Hans Journal of Data Mining 数据挖掘, 2016, 6(2), 91-95
Published Online April 2016 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/hjdm
http://dx.doi.org/10.12677/hjdm.2016.62011

The Application of Kernel Fisher Discriminant in Digital Communication Technology

Sichen Wang, Haijun Peng, Yugang Wang, Chunyong Zhang

Qingdao Branch of Naval Aeronautical Engineering Institute, Qingdao Shandong
Email: flyingmanw@163.com

Received: Feb. 11th, 2016; accepted: Mar. 1st, 2016; published: Mar. 7th, 2016

Abstract

The research result of machine learning was applied to the digital communication technology, which enhanced the anti-interference. Fisher method, based on Fisher linear discriminant, used the kernel skill which is based on the kernel arithemetic. Herein, the Kernel Fisher method is applied in digital communication technology, and it is emulated by MATLAB. Effectiveness of the presented recognition strategy is confirmed by some experiments.

Keywords

Kernel Fisher, Kernel Function, Digital Communication, Anti-Interference

基于核Fisher判别方法的数字通信技术研究

王思臣，彭海军，王玉刚，张春永

海军航空工程学院青岛校区，山东 青岛
Email: flyingmanw@163.com

收稿日期：2016年2月11日；录用日期：2016年3月1日；发布日期：2016年3月7日

摘　要

将机器学习领域的研究成果应用到数字通信技术中，可以增强其抗干扰性。核Fisher判别方法是基于

文章引用：王思臣，彭海军，王玉刚，张春永．基于核 Fisher 判别方法的数字通信技术研究[J]．数据挖掘，2016，6(2): 91-95. http://dx.doi.org/10.12677/hjdm.2016.62011

Fisher线性判别方法而提出的一种非线性分类方法，在这种方法中使用了基于核的算法中的“核技巧”。本文研究了核Fisher判别分析方法在数字通信技术中的应用，并用MATLAB进行了仿真，证明了核Fisher方法在数字通信技术中的有效性。

关键词

核Fisher，核函数，数字通信，抗干扰

1. 引言

基于数据的机器学习是现代智能技术中的重要方面，它是从观测数据出发寻找规律，并利用这些规律对不方便直接观测的数据进行预测[1]。核 Fisher 判别方法就是基于 Fisher 线性判别提出的一种非线性分类方法[1]。随着社会和科学技术的发展，电磁环境越来越复杂，无线电通信面临的干扰问题也日益严重。本文尝试将核 Fisher 判别方法应用在数字通信领域，并用 MATLAB 对其进行了仿真和分析，取得了较好的检测识别效果，提高了数字通信的抗干扰能力。

2. 核 Fisher 判别方法基本原理

核Fisher判别方法由Mika等人于1999年提出[2]。假设有一集合X包含n个d维数据 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，其中 n_1 个属于 w_1 类的样本记为 $X_1=\{x_1^1,x_2^1,\cdots,x_n^1\}$， n_2 个属于 w_2 类的数据记为 $X_2=\{x_1^2,x_2^2,\cdots,x_n^2\}$ 。

Fisher 线性判别所要解决的最基本问题是找到一个最好的投影方向，使样本在这个投影方向上能最容易分开。从数学的角度分析，寻找最好投影方向的问题就是寻找最好的变换向量 w^* 的问题，即最大化下列广义 Rayleigh 熵[3]：

$$J(w)=\left(w^{\mathrm{T}}S_bw\right)\Big/\left(w^{\mathrm{T}}S_ww\right) \tag{1}$$

式中

$$S_b=(m_1-m_2)(m_1-m_2)^{\mathrm{T}},$$

$$S_w=\sum_{i=1,2}\sum_{x\in\chi}(x-m_i)(x-m_i)^{\mathrm{T}}$$

上述两式分别是样本的类间离散度矩阵和类内离散度矩阵，而 m_i 是各类样本的均值向量

$$m_i=(1/n_i)\sum_{x\in X_i}x,\quad i=1,2 \tag{2}$$

因此最大化 $J(w)$ 的本质是要找到一个最好的投影方向来最大化类间离散度，同时最小化这个方向上的类内离散度。

对于非线性分类[3]，首先就是用一个非线性映射函数 ϕ，把数据从原始空间F映射到一个特征空间H (图1)，再在特征空间H建立一个优化超平面。特征空间H的维数有时非常高，而核函数则利用点积运算解决了这个问题。例如，常用的RBF核函数为：

$$k(x,y)=\exp\left(-\|x-y\|^2\Big/\left(2\sigma^2\right)\right)$$

核Fisher判别方法首先把数据非线性地映射到某个特征空间，然后在这个特征空间中进行Fisher线性判别，这样就间接地实现了对原始输入空间的非线性判别。假设 ϕ 是输入空间到某个特征空间H的非线性映射。要找到H中的线性判别就需要最大化

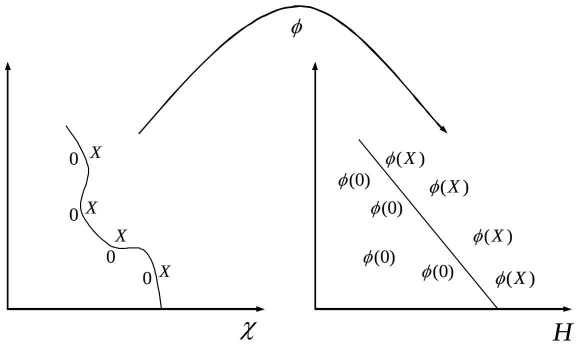

Figure 1. Mapping from the sample space to feature space
图1. 从样本空间到特征空间的映射

$$J(w) = w^{\mathrm{T}} S^{\phi} w \big/ \left(w^{\mathrm{T}} S^{\phi} w \right) \tag{3}$$

这里 $w \in H$， S_b^{ϕ} 和 S_w^{ϕ} 是H中的相应矩阵，即

$$S_b^{\phi} = \left(m_1^{\phi} - m_2^{\phi} \right) \left(m_1^{\phi} - m_2^{\phi} \right)^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

$$S_W^{\phi} = \sum_{i=1,2} \sum_{x \in \chi} \left(\phi(x) - m_i^{\phi} \right) \left(\phi(x) - m_i^{\phi} \right)^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

其中

$$m_i^{\phi} = \left(1/n_i \right) \sum_{x \in X_i} \phi(x) \tag{6}$$

如果H的维数很高，那么直接求解就不可能。核Fisher判别方法不需要对数据进行明确的映射，而是寻找一种算法的表达式，其中只使用了训练数据的点积运算。然后只要能够有效地计算这些点积，就能够解决原始的问题。

为了找到特征空间H的Fisher判别，首先需要得到按照输入样本数据的点积形式表示(1)的表达式，然后用一个核函数来替代其中的点积运算。依据再生核理论，任何 $w \subset H$ 必位于所有训练样本在H的张集中，因此可以找到下列形式的w的一个展开表达式

$$w = \sum_{i=1}^{n} \alpha_j \phi\left(x_j \right) \tag{7}$$

利用展开表达式(7)和(6)，并用核函数代替点积，于是有

$$w^{\mathrm{T}} m_i^{\phi} = \left(1/n_i \right) \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n_i} \alpha_i k\left(x_j, x_k^i \right) = \alpha^{\mathrm{T}} M_i \tag{8}$$

式中定义：

$$\left(M_i \right)_j = \left(1/n_i \right) \sum_{k=1}^{n_i} k\left(x_j, x_k^i \right)$$

再来考虑式(1)中的分子。利用 S_b^{ϕ} 的定义式(4)和式(8)，它可重写为

$$w^{\mathrm{T}} S_b^{\phi} w = \alpha^{\mathrm{T}} M \alpha \tag{9}$$

再来考虑式(1)中的分母。利用式(7)，(5)及式(9)中类似的变换，得到

$$w^{\mathrm{T}} S_W^{\phi} w = \alpha^{\mathrm{T}} N \alpha \tag{10}$$

式中

$$N = \sum_{j=1,2} K_j \left(I - 1_{n_j} \right) K_j^{\mathrm{T}}$$

其中 K_j 是第j类的核矩阵

$$\left(K_j \right)_{lm} = k\left(x_l, x_m^j \right), \quad l = 1, 2, \cdots; \quad m = 1, 2, \cdots, n_j,$$

I为单位矩阵，1_{n_j} 是所有元素为$1/n_i$ 的矩阵。

把式(9)和(10)代入式(4)，可得到特征空间H的Fisher线性判别，也就是最大化

$$J(\alpha) = \alpha^{\mathrm{T}} M \alpha \Big/ \left(\alpha^{\mathrm{T}} N \alpha \right) \tag{11}$$

和输入空间的算法类似，求解该问题可以通过求矩阵 $N^{-1}M$ 的特征值和特征矢量，或者计算 $\alpha = N^{-1}\left(M_1 - M_2 \right)$ 来得到。则新模式x到w的投影为

$$\left(w \cdot \phi(x) \right) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i k\left(x_i, x \right) \tag{12}$$

由上可知，这个设置是非适定的。因为要从n个样本中估计n维的协方差结构，而特征空间的维数等于或高于训练样本数目n,这时就要利用正则化技术。可以给N加上一个单位矩阵的倍数，即用矩阵 N_μ 代替矩阵N，

$$N_\mu = N + \mu I \tag{13}$$

来补偿 $\|\alpha\|^2$，或者给N加上一个全核矩阵

$$K_{ij} = k\left(x_i, x_j \right)$$

的倍数来补偿 $\|w\|^2$ 。

3. 仿真结果及结论

在本实验中，模拟的是点对点数字通信系统。具体过程如下：用随机函数模仿用户发送的信号，信号加上多径迟延和进入信道后的加性噪声，就是从信道出来的数字信号，然后对该信号分别用核 Fisher 判别方法和匹配滤波方法对其检测识别，计算正确识别率。本实验方法如下：

数据训练样本长度为 100，检测样本数据长度为 10,000；信噪比(S/N)从 1 dB 到 10 dB 的逐渐增强；在这里我们用 RBF 核，并且核参数为经验值。

表 1 中所示为在不同信噪比条件下核 Fisher 判别方法与匹配滤波方法的识别率比较：在信噪比从 1 dB

Table 1. Comparison of different S/N (dB) detection and recognition rate
表1. 不同S/N(dB)检测识别率比较

S/N	核 Fisher	匹配滤波
1	0.852	0.806
2	0.864	0.821
3	0.903	0.887
4	0.924	0.892
5	0.934	0.916
6	0.945	0.933
7	0.952	0.939
8	0.959	0.950
9	0.963	0.958
10	0.971	0.966

到 10 dB 的过程中，核 Fisher 判别的检测识别率从 0.852 上升到 0.971，同时匹配滤波则是从 0.806 升到 0.966。

通过对以上数据的分析可以看出，基于 RBF 核的 Fisher 判别方法在数字通信中相对于匹配滤波有较好的识别效果，这是由于道干扰不是完全随机，通过学习机的学习过程之后，识别效果有明显的改观，提高了抗干扰能力。随着数字通信面临的抗干扰压力越来越大，核 Fisher 判别分析方法在数字通信中将有较大的应用潜力。

参考文献 (References)

[1] 彭陈松. 基于核函数 Fisher 判别的数据分类算法研究[D]: [硕士学位论文]. 浙江理工大学, 杭州, 2012.

[2] 林伟. 基于核主成分分析和核 Fisher 判别分析的精神负荷分类[D]: [硕士学位论文]. 华东理工大学, 上海, 2013

[3] 常志鹏, 程龙生. 核 Fisher 判别分析多参数自动优化算法[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(1): 212-217.