

# 大型临河基坑变形控制及预警分析数值仿真

朱遵全<sup>1</sup>, 常东明<sup>1</sup>, 徐放<sup>2</sup>, 张凯<sup>2</sup>, 朱勇<sup>3</sup>, 李劼<sup>3</sup>, 卢海峰<sup>2</sup>

<sup>1</sup>中交第三航务工程局有限公司, 上海

<sup>2</sup>武汉大学土木建筑工程学院, 湖北 武汉

<sup>3</sup>中冶赛迪城市建设(重庆)有限公司, 重庆

收稿日期: 2023年12月25日; 录用日期: 2024年2月23日; 发布日期: 2024年2月29日

## 摘要

随着城市建筑面临更加复杂的地质条件, 对基坑的稳定性要求越来越高, 数值仿真工具在基坑安全性应用中越来越常见。文章以杭州紫光智能新基地建设项目为例进行分析, 根据现场的地质和水文地质条件利用ABAQUS软件对基坑进行了有限元模型的设计和建模。此外, 文章重点利用MATLAB提供的时序神经网络模型进行数值模拟, 根据历史数据预测未来监测数据, 将两种监测数据比对后验证了模型的准确性和可靠性, 可以推广至实际工程中。

## 关键词

深基坑工程, 基坑监测, 水平位移, 变形预测, 有限元模型, 时序神经网络

# Numerical Simulation of Deformation Control and Early Warning Analysis of Large Riverfront Foundation Pit

Zunquan Zhu<sup>1</sup>, Dongming Chang<sup>1</sup>, Fang Xu<sup>2</sup>, Kai Zhang<sup>2</sup>, Yong Zhu<sup>3</sup>, Jie Li<sup>3</sup>, Haifeng Lu<sup>2</sup>

<sup>1</sup>CCCC Third Shipping Engineering Bureau Co. Ltd., Shanghai

<sup>2</sup>School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan University, Wuhan Hubei

<sup>3</sup>Ccid Urban Construction (Chongqing) Co. Ltd., Chongqing

Received: Dec. 25<sup>th</sup>, 2023; accepted: Feb. 23<sup>rd</sup>, 2024; published: Feb. 29<sup>th</sup>, 2024

## Abstract

As urban buildings face more complex geological conditions, the stability of foundation pit is in-

文章引用: 朱遵全, 常东明, 徐放, 张凯, 朱勇, 李劼, 卢海峰. 大型临河基坑变形控制及预警分析数值仿真[J]. 土木工程, 2024, 13(2): 220-229. DOI: 10.12677/hjce.2024.132025

creasingly required, and numerical simulation tools are more and more common in the application of foundation pit safety. Taking Hangzhou Ziguang Intelligent new Base construction project as an example, the finite element model of foundation pit is designed and modeled by ABAQUS software according to the geological and hydrogeological conditions of the site. In addition, the paper focuses on using the time-series neural network model provided by MATLAB for numerical simulation, and predicts the future monitoring data according to the historical data. After comparing the two monitoring data, the accuracy and reliability of the model is verified, which can be extended to practical projects.

## Keywords

Deep Foundation Pit Engineering, Foundation Pit Monitoring, Horizontal Displacement, Deformation Prediction, Finite Element Model, Sequential Neural Network

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

随着城市化进程的加速，高层建筑和地下空间利用面临着更复杂的地质环境、更多变的外部因素和更高的技术难度[1]。对于复杂地质条件下的大型深基坑工程，地层滑动、支撑结构失稳等复杂工程问题时时有发生。因此，在把控工程质量的基础上，开发行之有效的基坑监测和预警技术数值仿真方案，对保障基坑工程的安全施工和健康运维具有重要的意义[2]。

目前，大型临河基坑变形控制及预警分析数值仿真的研究已经取得了一定的进展。[3]在预警分析方面，研究者主要通过建立基坑变形监测系统，采集基坑土体变形的实时数据，结合数值仿真模型，进行变形的预测和分析。[4]通过对基坑土体变形的监测和分析，可以及时发现基坑变形的趋势和程度，为采取相应的措施提供科学依据。[5]数值仿真是大型临河基坑变形控制及预警分析的重要手段之一。通过建立合理的数值模型，可以模拟基坑开挖过程中的土体变形情况，预测基坑变形的发展趋势和变形量，并对可能出现的问题进行分析和评估。[6]数值仿真方法具有较高的精度和可靠性，可以有效地指导大型临河基坑的设计和施工。然而，目前大型临河基坑变形控制及预警分析数值仿真研究还存在一些问题。一方面，数值仿真模型的建立需要考虑土体的非线性、非均质性等因素，模型的复杂性较高，需要进一步完善和改进。[7]另一方面，基坑变形控制和预警分析是一个复杂的系统工程，需要综合考虑土体、水文、结构等多个因素的相互作用，目前还缺乏统一的理论和方法。[8]本文结合杭州萧山区紫光新型智能基地大型深基坑工程，采用相关仪器实时监测获取基坑工程的实际响应数据，并通过时间序列神经网络模型对基坑围护结构附近深层土体展开位移预测和预警分析，及时发现排除工程中的安全隐患和不稳定性因素，保障基坑工程的安全稳定。本研究有助于进一步提高工程质量和效率，降低成本，对促进建筑工程实现科学和规范管理有望做出积极贡献。[9]

## 2. 工程概况

### 2.1. 工程实例介绍

杭州萧山区紫光新型智能基地项目规划总用地面积 45549.00 平方米,总建筑面积 140191.29 平方米,

拟建物主要有 2 幢 11 层研发楼、2 幢 13 层宿舍楼、1 幢 5 层厂房、1 幢 2 层配套服务用房、1 幢 2 层员工活动中心及裙楼等附属设施，场地下设一层地下室。基坑周边环境见图 1。



**Figure 1.** The environment around the pit  
**图 1.** 基坑周边环境

基础形式采用钻孔灌注桩基础。基坑开挖面积 30,530 平方米，基坑外周长 730 m。基坑开挖过程采用格构斜撑与 PC 工法桩组合支护施工。围护桩为  $\Phi 630 \times 14$  PC 工法组合钢管桩 + 拉森 IV 钢板桩。

## 2.2. 地层岩性

根据钻探揭露，本场地在勘探深度范围内地层按其类型、物理力学性质差异可划分为 6 个工程地质土层，细分为 11 个亚层。

各岩土层的物理力学性质参数自上而下分述如表 1 所示：

**Table 1.** Engineering geological profile  
**表 1.** 土层物理力学性质指标表

层号	土层名称	重度 $\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	水平渗透系数 $K_h$ (cm/s)	垂直渗透系数 $K_v$ (cm/s)	快剪		固结快剪	
					内摩擦角 $\Phi$ (°)	粘聚力 $c$ (kPa)	内摩擦角 $\Phi$ (°)	粘聚力 $c$ (kPa)
① <sub>0</sub>	杂填土	/	/	/	/	/	/	/
① <sub>2</sub>	粉质粘土	18.9	$5.00 \times 10^{-6}$	$4.27 \times 10^{-6}$	9.6	16.0	11.6	17.9
② <sub>1</sub>	粘质粉土	19.2	$8.26 \times 10^{-5}$	$7.88 \times 10^{-6}$	21.5	8.4	21.6	8.8
② <sub>2</sub>	淤泥质粘土	17.4	$4.40 \times 10^{-6}$	$3.80 \times 10^{-6}$	1.6	5.6	6.2	9.9
③ <sub>2</sub>	粉质粘土	18.8	$1.12 \times 10^{-6}$	$1.00 \times 10^{-6}$	8.0	14.4	9.5	16.4
④ <sub>1</sub>	粉质粘土	19.7	$6.90 \times 10^{-6}$	$5.79 \times 10^{-6}$	10.6	36.8	12.9	38.2

### 3. 基坑有限元建模

#### 3.1. 有限元模型的建立

萧政工出(2020) 55号紫光新型基础设施智能基地项目基坑开挖深度为7~8 m, 围护桩采用PC钢管桩 + 一道格构式斜撑支护, PC工法钢管组合桩采用钢板桩型号IV型拉森钢板桩; 钢管桩采用630\*14/800\*16钢管。基坑底部支护材料采用C20喷射砼护面, 厚度为80 mm。支护相关参数见表2

Table 2. Support parameter table

表 2. 支护参数表

结构	支护材料	规格	密度(kg/m <sup>3</sup> )	弹性模量(N/m <sup>2</sup> )	泊松比
支护墙 <sub>0</sub>	Q235 钢	630*14/800*16	7800	2.06E+11	0.3
斜撑 <sub>2</sub>	Q235 钢	500 × 500	7800	2.06E+11	0.3
喷射砼	C20	80 mm	2500	3.15E+10	0.2

设计基坑模型长400米, 宽400米, 确保基坑能够完全位于土层中心, 且在水平距离上超过基坑尺寸的3倍距离。[10]基坑的开挖的模型尺寸为长200 m × 宽200 m × 高10 m。考虑到基坑较为庞大且施工工艺复杂, 无法将模型的精度建立到毫米级别, 只能尽可能的还原实际的支护杆件和墙体结构。此外还需要作出一定程度上的简化, 例如在得知各层土体的初始侧向压力后, 同比代替周围已有建筑物对深基坑开挖造成的影响等。模型示意图见图2。

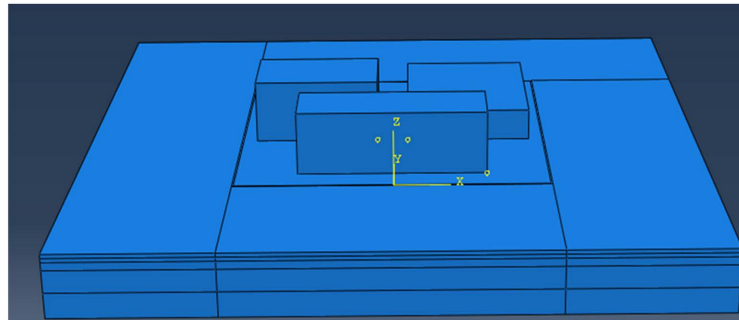


Figure 2. General schematic diagram of foundation pit

图 2. 基坑总体示意图

#### 3.2. 有限元单元设计

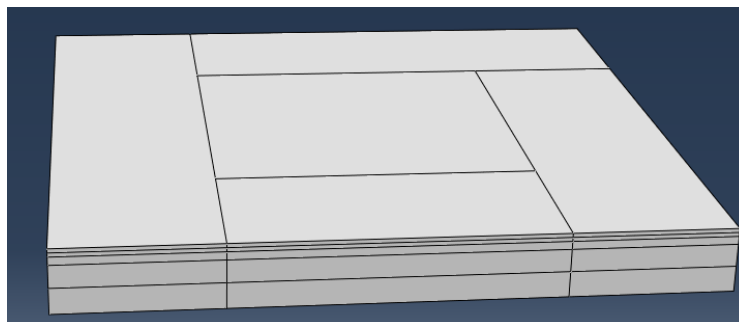


Figure 3. Soil model diagram

图 3. 土体模型示意图

在 ABAQUS 中进行土层设计时,一般采用弹塑性模型来描述土壤的力学行为,模拟土壤的弹性和塑性行为。在进行土层设计时,需要根据土壤的实际力学参数来选择合适的单元类型和材料模型。一般需要考虑土壤的弹性模量、剪切模量、泊松比、摩擦角等参数,并根据实际情况进行合理的取值。此外,还需要考虑土壤与其他结构的交互作用,如土壤与基础的交互作用、土壤与地下水的交互作用等。在 ABAQUS 中,使用边界条件、接触单元等方法来模拟土壤与其他结构的交互作用。在本基坑模型的构建中,考虑到研究的主要内容为基础附近的土体水平位移情况,故而选择土层边界为位移边界。土层立体模型见图 3 所示。

### 1) 土层设计

首先,设计土层结构及材料参数,根据勘察获取的土层参数,输入到基坑的土层结构中进行建模,此土层参数也用于整体深基坑开挖的设计中,土体参数设置均为摩尔库伦塑性,对于每层构建的土体,均认定为均质土层。具体见表 3 所示。

**Table 3.** Soil layer parameter table

**表 3.** 土层参数表

土层名称	摩擦角	凝聚力屈服应力	密度(kg/m <sup>3</sup> )	弹性模量(N/m <sup>2</sup> )	泊松比
杂填土	10	10,000	1837	1E+6	0.2
粉质粘土	25	21,600	1960	2E+7	0.25
淤泥质粘土	20	5580	1776	4E+6	0.42
粉质粘土 2	38	12,900	2011	4E+7	0.25
砂石	30	150,000	2500	7E+9	0.2

### 2) 开挖步骤

首先,在基坑开挖之前,确定已有的初始应力场状态。在监测之前,已经获得每个土层中卵石土天然密度,孔隙度,模量系数,静止侧压力系数  $K_0$  等参数,模拟在施工前的初始应力场,并将不会造成土层的变形。根据实际开挖的步骤,逐步模拟开挖过程。使用 ABAQUS 的几何建模功能,逐步移除基坑内的土体。每一步都需要重新求解土体的应力和位移。分析开挖效应:在每一步开挖后,分析土体的应力和位移分布情况。使用 ABAQUS 的后处理功能,绘制应力云图、位移云图等,以评估开挖对土体的影响。最后根据开挖效应分析结果,评估支护结构的稳定性和安全性。对支护结构进行进一步的优化设计,以满足基坑开挖过程中的稳定需求。在本模型中,将开挖步骤简化为两步,以分析每层开挖对周边土体位移的总体影响,不考虑分块开挖对基坑不同边界的影响。基坑开挖剖面图如图 4 所示。



**Figure 4.** Strain distribution diagram of the first and second step excavation model

**图 4.** 第一二步开挖模型应变分布图

### 3) 网格划分

根据站基坑从上到下土层厚度,分别调整网格的疏密程度由细到粗划分网格。在整个土体模块中共生成 89,749 个土体单元,75,296 个节点,将网格划分情况和对应的基坑结构的关系图,展示如图 5 所示。

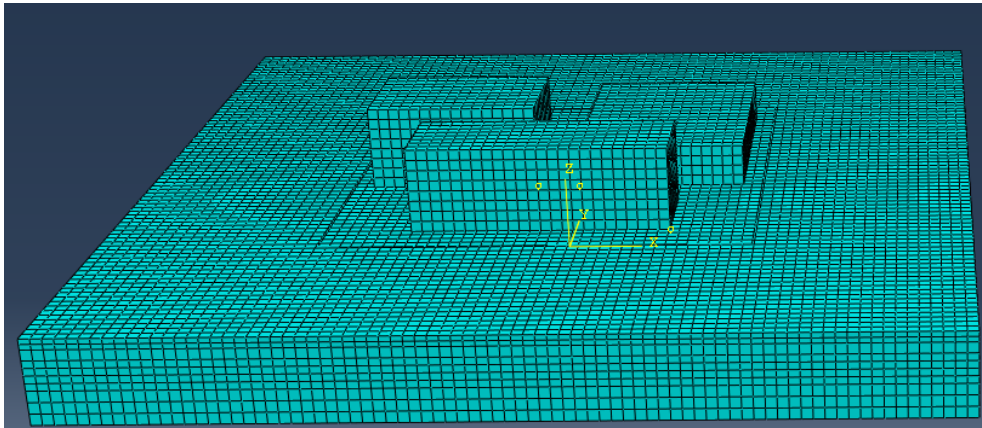


Figure 5. Foundation pit grid division diagram

图 5. 基坑网格划分图

#### 4) 基坑变形对比分析

在三维模型建立完成后, 需要将模型数据与现场监测数据进行对比。通过比较 ABAQUS 模型中提取的位移数据与现场监测设备所记录的数据, 评估 ABAQUS 模型的准确性和可靠性。这样的对比分析判断 ABAQUS 模型是否能够准确地预测实际结构的行为。对比数据还用于验证模型的精度, 并发现模型和实际情况之间的差异。如果模型与实际监测设备记录的数据相符, 那么得出结论, 该模型在预测结构行为方面是可靠的。然而, 如果模型与实际监测设备记录的数据存在显著差异, 需要进一步分析差异的原因。这可能是由于模型参数的不准确性、边界条件的错误设定或其他因素导致的。通过分析差异, 改进模型的准确性, 并提供更可靠的预测结果。

首先在 ABAQUS 三维模型中, 选择一个特定的点位, 并提取该点位在从 0 m 到 10 m 位置上的位移数据。接下来, 将这些位移数据与现场实际监测设备所采集到的数据进行对比。数据对比如图 6 所示

监测数据与模拟数据对比图

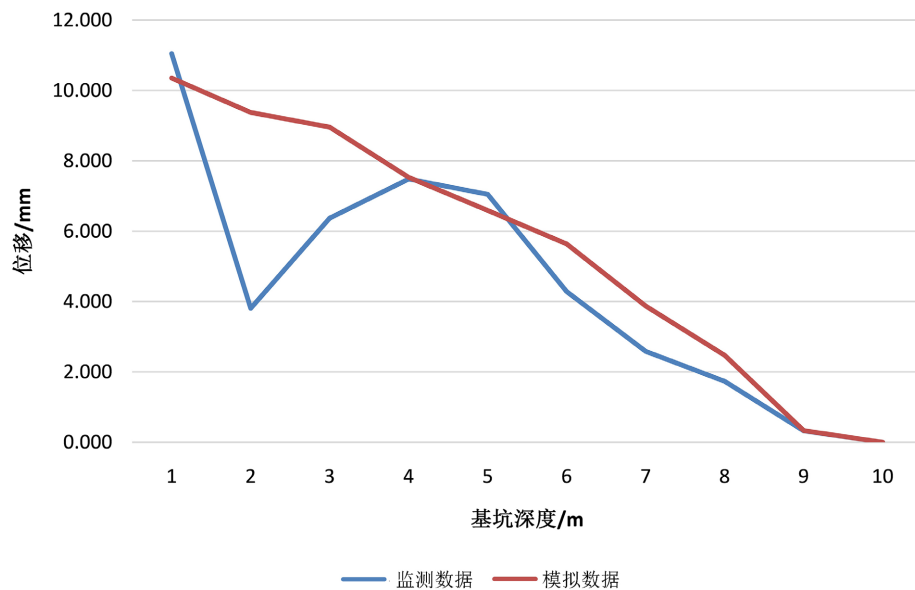
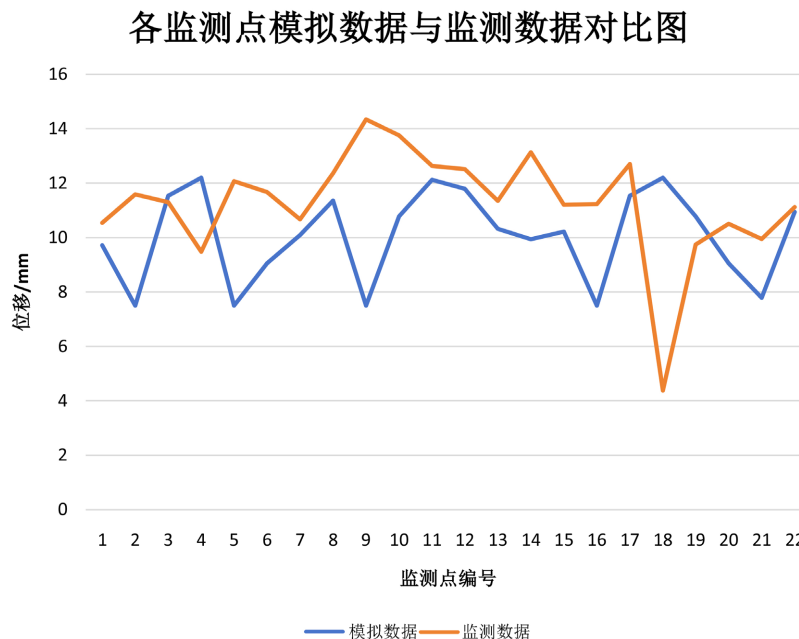


Figure 6. Comparison of longitudinal displacement of foundation pit

图 6. 基坑纵向位移对比图

其次，在横向对比方面，选择了大模型上的监测点所在位置单元，并提取了深度为 2.5 m 的各单元数据进行对比。数据对比如图 7 所示，发现模拟数据相对于监测数据总体偏低，这是因为简化的支护强度相对于实际支护来说过于理想，产生的支护效果过强。



**Figure 7.** Comparison of lateral displacement of foundation pit

**图 7.** 基坑横向位移对比图

根据对比图和数据分析，得出一些结论。首先，模拟数据与监测数据的整体趋势基本一致，这表明的模拟方法是有效的。然而，在特定位置和特定情况下，模拟数据可能会出现较大偏差。这是因为现实世界中存在许多复杂因素，而模拟模型通常是基于一些简化假设和参数设置。因此，在进行模拟数据分析时，需要对结果进行适当的修正和调整。

此外，还发现在某些特殊点位，如角点位置，模拟数据与监测数据存在较大偏差。这是因为角点位置的位移不是单方向的，而只能提取一个方向的位移数据。为了更准确地模拟这些特殊点位的行为，需要采用更精细的模拟方法或增加监测点位，以获取更全面的数据。[11]

综上所述，通过对比图和数据分析，得出模拟数据与监测数据基本一致的结论，但也存在一些偏差。为了提高模拟数据的准确性，需要对模型参数进行适当调整，并在必要时采用更精细的模拟方法。

## 4. 数值仿真

### 4.1. 数字模型建立

本次在 MATLAB 中，使用神经网络工具箱来构建和训练时间序列神经网络模型。时间序列数据通常具有很高的维度和复杂性，因此在输入到神经网络之前，需要进行适当的数据预处理。这包括数据归一化、缺失值处理、异常值处理等。如果数据预处理不当，可能会导致模型训练不稳定或产生不准确的预测结果。时间序列数据通常具有非平稳性，即均值、方差等统计特性随时间变化。非平稳性数据可能导致模型无法捕捉到数据的长期依赖关系。因此，在训练时间序列神经网络之前，需要对数据进行平稳性检验并进行相应的处理，例如差分运算。

首先使用归一化工具，采用 matlab 自带内置函数  $[x, y] = \text{mapminmax}(a)$  将监测数据全部归一化。随

后进行数据增广，采用插值函数对矩阵进行增广。 $[X, Y] = \text{meshgrid}(x, y)$ ;  $[Xq, Yq] = \text{meshgrid}(x, y)$ ;  $A = \text{interp2}(X, Y, a, Xq, Yq)$ 。

在完成了数据前处理后，进行数据集划分，时间序列数据具有时间上的相关性，因此在划分训练集和测试集时需要考虑时间顺序。[11]通常，应该将较早的数据作为训练集，较新的数据作为测试集。如果不按时间顺序划分数据集，可能导致模型在测试集上的预测能力被高估。在本模型数据中，将前 70% 的数据用作训练，后面 30% 的数据用作测试和验证。同时选择网络结构，选择合适的时间序列神经网络结构对于模型的性能至关重要。[12]不同的时间序列问题可能需要不同的网络结构，本次数字模型搭建选择采用循环神经网络(RNN)。数字模型逻辑示意图如图 8 所示。

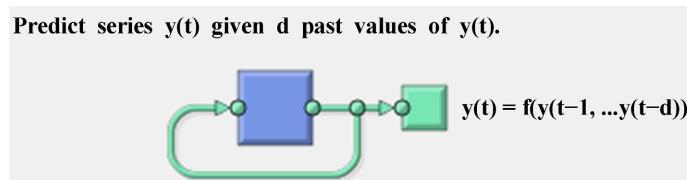


Figure 8. Digital model logic diagram  
图 8. 数字模型逻辑示意图

NRX 逻辑是一种常用的时间序列神经网络模型，它由三个主要的神经元组成：N 神经元(Nearest neuron)、R 神经元(Recall neuron)和 X 神经元(X neuron)。N 神经元负责将当前的输入与过去的输入进行比较，找到与当前输入最相似的过去输入。它可以用于发现时间序列数据中的重复模式和周期性。[13] R 神经元用于记忆过去的输入和预测未来的输出。它通过学习过去的输入和输出之间的关系，可以预测未来的输出。X 神经元是一个特殊的神经元，它可以通过将当前的输入与过去的输入进行比较，找到与当前输入最相似的过去输入，并将找到的过去输入作为当前输入的一部分。[14]这样可以增强模型对时间序列数据的记忆能力。[15] NRX 逻辑的核心思想是通过比较当前输入与过去输入的相似度来预测未来的输出。[16]通过使用神经网络模型，可以自动学习输入与输出之间的关系，并提高预测的准确性。[17] 最终训练出的模型结果如图 9 所示

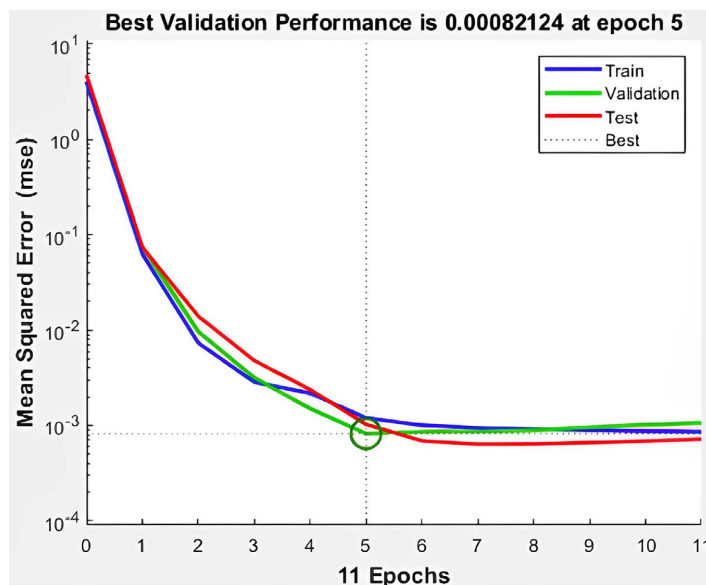


Figure 9. Digital model training effect  
图 9. 数字模型训练效果图



## 4.2. 数字模型应用

经过验证, 选择了其中一天的监测数据作为验证数据, 并将前一天的监测数据作为输入数据导入模型。通过模型的计算, 得出了输出数据, 并将其与该天的实测数据进行对比分析。数字模型预测结果对比图如图 10 所示。

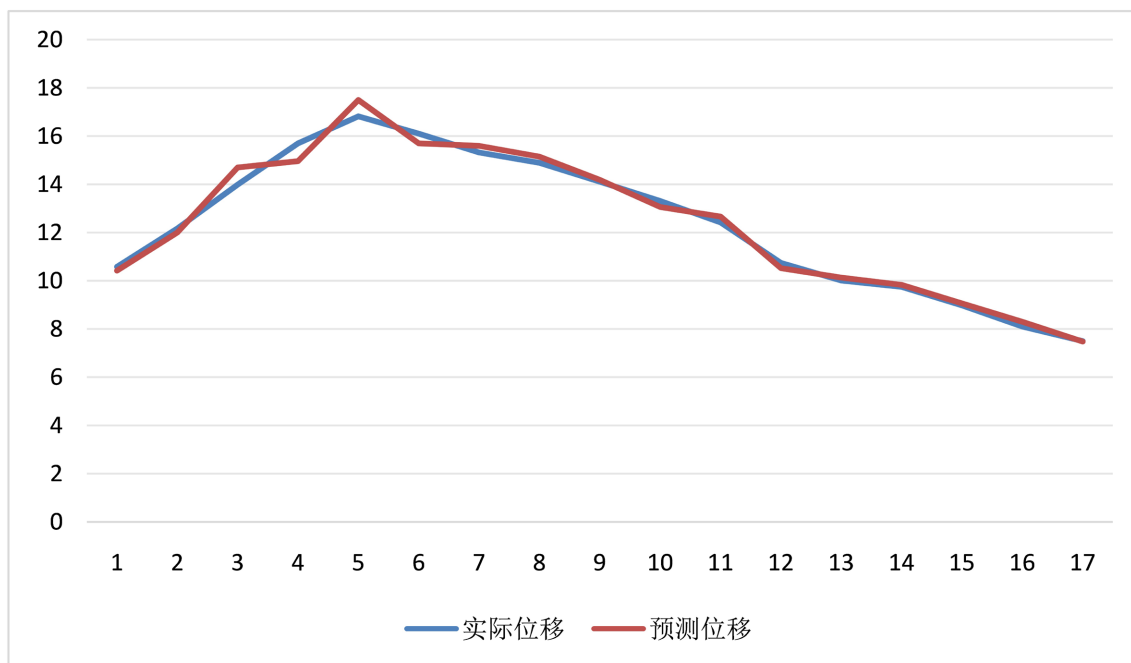


Figure 10. Digital model prediction results comparison graph

图 10. 数字模型预测结果对比图

如图 10 所示, 可以看出预测数据与实测数据基本一致。最大误差不超过 0.8 mm, 在误差容许范围内, 因此认为该模型是可靠的。[18]这个结果表明模型能够准确地预测出未来一天的监测数据。然而, 也需要注意到, 虽然模型基本可靠, 但仍然存在一定的误差。因此, 在实际应用中, 需要根据具体情况进行进一步的调整和优化, 以提高模型的准确性和可靠性。[19]总的来说, 通过对比分析验证结果, 可以得出结论, 该模型在一定程度上是可靠的, 并且能够对未来的监测数据进行准确的预测。[20]这为基坑安全预警的研究和应用提供了有力的支持。

## 5. 结论

变形控制及预警分析数值仿真研究是大型深基坑工程中的重点研究方向之一。本研究基于杭州萧山区紫光新型智能基地大型深基坑工程, 通过有限元建模获取并分析了基坑工程的模拟响应数据, 结合时序神经网络建立基坑围护结构附近深层土体的位移预测模型。[21]主要得到了如下结论:

1) 文章首先对有限元模型进行了深基坑开挖的分析, 确认了每步开挖后的应力和位移分布情况。在模型基本无误的情况下, 通过与基坑实际变形对比分析可知: 模拟数据与监测数据整体趋势基本一致, 基坑变形位移数据误差较小。模型具有一定的准确性和可靠性。

2) 通过时序神经网络模型对监测点位处随时间非线性变化的水平位移值进行训练, 数据集的划分遵循了时间顺序, 以保证模型能够更好地捕捉数据间的相关性。模型结构选择了循环神经网络(RNN), 特别是 NRX 逻辑模型, 它能通过比较当前输入与过去输入的相似度来预测未来的输出。模型训练效果良好,

预测数据与实测数据基本一致,误差在可接受范围内。[22]这一结果证明了该模型能够准确预测未来的监测数据,对基坑安全预警的研究和应用具有一定的实用价值。但实际应用中,仍需根据具体情况进一步调整和优化模型,以提高其准确性和可靠性。

3) 使用神经网络模型预测基坑周边土层水平位移的长期发展规律,发现该区域所产生的最大变形值不超过 2 mm,基坑稳定性良好,暂时不会出现大规模变形破坏。可以判断在上部建筑施工工期之前,基坑不会出现因土体变形导致基坑破坏的问题。

## 参考文献

- [1] 周勇,朱乔红,朱彦鹏,等. “一桩两用”新型支护结构在某深基坑支护中的应用分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2020, 39(S1): 3168-3177.
- [2] 莫品强,刘尧,黄子丰,等. 复杂支护条件下深基坑支护桩-冠梁-支撑的变形协调及空间效应研究[J]. 岩土力学, 2022, 43(9): 2592-2601.
- [3] 熊智彪,王启云. 某复杂平面基坑支护结构水平位移监测及加固[J]. 岩土力学, 2009, 30(2): 572-576.
- [4] 刘熙媛,陈中婧,付士峰,等. 某深基坑工程监测与变形影响因素有限元分析[J]. 辽宁工程技术大学学报(自然科学版), 2016, 35(8): 852-858.
- [5] 叶帅华,李德鹏. 复杂环境下深大基坑开挖监测与数值模拟分析[J]. 土木工程学报, 2019, 52(S2): 117-126.
- [6] 邹中波,杜国涛. 深基坑施工监测技术浅析[J]. 公路交通科技(应用技术版), 2017, 13(7): 330-333.
- [7] 杨敏,朱雨轩,赵德彬,等. 复杂条件下深基坑支护及地下水控制技术研究[J]. 中国住宅设施, 2022(10): 64-66.
- [8] 徐前卫,龚振宇,孙梓栗,等. 滇中引水工程超深圆形基坑施工变形和内力监测结果分析[J]. 土木工程学报, 2022, 55(6): 102-111.
- [9] 徐伟,夏乔网,徐鹏飞,等. 软土地基临江特大型相邻深基坑同期施工监测分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(S1): 2676-2683.
- [10] 吴振君,王浩,王水林,等. 分布式基坑监测信息管理与预警系统的研制[J]. 岩土力学, 2008(9): 2503-2507+2514.
- [11] 陈华. 基坑变形预测及优化研究[J]. 公路, 2020, 65(8): 414-418.
- [12] 杨爱婷,高正夏,卞志兵,等. 基于时间序列 ACO-BP 神经网络在基坑变形预测中的应用研究[J]. 路基工程, 2015(2): 5. <https://doi.org/10.13379/j.issn.1003-8825.2015.02.12>
- [13] 张德宇. 基于神经网络的基坑变形监测分析及应用[J]. 江西建材, 2023(7): 163-164+167.
- [14] 王磊,高峰. 基于时间序列-BP 神经网络在基坑方面的应用研究[J]. 测绘与空间地理信息, 2018, 41(6): 5.
- [15] 李海涛,任光明,沈国卓,等. 复杂环境下多种组合支护深基坑的变形控制及响应研究[J]. 成都理工大学学报(自然科学版), 2023, 50(6): 744-755. <https://doi.org/10.3969/j.issn.1671-9727.2023.06.09>
- [16] 乔月. 基于 BP 神经网络模型的基坑变形预测研究[J]. 建筑科技, 2023, 7(5): 29-33.
- [17] 陈晨,靳成才,赵富章,等. 基于 PSO-BP 神经网络的基坑周边地面沉降预测方法研究[J]. 探矿工程: 岩土钻掘工程, 2018, 45(12): 6. <https://doi.org/10.3969/j.issn.1672-7428.2018.12.011>
- [18] 刘慧芬,陈燕婷,鲁志雄,等. 基于 LSTM 与深度残差神经网络的基坑灾害预测预警方法[P]. 中国专利, CN113807031A, 23-12-22.
- [19] 汤胜,金泉,王文路,等. 低海拔地区大型结构基础深基坑位移监测研究[J]. 工业建筑, 2023, 53(S1): 411-415+428.
- [20] 冯琪,秦超,郑世隆,等. 论基坑阳角和阴角的效应分析[J]. 四川水泥, 2016(12): 292-293.
- [21] 王克,范强,李海龙. 深基坑监测布点优化及应用[J]. 矿山测量, 2015(4): 50-52+55.
- [22] 陶雪彬,袁金兴,张焯,等. 基坑位移监测及变形分析[J]. 天津建设科技, 2022, 32(4): 39-43.