限元软件针对不同孔径、排水管角度、位置等工况研究虹吸排水能力及降水规律。曾锋[15]通过在边坡不同位置添加水平方向的排水管,研究了边坡不同位置添加排水管对其渗流场及稳定性的影响规律。黄峰[16]利用现场试验得到排水能显著降低孔隙水压力,提高出水效率并缩短工期。贾向新[17]研究了真空井点负压场改善低渗透地区土质的降水效果,得到了不同真空井点条件下的水平影响范围。Chi Nguyen [18]设计了一种具有锚固功能的边坡水平排水锚管,该锚管能排出边坡水分且施工方便,具有良好的应用前景。

上述研究针对排水管在边坡中的排水效果及考虑影响排水管的的不同因素开展了较多有益尝试,但其对边坡渗流场的作用效果尚不明确。基于此,采用Geo-studio有限元分析软件建立真空排水作用下考虑降雨入渗对黄土边坡稳定性影响的二维数值模型。研究不同降雨工况(降雨强度、降雨时间)、真空排水工况(排水管布设位置、真空度、土体渗透系数)下边坡渗流场变化规律。为黄土边坡稳定性分析及灾害防治提供理论支持。

2. 计算模型与方案

真空排水作用下降雨入渗边坡的渗流场变化过程极其复杂,采用Geo-studio软件的SLOPE/W子模块可以得到边坡滑移面及稳定性与降雨持时的关系,Seep/w模块可以获得边坡、基坑的孔隙水压力、含水率、流量、流速云图;Sigma/w模块可以获得土体应力、应变、抗剪强度云图;两者结合可以得到不

同降雨工况(降雨强度、降雨时间)、真空排水工况(排水管布设位置、真空度、土体渗透系数)下边坡渗流场变化规律。

2.1. 工程概况

宁夏某公路路堑黄土边坡,坡高为 15 m,坡率为 1:1.33。土体重度为 18.21 kN/m³,粘聚力为 17 kPa,内摩擦角为 25°,泊松比为 0.26,弹性模量为 5000 kpa,饱和渗透系数为(2.0 × 10⁻⁵) m/s,地下水位埋深较浅,暂不考虑地下水位的影响,土体力学参数如表 1 所示。土体渗透系数曲线和土水特征曲线分别如图 1 与图 2 所示,二维有限元模型如图 3 所示,监测点布置如图 4 所示。

Table 1. Mechanical parameters of soil

表 1. 土体力学参数

重度 (kN/m ³)	黏聚力 (kPa)	内摩擦角 (°)	弹性模量 (MPa)	泊松比	渗透系数(m/s)	<i>a</i>	<i>n</i>	θ_r	θ_s
18.21	17	25	5	0.26	2.0 × 10 ⁻⁵	0.04	2.51	0.13	0.43

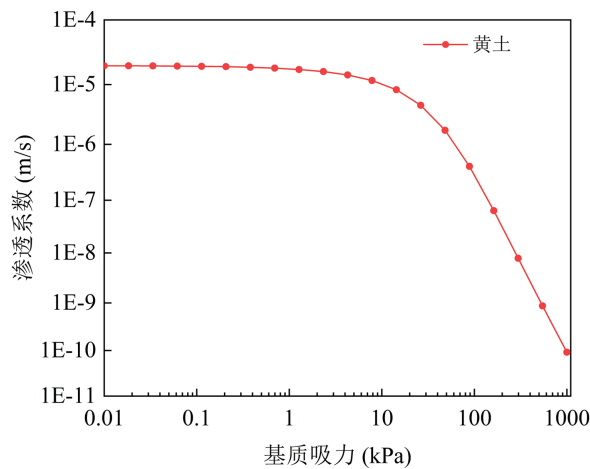


Figure 1. Soil permeability coefficient curve

图 1. 土体渗透系数曲线

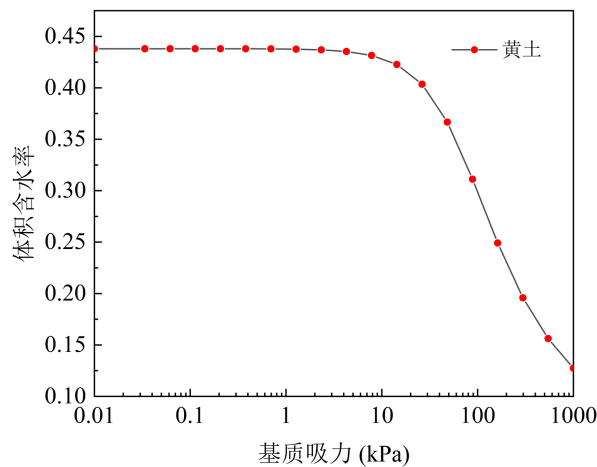


Figure 2. Soil-water characteristic curve

图 2. 土水特征曲线

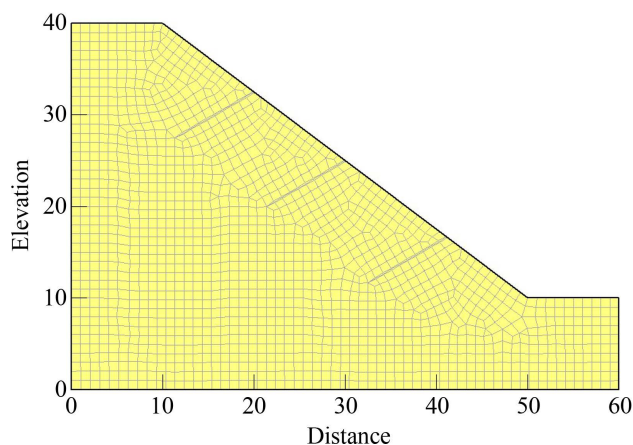


Figure 3. Two-dimensional finite element model

图 3. 二维有限元模型

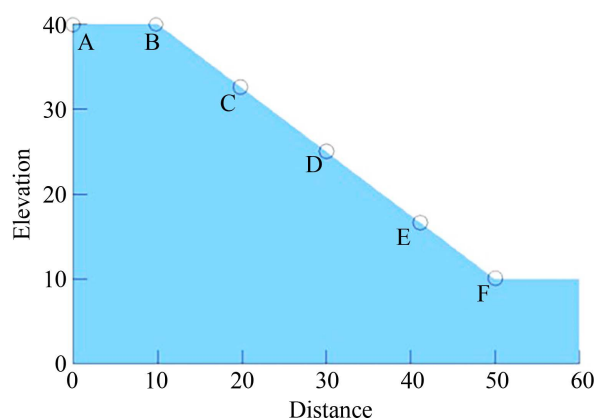


Figure 4. Layout of monitoring sites

图 4. 监测点布置图

2.1.1. 初始条件

初始条件是瞬态渗流分析的首要环节，它是后续瞬态渗流分析的基础，主要作用是得到不添加任何流体边界条件的边坡渗流场分布情况。在 Geo-studio 软件的设置页面中，根据边坡土体孔压与含水率的关系，则在 Geo-studio 软件中输入初始体积含水率即可获得边坡渗流场的初始条件。

2.1.2. 边界条件

1) 降雨边界条件。位移边界条件：边坡底部进行水平及竖直方向的位移约束，两侧进行水平方向约束。流体边界条件：在边坡水平面及斜坡面施加单位流量边界，其余表面设置为不透水边界。为了更好地观察降雨入渗规律及分析边坡位移变化，在边坡表面及内部设置监测点。首先利用 Geo-studio 中 sigma/w 原位分析模块，对有限元计算模型进行应力重分布并平衡初始地应力。再将计算得到的稳态应力场导入 sigma/w 耦合应力、孔隙水压力模块进行渗流 - 应力耦合分析，在此模块中添加边界条件进行计算，将得到的瞬态渗流场、应力场导入 slope/w 模块，得到随时间变化的边坡安全系数及滑移面。边坡稳定性分析类型采用 Morgenstern-Price 法。土体本构关系采用理想的摩尔库伦弹塑性模型，按极限平衡法对该边坡开展不同降雨工况下的边坡稳定性研究。

2) 真空排水边界条件：位移边界条件与降雨边界条件相同，流体边界条件为排水管施加一个等值的真空度，同时在 sigma/w 模块中将真空管设置为层面单元，便于在后处理中读取排水管的流速、流量、

真空度等信息。由于真空排水是在降雨之后进行的，故将降雨得到的渗流场、应力场导入到真空排水的 σ/w 模块中，再将真空排水的 σ/w 模块导入一个新的 $slope/w$ 模块，得到随时间变化的边坡安全系数及滑移面。边坡稳定性分析同样采用 Morgenstern-Price 法。

2.2. 计算方案

2.2.1. 降雨计算方案

根据中国气象局规定降雨强度按降雨量分为 6 类：小雨、中雨、大雨、暴雨、大暴雨、特大暴雨，如表 2 所示。本文设计了四种降雨强度(工况一：中雨 20 mm/d；工况二：大雨 50 mm/d；工况三：暴雨 100 mm/d；工况四：大暴雨 200 mm/d)，分析不同时间节点下，坡体孔隙水压力、体积含水率、边坡安全系数和位移变化规律。降雨时长设置为连续 4 天。

Table 2. Rainfall classification table

表 2. 降雨等级划分表

降雨等级	小雨	中雨	大雨	暴雨	大暴雨	特大暴雨
日降雨量(mm)	小于 10	10~25	25~50	50~100	100~250	大于 250

2.2.2. 真空排水计算方案

在真空排水作用开始前，设置初始地下水位，本文只考虑降雨工况。排水管统一设置成与边坡水平面成 30 度角，总长为 15 m，其中靠近坡面的 7.5 m 为非真空区；远离坡面的 7.5 m 为真空区，施加真空负压，各工况下排水管的布置图如图 5 所示。

为了探究真空排水能否足量排出由降雨入渗而增加的地下水位，分析真空排水后坡体地下水位的分布情况及安全系数的变化，取降雨强度为 200 mm/d、时长为 96 小时后的渗流场和应力、应变场作为计算初始条件，排水时间为 24 h。

工况一：在边坡不同位置设置排水管。在坡面上不同位置 A、B、C (坡顶、坡身、坡底) 布设真空排水管，管编号分别为 1、2、3，如图 5 所示，并与不排水边坡对比，施加降雨强度为 200 mm/d，探究排水管位置对排水效果的影响。

工况二：设置不同真空度排水管。在坡面 C 点依次布设真空度为 0.02 MPa、0.04 MPa、0.06 MPa、0.08 MPa 的真空排水管，管编号为 3，探究不同真空度对排水效果的影响。

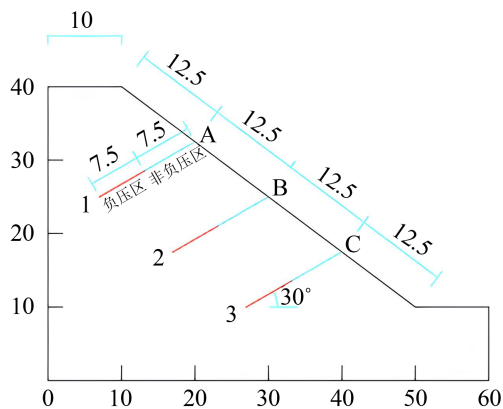


Figure 5. Drainage pipe arrangement under rainfall conditions (unit: m)

图 5. 降雨工况下排水管布置(单位: m)

3. 降雨入渗对边坡渗流场的影响分析

1) 雨强 20 mm/d

降雨 12 小时后, 得到的边坡孔隙水压力分布如图 6(a)所示, 降雨 72 小时后, 得到的边坡孔隙水压力分布如图 6(b)所示。

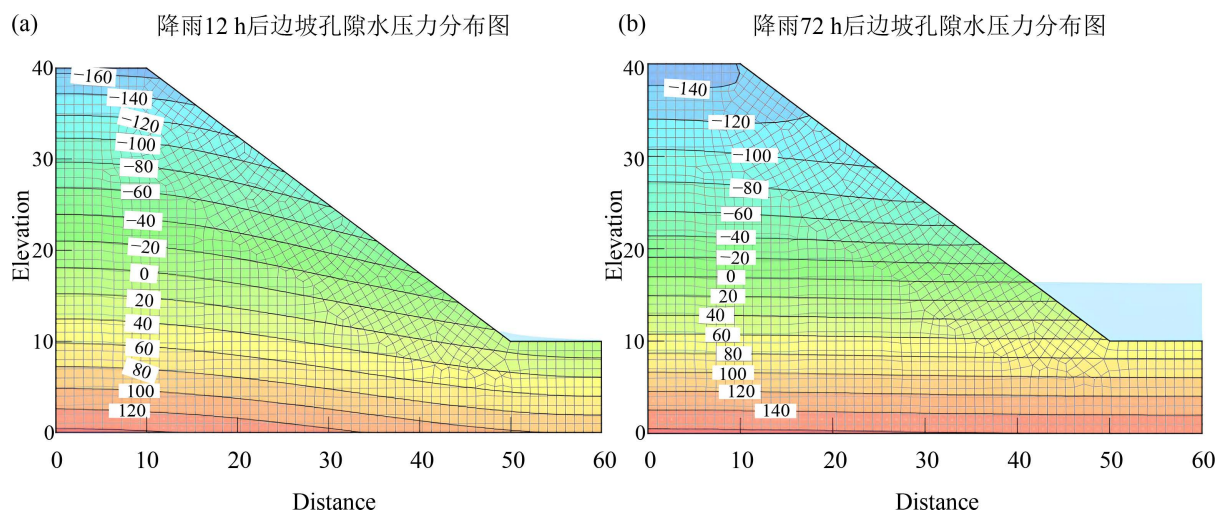


Figure 6. Cloud map of slope pore pressure at rainfall intensity of 20 mm/d (unit: kPa)

图 6. 降雨强度 20 mm/d 时边坡孔压云图(单位: kPa)

2) 雨强 50 mm/d

降雨 12 小时后, 得到的边坡孔隙水压力分布如图 7(a)所示, 降雨 72 小时后, 得到的边坡孔隙水压力分布如图 7(b)所示。

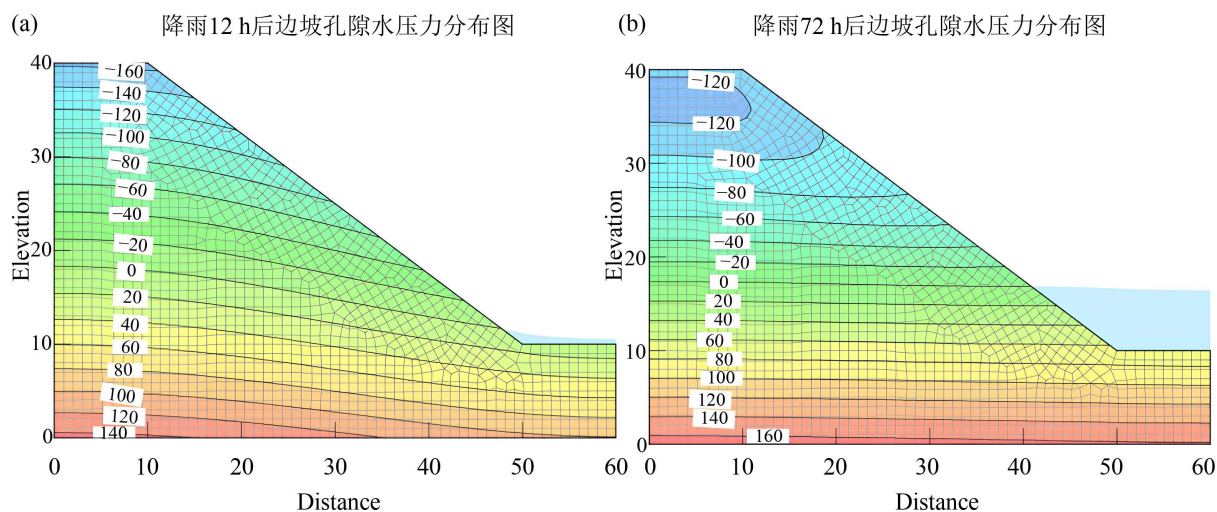


Figure 7. Cloud map of slope pore pressure at rainfall intensity of 50 mm/d (unit: kPa)

图 7. 降雨强度 50mm/d 时边坡孔压云图(单位: kPa)

3) 雨强 100 mm/d

降雨 12 小时后, 得到的边坡孔隙水压力分布如图 8(a)所示, 降雨 72 小时后, 得到的边坡孔隙水压力分布如图 8(b)所示。

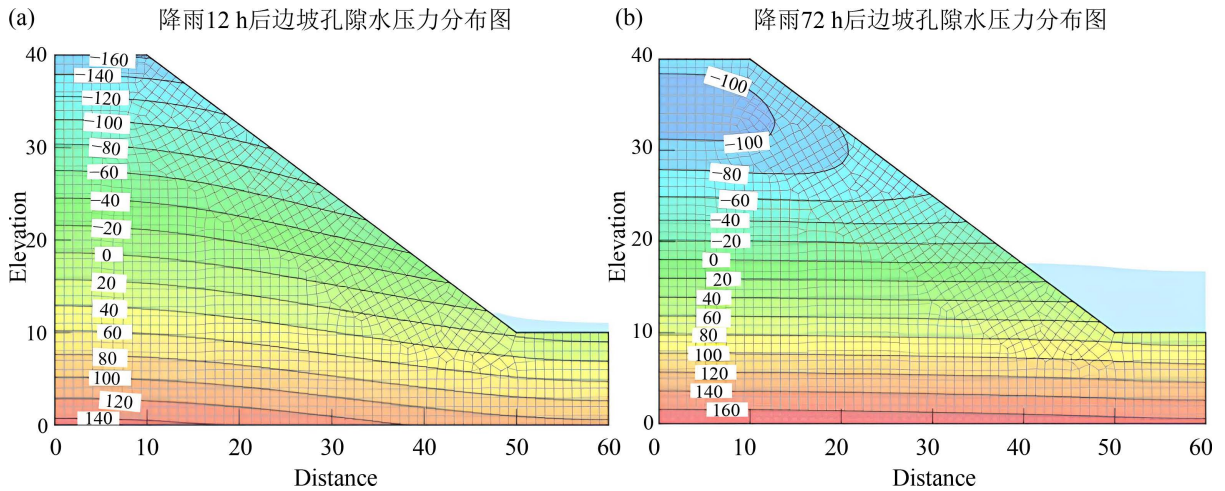


Figure 8. Cloud map of slope pore pressure at rainfall intensity of 100 mm/d (unit: kPa)

图 8. 降雨强度 100 mm/d 时边坡孔压云图(单位: kPa)

4) 雨强 200 mm/d

降雨 12 小时后, 得到的边坡孔隙水压力分布如图 9(a)所示。降雨 72 小时后, 得到的边坡孔隙水压力分布如图 9(b)所示。

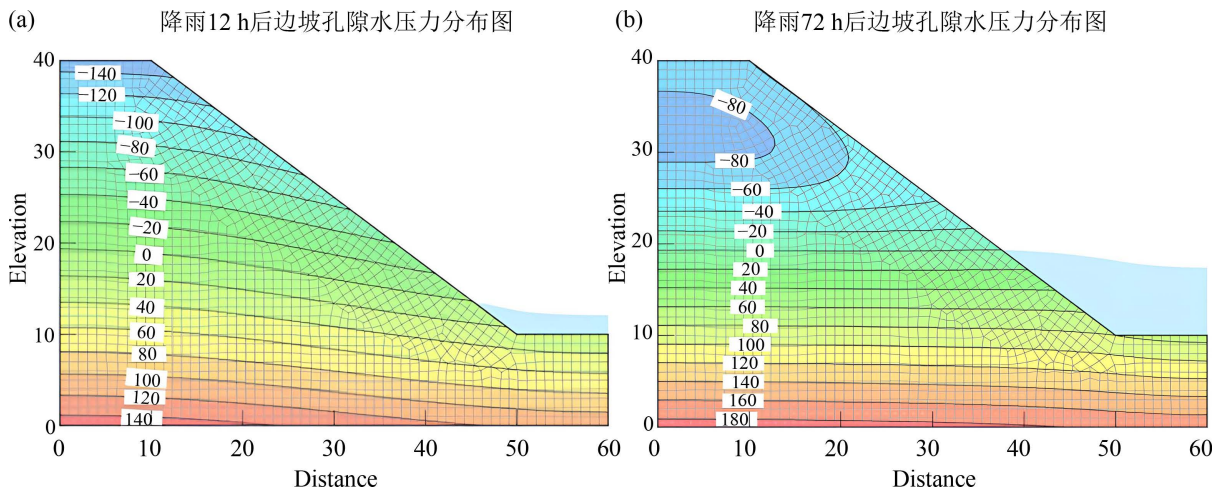


Figure 9. Cloud map of slope pore pressure at rainfall intensity of 200 mm/d (unit: kPa)

图 9. 降雨强度 200mm/d 时边坡孔压云图(单位: kPa)

由图 6~9 可知, 边坡地下水位以下土体的孔隙水压力为正值, 且大小随着边坡高度的增加而降低。边坡地下水位以上土体的孔隙水压力为负值, 其值为基质吸力。当降雨强度较小时, 位于边坡深层土体的孔隙水压力受降雨的影响最大, 这是由于降雨初期不存在地下水, 土体含水率较低, 降雨初期雨水能较快地入渗到边坡内部, 使得地下水位在 0~12 小时内迅速上升, 0 孔隙水压力线逐渐抬升。

对比图 6(a)、图 7(a)、图 8(a)、图 9(a)可知, 降雨强度越大, 0 孔隙水压力等值线提升越多。但降雨对边坡孔隙水压力的影响并不明显。这是由于当降雨强度为 20 mm/d 且降雨 12 小时后, 边坡浸润线淹没坡脚, 之后部分雨水沿坡脚排出, 故实际上土体的降雨入渗量小于作用在土体的单位流量。

对比图 6~9 可知, 当降雨强度一定时, 降雨不断持续, 边坡地下水位逐渐提高。地下水位的高程与降雨强度呈正相关。

对比图 6(b)、图 7(b)、图 8(b)、图 9(b)可知, 降雨 72 小时后, 边坡表层土体的孔隙水压力受降雨影响最大。雨强越大, 孔隙水压力增加越大; 孔隙气压力保持不变时, 基质吸力降低越多。

降雨后, 特征点的孔隙水压力随时间变化如图 10 所示, 边坡土体孔隙水压力受静水压力与动水压力的影响。坡脚点 F, 雨强为 20 mm/d 时, 由降雨 12 小时后的 6.49 kPa 上升至 96 小时后的 56.59 kPa。雨强为 50 mm/d 时, 由 12 小时后的 9.28 kPa 上升至 96 小时后的 68.33 kPa。雨强为 100 mm/d 时, 由降雨 12 小时后的 13.91 kPa 上升至降雨 96 小时后的 83.39 kPa。雨强为 200 mm/d 时, 由降雨 12 小时后的 23.15 kPa 上升至降雨 96 小时后的 83.39 kPa。对于坡身点 E, 雨强为 20 mm/d 和 50 mm/d 时, 孔隙水压力均为负值, 说明该点处于非饱和状态, 雨强为 100 mm/d 和 200 mm/d 时, 孔隙水压力分别在降雨 3 d 和 1.5 d 时变为正值, 这说明降雨入渗的实质是边坡非饱和土逐渐向饱和土过渡。

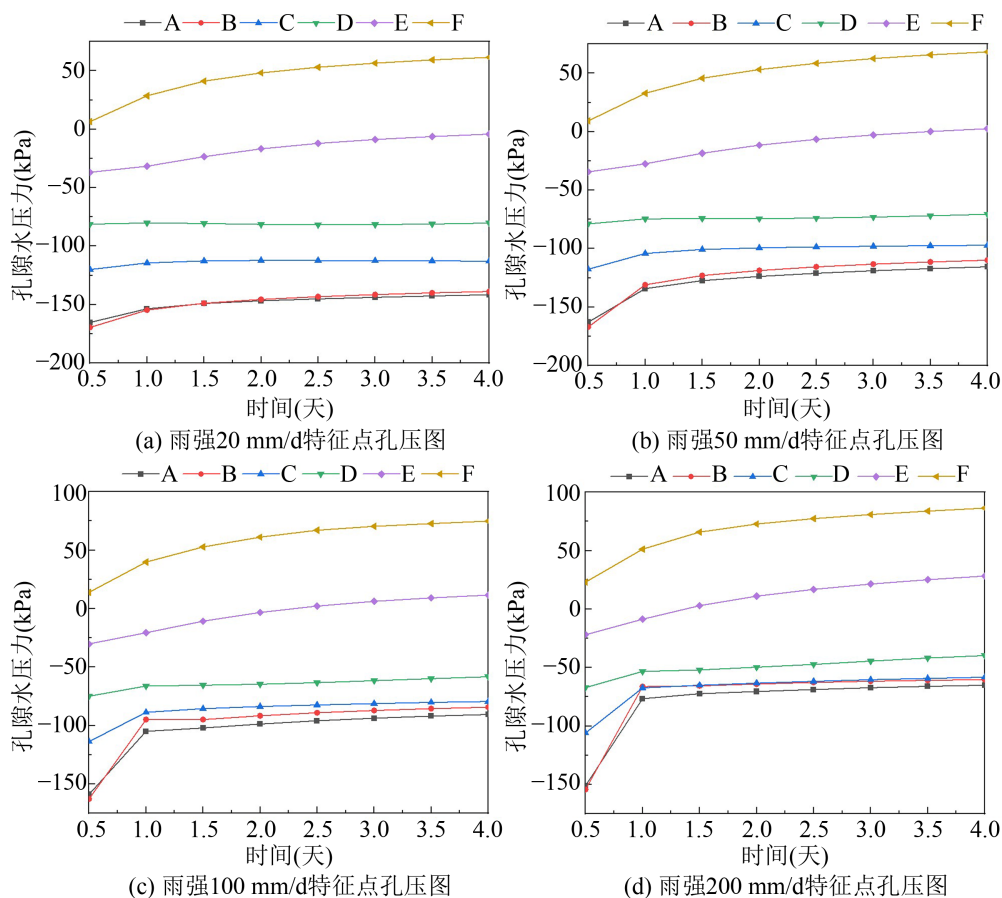


Figure 10. Pore pressure at characteristic points of slope under different rainfall conditions

图 10. 不同降雨条件下边坡特征点孔压

对于点 C、D, 由于这两点距离坡底较远, 故在降雨过程中始终处于非饱和状态, 其孔隙水压力大小始终为负值。雨强越大, 雨水入渗越深, 使得边坡孔隙水压力增大越迅速。

对于坡顶点 B, 降雨 96 小时后, 雨强为 20 mm/d 时, 该点孔隙水压力为 -138.82 kPa。当雨强为 50 mm/d 时, 孔隙水压力为 -109.8 kPa。雨强为 100 mm/d 时, 孔隙水压力为 -84.32 kPa。雨强为 200 mm/d 时, 孔隙水压力提升至 -60.27 kPa, 表明边坡中部孔隙水压力受降雨影响不大。

对于坡顶点 A, 由于和 B 点的位置高程保持一致, 且坡顶降雨均匀, 故 A 点孔隙水压力的变化规律与 B 点近似。

正毛细作用下地下水会逐渐向上迁移，边坡内部非饱和土的含水率随着边坡高程的增加而降低，边坡顶部含水率受降雨作用影响显著。由图 2 土水特征曲线可知，土体的基质吸力与体积含水率呈负相关。天然状态下，地下水位线以上的土体为非饱和状态，土体的基质吸力为该点的负孔隙水压力值；若土体饱和，则孔隙水压力为 0 或正值，基质吸力为 0。由图 10 可知，边坡基质吸力的减小量随着雨强和降雨持时的增大而增大，且增大速率逐渐减小。这是因为随着雨强和降雨持时的增大，地下水位线不断抬升，边坡土体的非饱和区域逐渐减少，基质吸力随之减小，但地下水位线的抬升有限，后期继续增大雨强及降雨持时，地下水位线抬升速率会减小，相应地，基质吸力的减小也会随之变缓。当降雨强度为 100 mm/d 和 200 mm/d 时，位于坡脚处的 F 点的基质吸力为 0。

4. 真空排水对边坡渗流场影响分析

4.1. 真空排水管布置位置对边坡渗流场的影响

在边坡不同位置分别添加 3 根真空排水管，排水管长度均为 15 米，其中负压段长度为 7.5 米，排水管与水平面的夹角为 30 度。由于边坡真空排水受多种因素影响，故在本工况中保持真空度和真空排水时间不变。24 小时后，各工况孔隙水压力分布云图如图 11 和图 12 所示。不同排水方式下排水管底部单位流量随时间变化如图 13 所示。

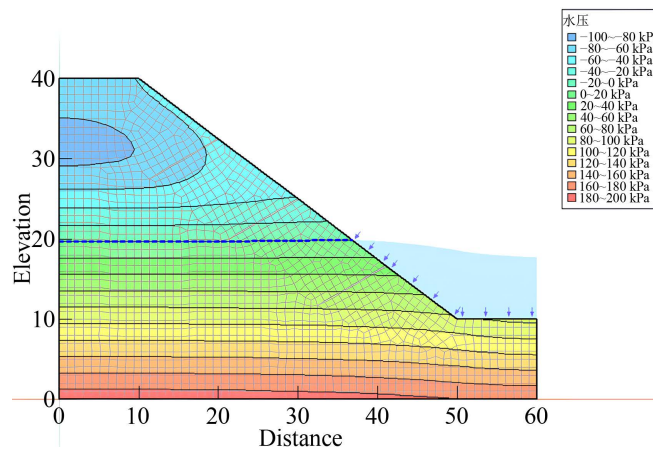
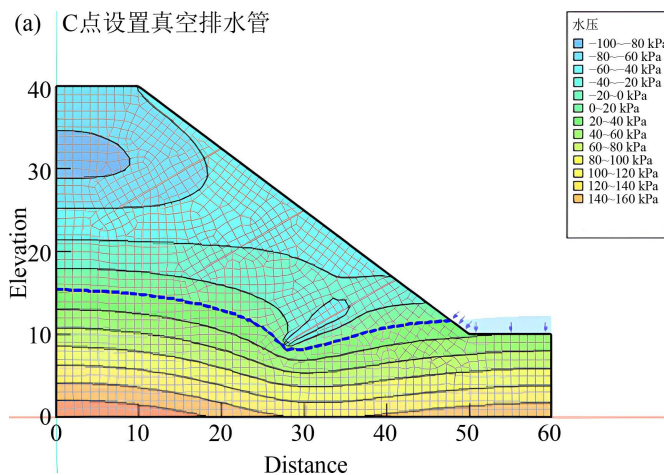


Figure 11. Slope pore pressure after 24 hours of rainfall under undrained conditions

图 11. 不排水状况下降雨 24 小时后边坡孔压



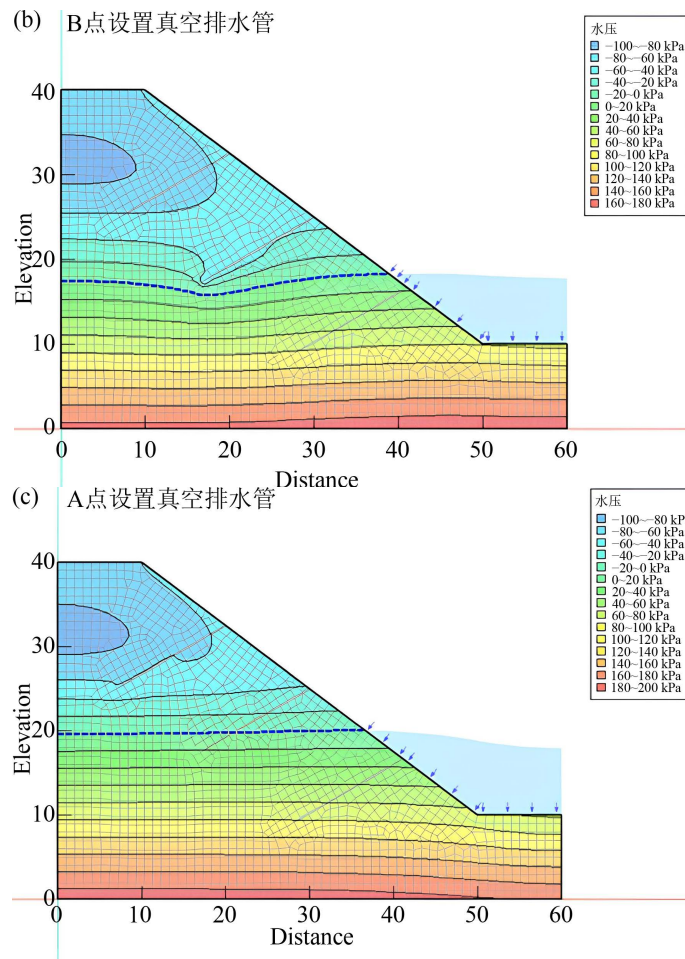


Figure 12. (a) Vacuum drainage + slope lower water level 24 hours after rainfall; (b) Vacuum drainage + slope lower water level 24 hours after rainfall; (c) Vacuum drainage + slope lower water level 24 hours after rainfall

图 12. (a) 真空排水 + 降雨 24 小时后边坡地下水位; (b) 真空排水 + 降雨 24 小时后边坡地下水位; (c) 真空排水 + 降雨 24 小时后边坡地下水位

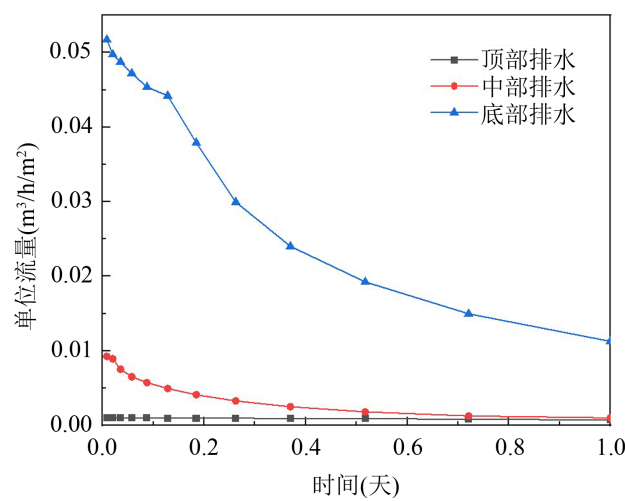


Figure 13. Unit flow rate at the bottom of the drain with time for different drainage methods

图 13. 不同排水方式下排水管底部单位流量随时间变化

图 11 和图 12 可以看出：排水管周围的水位降低较为明显，排水管底部效果最显著，这是由于初始地下水位在排水管上方，地下水直接进入管底排出坡外。由图 13 可知，边坡底部设置排水管，初期排水管的流速最大，排出的水通量大于降雨量；排水后期，边坡地下水位低于排水管，真空排水管的影响半径小于地下水位至排水管底部的距离，排水量减少。边坡中部设置排水管，地下水位略高于排水管底部，排水速率也是逐渐减小，且排水量小于底部排水管，但仍大于降雨入渗的水量。边坡顶部排水时，真空排水的影响半径远小于中部和下步排水，地下水不会沿排水管排出坡外，排水初期，排水量为 0，后期，只有部分入渗的雨水可沿排水管排出。

4.2. 真空度对边坡渗流场的影响

由工况一可知，真空排水管布置在坡脚位置时，排水速率最大，排水量也最大。在 C 点分别布置真空度为 0.02 MPa、0.04 MPa、0.06 MPa、0.08 MPa 的排水管，管的参数与工况一保持一致，探究不同真空度排水管对边坡渗流场的影响。

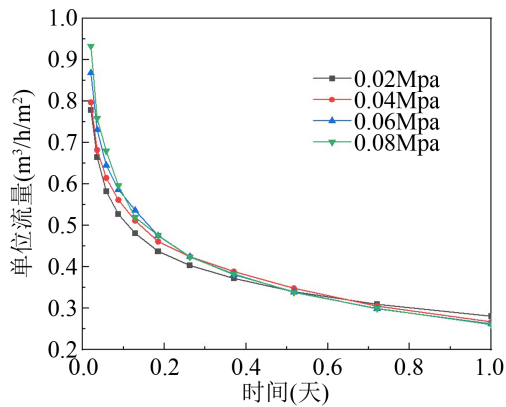
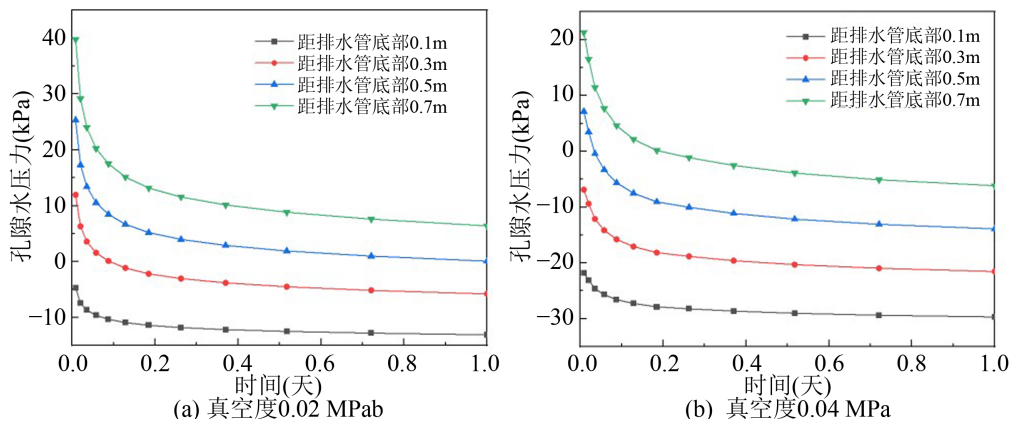


Figure 14. Relation between velocity of drainpipe with different vacuum degree and time

图 14. 不同真空度排水管流速与时间关系

由图 14 可看出，排水管内部真空度越大，抽水速率越快。排水初期，管内真空度为 0.08 MPa 时，排水速率为 0.94 m/h；排水后期，管内真空度为 0.02 MPa 时，排水速率为 0.78 m/h，二者相差 20.5%。真空排水管内的真空度越大，排水管处土体与周围土体之间存在的水头差越明显，土中水向排水管运动的速率越快，排水管的影响区域增大。因此，真空排水时间一定时，排水管内的真空度越大，排水管排水量越大，地下水位降低越明显。



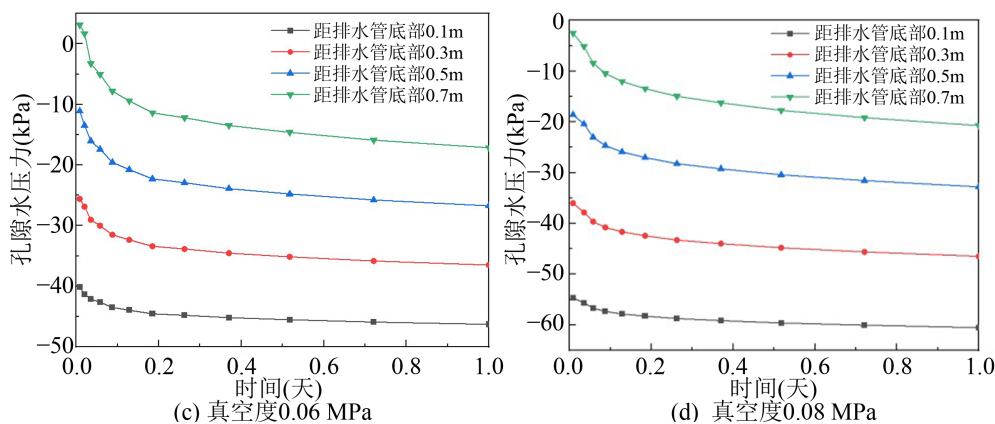


Figure 15. Relation between pore water pressure and time at characteristic points with different vacuum degrees

图 15. 不同真空度特征点孔隙水压力与时间关系

由图 15 可知, 由于地下水位降低及真空负压作用, 使排水管周围土体孔隙水压力均降低, 且降低量随着负压增大而减小。对于距离排水管底部很近的土体, 其孔隙水压力无限接近于真空负压。真空排水在降水初期就能产生较大负孔压, 排水持续进行, 负压区会向着真空排水管周围土体扩散, 即负压大小随着排水时间的增加而增加, 形成漏斗状负压分布。地下水位不断降低, 使得真空排水效果逐渐减弱, 土体孔隙水压力趋于稳定。

5. 结论

结合路堑黄土边坡, 建立真空排水作用下降雨入渗边坡渗流数值计算模型, 分析渗流场变化规律, 得到以下结论:

1) 降雨后, 边坡土体孔隙水压力受到静水压力和动水压力两方面的影响, 随着降雨强度不断增大, 土体孔隙水压力随之增大, 说明降雨入渗实质上是边坡非饱和土向饱和土过渡。降雨入渗过程中坡脚表层土体含水率始终表现为快速增大并达到饱和状态, 而坡顶和坡身周围土体在降雨过程中始终处于非饱和状态。

2) 边坡真空排水效果主要受到真空排水管理设位置, 真空度大小及排水管周围土体渗透系数的影响。排水管真空度越高, 距离坡底越近, 其周围土体渗透系数越高, 边坡真空排水效果越好。

基金项目

宁夏回族自治区重点研发计划(2021BEG03023)。

参考文献

- [1] 马蓓青, 杜玉鹏, 王怀星, 等. 持续降雨条件下黄土边坡稳定性试验研究[J]. 水土保持学报, 2021, 35(5): 50-56.
- [2] 蒋中明, 熊小虎, 曾铃. 基于 FLAC3D 平台的边坡非饱和和降雨入渗分析[J]. 岩土力学, 2014, 35(3): 855-861.
- [3] 詹良通. 非饱和和膨胀土边坡中土水相互作用机理[J]. 浙江大学学报(工学版), 2006(3): 494-500.
- [4] 张莹, 苏生瑞, 于国新, 苏忆, 李景山. 硅质岩单面山路堑边坡稳定性影响因素分析[J]. 长江科学院院报, 2018, 35(9): 121-126.
- [5] 黄润秋. 20 世纪以来中国的大型滑坡及其发生机制[J]. 岩石力学与工程学报, 2007(3): 433-454.
- [6] 王祥, 阎飞, 谭维佳. 基于有限元法的铁路边坡浅层地下水位上升分析[J]. 石家庄铁道大学学报(自然科学版), 2021, 34(4): 103-109.
- [7] 沈宇鹏, 王云超, 董淑海, 金亚伟, 王亚琼. 增压式真空预压处理单层均质土固结理论研究[J]. 铁道学报, 2019,

- 41(4): 118-124.
- [8] 蔡袁强. 吹填淤泥真空预压固结机理与排水体防淤堵处理技术[J]. 岩土工程学报, 2021, 43(2): 201-225.
 - [9] 唐晓松, 郑颖人, 刘亮, 梁宇. 水平排水孔在岸坡治理工程中的应用[J]. 重庆大学学报, 2010, 33(4): 80-87.
 - [10] 李林毅, 阳军生, 王树英, 包德勇, 高超. 体外排水方式在隧道工程中的研究及应用[J]. 铁道学报, 2020, 42(10): 118-126.
 - [11] 任伟, 王松, 王龙. 弱透水地层条件下基坑降水试验研究分析[J]. 现代隧道技术, 2019, 56(4): 188-193.
 - [12] 邹斌, 宋春雨, 张冬冬, 陈龙珠, 陈兵. 低渗透性土层高真空疏干井降水数值模拟[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2018, 50(6): 78-83.
 - [13] 任姗姗, 尚岳全, 何婷婷, 蔡岳良. 边坡虹吸排水数值模拟方法及应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(10): 2022-2027.
 - [14] 任姗姗. 边坡高扬程虹吸排水效果与影响因素研究[D]: [硕士学位论文]. 杭州: 浙江大学, 2014.
 - [15] 曾锋. 降雨对边坡渗流场及稳定性影响分析[D]: [博士学位论文]. 广州: 华南理工大学, 2016.
 - [16] 黄峰. 真空管井降水机理研究[D]: [硕士学位论文]. 北京: 中国地质大学, 2014.
 - [17] 贾向新, 聂庆科, 王英辉, 梁书奇. 真空井点降水试验分析与数值模拟[J]. 岩土力学, 2014, 35(S2): 607-612+618.
 - [18] Chi, N.M., Hung, H.V., Wakai, A., *et al.* (2021) The Helical Anchor Type with Application as a Horizontal Drainage Equipment for Slope Protection. *Journal of Disaster Research*, **16**, 495-500. <https://doi.org/10.20965/jdr.2021.p0495>