

# Channel State Transition Probabilities Estimation and Access for Cognitive Radio Systems

He Li, Jing Huang, Xiaoying Gan

Department of Electronic Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai  
Email: plich@sjtu.edu.cn, foudre@sjtu.edu.cn, ganxiaoying@sjtu.edu.cn

Received: Oct. 17<sup>th</sup>, 2012; revised: Nov. 8<sup>th</sup>, 2012; accepted: Nov. 16<sup>th</sup>, 2012

**Abstract:** In Cognitive Radio (CR) systems, secondary user's (SU) spectrum access scheme is always designed when primary user's (PU) channel state is formulated as a Markov model. To better design the spectrum access scheme for SUs in CR systems, we should figure out the detailed parameters for PUs Markov channel model. In this paper, we propose an estimation algorithm for PU's channel state transition probabilities based on a discrete-time Markov process. Maximum likelihood method was adopted to obtain the channel state transition probabilities. Besides, Central Limit Theorem is utilized to build the relationship between estimation precision and the number of converging observation samples. Furthermore, we also propose a SU's spectrum access scheme based on an optimal transmission time, which maximizes the transmission throughput with respect to a given collision constrain. Simulation results demonstrate the precision of the proposed estimation algorithm and the efficiency of the proposed spectrum access scheme.

**Keywords:** Markov Model; Channel State Transition Probability; Spectrum Access Scheme; Optimal Transmission Time

## 认知无线电系统中信道状态转移概率估计和接入策略

李鹤, 黄靖, 甘小莺

上海交通大学电子工程系, 上海  
Email: plich@sjtu.edu.cn, foudre@sjtu.edu.cn, ganxiaoying@sjtu.edu.cn

收稿日期: 2012年10月17日; 修回日期: 2012年11月8日; 录用日期: 2012年11月16日

**摘要:** 在认知无线电系统的设计中, 经常将首要用户的信道状态用马尔可夫模型描述, 并依此设计次要用户的信道接入策略。为了更好地设计次要用户的频谱接入策略, 我们需要计算出首要用户马尔可夫模型的具体参数。在本文中, 基于离散马尔可夫模型, 我们提出了一个对首要用户的信道转移概率进行估计的算法。该算法采用了最大似然准则来估计信道状态转移概率。另外, 我们运用中心极限定理来分析算法的精确度和观测采样点数目之间的关系。在此基础上, 我们给出了一个次要用户的频谱接入策略: 在给定冲突限制的条件下, 以最大化有效传输吞吐量为目标, 求解最优传输时间。仿真结果证明了我们所提出的状态转移概率估计算法具有较强的精确性; 同时, 提出的频谱接入策略能够使有效传输吞吐量获得最大。

**关键词:** 马尔可夫模型; 信道转移概率; 频谱接入策略; 最优传输时间

### 1. 引言

近年来, 在无线通信系统中, 大部分频谱资源被分配给了经授权许可的首要用户(primary user, PU)。随着无线通信的迅猛发展, 频谱资源正在变得越来越

稀缺。然而, 根据大量的实际测量结果, 很多已经被分配给 PU 的频谱资源依然处于欠利用的状态。认知无线电(cognitive radio, CR)可以充分地利用频谱资源<sup>[1]</sup>, 是一种能够有效解决频谱资源稀缺问题的方案。

在认知无线电系统中, 次要用户(secondary user, SU)可以检测首要用户的频谱资源利用状况并且机会性的接入首要用户的频谱。

认知无线电系统中一个关键的技术是次要用户的频谱检测策略。在一个多信道的 CR 系统中, 由于硬件条件以及能耗的限制, 次要用户难以同时检测所有可能被使用的信道。通过将首要用户的信道建模为马尔可夫过程, 频谱检测策略的设计可以用部分可观测马尔可夫决策过程(partially observable Markov decision process, POMDP)来描述<sup>[2-4]</sup>。直至目前为止, 对基于 POMDP 的频谱检测策略的大部分研究都会做出一个假设: 信道状态转移概率是已知的。然而在实际情形中, 信道状态转移概率通常是未知的。此外, 由于 PU 行为的不可预知性, 信道的转移概率会发生变化。这个问题严重限制了基于 POMDP 的信道检测和接入策略的实际应用。

为了扩宽基于 POMDP 的频谱接入策略的应用, 我们需要去准确地估计马尔可夫信道模型的参数。在文献[5]中, 以开/关交替更新模型(两状态的马尔可夫模型)为基础, 作者研究了周期采样和检测的框架结构并且给出了最优的检测周期, 同时保证了最小的平均时延。文中开和关状态的持续时间用指数分布来描述, 并且采用了贝叶斯估计来估计开/关交替更新过程的特征。文献[6]则采用了最大似然估计来获得开/关交替更新过程的特征并且考虑了估计结果的置信区间。在文献[7]中, 作者提出了一个随机采样的策略。相对于均匀采样, 随机采样的平均采样率会降低。然而, 在实际情形中由于硬件的关系, 均匀采样比随机采样更具可行性。当信道状态用离散马尔可夫模型描述时, 如何估计信道的状态转移概率尤为重要。

在本文中, 基于最大似然估计, 我们首先提出了一个适用于马尔可夫信道模型的信道状态转移概率估计算法。此外, 我们运用了中心极限定理来分析估计算法的精确度和观测采样点数目之间的关系。我们证明, 当要求的估计精确度给定时, SU 可以通过一定量的观测采样点来获得信道状态转移概率。基于这一信道转移概率的估计值, 我们提出了基于最优传输时间的信道接入策略。我们所提出的信道接入方案通过设置最优传输时间来最大化 SU 的有效吞吐量, 同时满足冲突概率的限制条件。

本文其余的部分结构如下: 第二章介绍了系统模型以及马尔可夫模型; 第三章详细描述了我们所提出的信道状态转移概率估计算法; 在第四章中, 我们提出了基于使用传输时间来最大化有效传输吞吐量的接入方案; 第五章展示并分析了仿真结果; 最后在第六章我们对本文进行了总结。

## 2. 系统模型

考虑一个包含  $N$  个信道的首要用户网络, 第  $i$  个信道的带宽用  $B_i (i = 1, \dots, N)$  表示。假设所有的首要用户以同步时隙的方式工作<sup>[2]</sup>。每个信道的占有状态都是独立的两状态离散时间马尔可夫过程。如图 1 所示, 信道有被占用和空闲两个状态, 分别用 0 和 1 表示。第  $i$  个信道的状态转移概率用  $(\alpha_i, \beta_i) (i = 1, \dots, N)$  表示。我们假设信道状态的统计特性在  $T$  个时隙内保持不变。用  $\mu_i$  表示第  $i$  个信道在某个时隙内状态是空闲的概率, 通过概率论知识我们可以得到:

$$\mu_i = \frac{\alpha_i}{\alpha_i + \beta_i} \quad (1)$$

本文重点关注在次要用户网络中, 多个次要用户如何独立地在  $N$  个信道中寻找信道的使用机会。在我们的分析中, 假设检测误差是可忽略不计的。

## 3. 基于马尔可夫模型的信道状态转移概率估计算法

在以上所述的网络中, 对于优化整个系统的吞吐量而言, 次要用户选择哪个信道去检测是非常重要的。我们称之为检测策略。这可以用部分可观测马尔可夫决策过程(POMDP)来描述。

POMDP 是一个已经被广泛研究的数学问题。文献[2]和[4]对基于 POMDP 的检测策略有着详细的描述。然而, 这两篇文章都是基于这样的假设: 信道状态转移概率对于所有次要用户是已知的。如果信道状

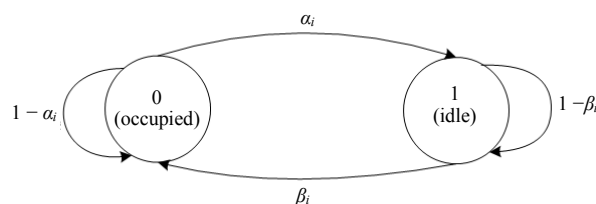


Figure 1. The Markov channel model  
图 1. 马尔可夫信道模型

态转移概率是未知的，那么对于次要用户来说，对信道状态转移概率的估计将是非常重要的。

为了得到信道状态转移概率，我们采用最大似然估计<sup>[8]</sup>。我们推导了信道状态转移概率的估计值的表达式，并且相应的精确度的分析也会被给出。整个估计算法的过程如下。

首先需要对信道  $i$  的状态进行连续的观测。信道状态的观测结果用  $Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_{r_i})$  表示，其中  $Z_k$  的值为 0 或者 1，表示信道的忙/闲状态。 $r_i$  表示算法收敛到给定的精确度所需要的在信道  $i$  上的观测值数量。随后，我们可以用观测结果构建一个似然函数，其表达式如下：

$$\begin{aligned} L(\theta) &= P(\mathbf{Z}; \theta) \\ &= P(Z_1 = z_1; \theta) \prod_{k=2}^{r_i} P(Z_k = z_k | Z_{k-1} = z_{k-1}; \theta) \quad (2) \\ &= P(Z_1 = z_1; \theta) \cdot \left[ (1 - \alpha_i)^{n_0} \cdot \alpha_i^{n_1} \cdot \beta_i^{n_2} \cdot (1 - \beta_i)^{n_3} \right] \end{aligned}$$

这里  $n_0, n_1, n_2$  和  $n_3$  分别代表四种状态转移出现的次数， $\theta = (\alpha_i, \beta_i)$ 。这四种状态转移分别是  $(z_{k-1}, z_k) = (0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)$ 。

通过解方程组(3)：

$$\begin{cases} \partial L(\theta) / \partial \alpha = 0 \\ \partial L(\theta) / \partial \beta = 0 \end{cases} \quad (3)$$

我们可以得到最大似然估计  $\hat{\alpha}_i$  和  $\hat{\beta}_i$  如下：

$$\begin{cases} \hat{\alpha}_i = n_1 / (n_0 + n_1) \\ \hat{\beta}_i = n_2 / (n_2 + n_3) \end{cases} \quad (4)$$

上面所描述的估计算法的收敛速度与  $(\alpha_i, \beta_i)$  的实际值相关。接下来，我们将用中心极限定理<sup>[9]</sup>分析算法的收敛速度与  $(\alpha_i, \beta_i)$  之间的关系。鉴于  $\alpha_i$  与  $\beta_i$  的互易性，我们将只对  $\hat{\alpha}_i$  进行讨论。

假设在  $r_i$  个观测值中有  $r_i^0$  观测值是 0，我们会有以下结论：

$$r_i^0 = r_i (1 - \mu_i), \quad \text{当 } r_i \rightarrow \infty \quad (5)$$

定义

$$X_k = \begin{cases} 0, Z_k = 0, Z_{k+1} = 0 \\ 1, Z_k = 0, Z_{k+1} = 1 \end{cases} \quad (6)$$

显然， $\{X_k\}$  是均值为  $\alpha_i$  方差为  $\alpha_i - \alpha_i^2$  的独立同分布随机变量。根据公式(4)， $\hat{\alpha}_i$  可以表示为：

$$\hat{\alpha}_i = n_1 / (n_0 + n_1) = \frac{1}{r_i^0} \sum_{k=1}^{r_i^0} X_k \quad (7)$$

利用中心极限定理，我们可以得到：

$$\frac{\sum_{k=1}^{r_i^0} X_k - r_i^0 \alpha_i}{\sqrt{r_i^0} \sqrt{\alpha_i - \alpha_i^2}} \rightarrow N(0, 1), \quad \text{当 } r_i^0 \rightarrow \infty \quad (8)$$

定义  $\delta$  为置信区间， $P_C$  为相应的置信度。 $\delta$ ， $P_C$  和  $\hat{\alpha}_i$  之间的关系则将如下所示：

$$P_C = P(|\hat{\alpha}_i - \alpha_i| < \delta \alpha_i) = 2\Phi \left( \delta \frac{\sqrt{r_i^0}}{\sqrt{\frac{1}{\alpha_i} - 1}} \right) - 1 \quad (9)$$

上式中  $\Phi(\cdot)$  代表标准正态分布的累积函数。通过(1)，(5)和(9)我们可以得到：

$$r_i = \frac{\left[ \Phi^{-1} \left( \frac{P_C + 1}{2} \right) \right]^2}{\delta^2} (1 - \alpha_i) \left( \frac{1}{\alpha_i} + \frac{1}{\beta_i} \right) \quad (10)$$

等式(10)阐释了观测采样点数目  $r_i$ ，相对置信区间  $\delta$ ，置信度  $P_C$  以及信道转移概率  $(\alpha_i, \beta_i)$  之间的关系。需要注意的是，当  $\delta$  和  $P_C$  给定时，对于任意的信道状态转移概率，可以利用(10)来获得收敛到足够精度所需要观测采样点的数目。

#### 4. 基于有效吞吐量最大化的频谱接入方案

在这一节中，我们将基于已知估计的信道状态转移概率来讨论频谱接入方案。每个首要用户的信道状态用开/关交替过程模型来表示。信道空闲和忙碌的持续时间分别用  $\{X\}$  和  $\{Y\}$  表示。假设  $\{X\}$  和  $\{Y\}$  服从指数分布并且  $E[X] = \lambda_x$ ,  $E[Y] = \lambda_y$ 。图 2 是上述信道模型的示例。在时隙工作方式下，SU 将周期性检测信道，将连续时间马尔可夫信道模型转换为离散时间马尔可夫信道模型。

假设次要用户检测信道的时间是固定的并且用  $T_D$  来表示检测时间。当检测结果显示信道是空闲的，

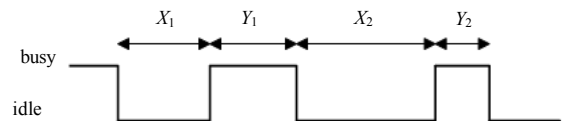


Figure 2. Continuous-time Markov channel model for PU network  
图 2. PU 网络的连续时间马尔可夫信道模型

次要用户将接入信道并且传输数据。传输数据的时间用  $T_p$  表示。

当次要用户正在使用某个信道的时候，如果这时首要用户返回并且使用相同信道，那么 SU 和 PU 的数据传输将会发生冲突。为了保证首要用户的利益，需要使冲突发生的概率小于一个预先设定的值  $\Gamma$ 。根据图 2 所示的信道模型，冲突的概率的表达式如下所示：

$$P_l = P(X \leq T_p) = 1 - e^{-\lambda_l T_p} \leq \Gamma \quad (11)$$

我们可以将式(11)改写为如下的形式：

$$T_p \leq \frac{1}{\lambda_l} \ln\left(\frac{1}{1-\Gamma}\right) \quad (12)$$

当冲突概率的上限  $\Gamma$  给定时，我们根据(12)可以计算出所允许最大的传输时间。

我们定义 SU 数据传输的有效吞吐量  $G$  为单位时间所传输的数据量的期望。当信道的带宽为  $B$ ，频谱效率为  $\Phi$  bits/Hz/s 时，传输有效吞吐量  $G$  为：

$$G(T_p) = \frac{B\Phi T_p}{T_p + T_D} e^{-\lambda_l T_p} \quad (13)$$

最大化有效吞吐量  $G$  的问题可以表示成：

$$\max_{0 < T_p < \infty} G(T_p) \quad (14)$$

将有效吞吐量  $G$  对  $T_p$  求一阶导数，我们可以得到最优的传输时间  $T_{p0}$  为：

$$T_{p0} = \frac{\sqrt{T_D^2 + \frac{4T_D}{\lambda_l}} - T_D}{2} \quad (15)$$

考虑到冲突概率上限的限制，结合(12)和(15)，我们可以得到问题的最优解  $T_p^*$  如

$$T_p^* = \min \left\{ \frac{\sqrt{T_D^2 + \frac{4T_D}{\lambda_l}} - T_D}{2}, \frac{1}{\lambda_l} \ln\left(\frac{1}{1-\Gamma}\right) \right\} \quad (16)$$

## 5. 仿真结果

在本节中，我们将用仿真结果来评估我们所提出的信道转移概率的估计算法以及频谱接入方案的性能。

我们根据转移概率  $(\alpha_i, \beta_i)$  来随机生成了  $T$  个时

隙的信道状态，并用这些信道状态来对  $(\alpha_i, \beta_i)$  进行估计得到最大似然估计值  $(\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_i)$ 。图 3 和图 4 显示了最大似然估计值，图中每一点表示了一个估计值。虚线代表了状态转移概率的实际值。图 3 和图 4 的结果显示，状态转移概率的估计值和实际值非常接近。

图 5 和图 6 显示了最大似然估计值的相对误差。Y 轴 20% 处的水平线表示给定的相对置信区间  $\delta$ 。当给定的置信度为  $P_c = 99\%$  并且

$(\alpha, \beta) = (0.025, 0.03), (0.1, 0.15), (0.45, 0.4)$  时，通过(10)可以计算出对估计值  $\hat{\alpha}$  而言，相应的收敛的观测采样数目依次为 11,860, 2488 和 431。类似的，可以计算出对估计值  $\hat{\beta}$  而言，相应的收敛的观测采样数目依次为 11,799, 2350 和 470。图 5 和图 6 所示的仿真结果和上述计算出的值非常接近。当

$(\alpha_i, \beta_i) = (0.45, 0.4)$  时，估计值  $(\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_i)$  收敛到所设定

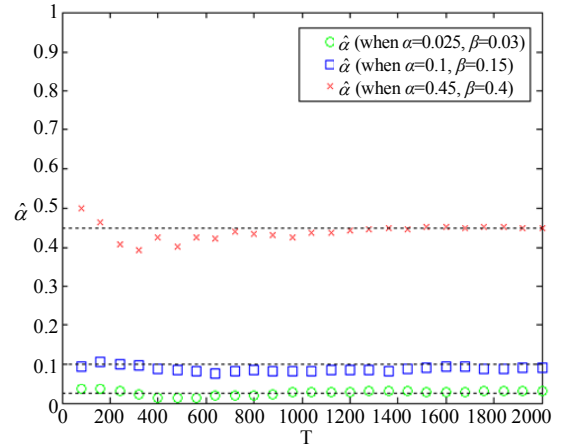


Figure 3. Transition probabilities  $\alpha$  estimation  
图 3. 状态转移概率  $\alpha$  的估计值

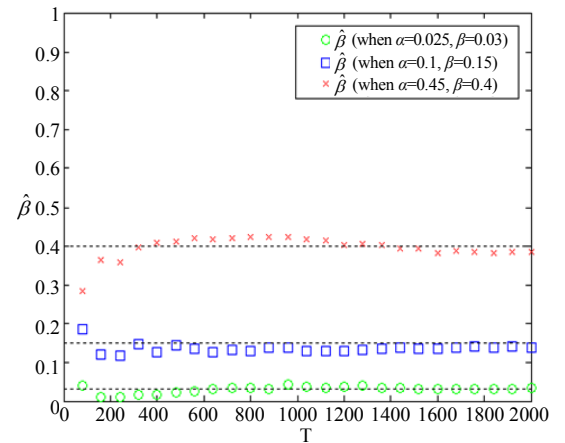


Figure 4. Transition probabilities  $\beta$  estimation  
图 4. 状态转移概率  $\beta$  的估计值

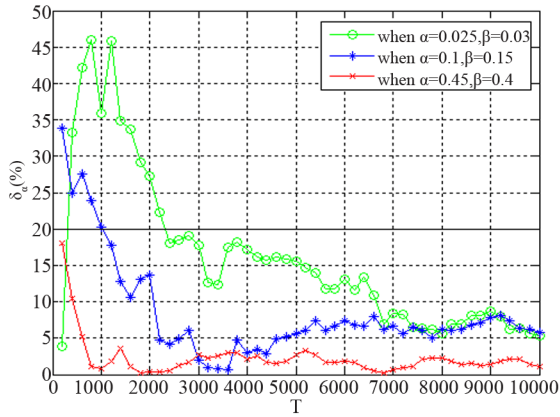


Figure 5. Relative estimation error of  $\hat{\alpha}$   
图 5.  $\hat{\alpha}$  的相对估计误差

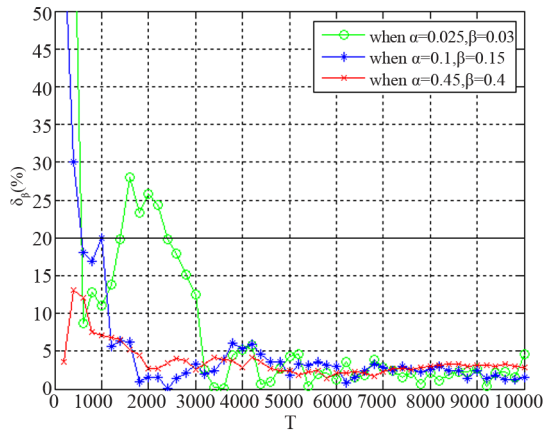


Figure 6. Relative estimation error of  $\hat{\beta}$   
图 6.  $\hat{\beta}$  的相对估计误差

的精度所需要的观测采样数目最少，即此时收敛速度最快。当  $(\alpha_i, \beta_i) = (0.1, 0.15)$  时的收敛速度次之， $(\alpha_i, \beta_i) = (0.025, 0.03)$  时的收敛速度最慢。

图 7 用 3D 图显示了在相对置信区间  $\delta = 20\%$ ，置信度  $P_c = 99\%$  条件下收敛速度与  $(\alpha, \beta)$  之间的关系。从图 7 可以看出当  $\alpha, \beta$  变小时，收敛到给定精度所需观测采样点数目迅速增加。比较直观的解释是，当  $\alpha, \beta$  比较小而置信度一定时，所要求的估计误差  $|\alpha - \hat{\alpha}|$  相应的会比较小。这将导致算法需要更多的观测采样点数目才能收敛。

图 8 和图 9 分别是 SU 的有效吞吐量随着  $T_p$  的变化曲线和冲突概率随着  $T_p$  的变化曲线。理论曲线是根据(12)和(13)所绘。首先，我们生成一个连续时间马尔可夫信道模型，信道的状态在空闲和忙碌之间转换。空闲和忙碌状态的持续时间分别符合参数为  $\lambda_i$  和  $\lambda_B$

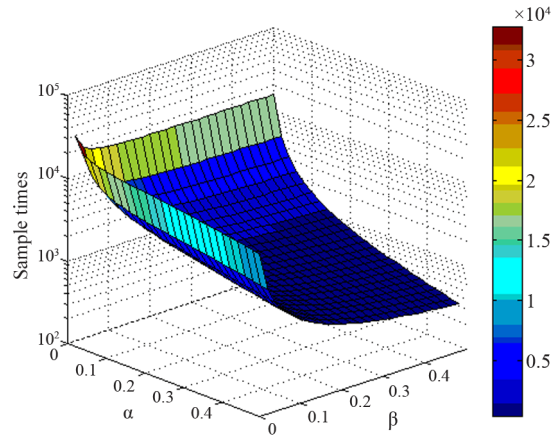


Figure 7. Converging observation samples with  $(\alpha_i, \beta_i)$  in a given relative confidence interval  $\delta$  and confidence level  $P_c$

(here  $\delta = 20\%$ ,  $P_c = 99\%$ )

图 7. 收敛到给定精度所需观测采样点数目与  $(\alpha_i, \beta_i)$  的关系  
( $\delta = 20\%$ ,  $P_c = 99\%$ )

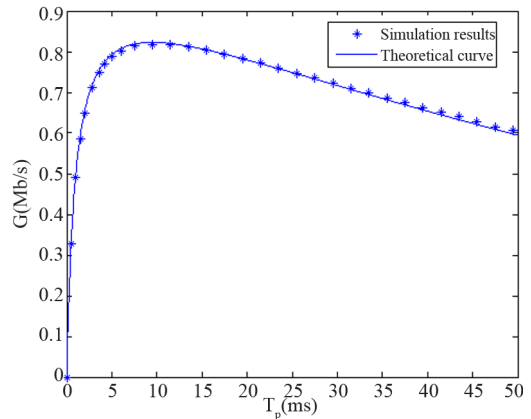


Figure 8. Effective throughput curve with respect to  $T_p$   
图 8. 不同  $T_p$  下的有效吞吐量图

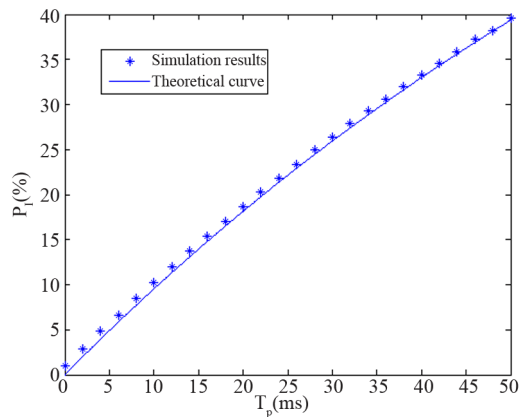


Figure 9. The probability of collision curve vs  $T_p$   
图 9. 不同  $T_p$  时的冲突概率

的指数分布.当频谱检测时以时隙方式工作时,连续时间马尔可夫信道模型转换为离散时间马尔可夫信道模型.针对不同的传输时间 $T_p$ ,我们仿真了信道接入的过程,并且统计了成功的数据传输和失败的数据传输.这样就可以获得有效地吞吐量以及冲突的概率.

仿真的参数如下:检测时间 $T_D = 1 \text{ ms}$ ,  
 $\lambda_I = 0.01 \text{ ms}^{-1}$ ,  $\lambda_B = 0.05 \text{ ms}^{-1}$ .带宽 $B$ 和频谱效率 $\Phi$ 是常数并且满足 $B\Phi = 1 \text{ Mb/s}$ .根据(15)得出的最优传输时间是 $T_p^* = 9.5125 \text{ ms}$ ,这与图8的仿真结果非常吻合.

## 6. 结论

在本文中,我们研究了信道状态转移概率的估计算法以及基于离散马尔可夫模型的频谱接入策略.信道状态转移概率的估计对于基于 POMDP 模型的频谱接入策略设计具有非常重要的意义.在我们提出的算法中,我们采用了最大似然估计.同时,我们运用了中心极限定理分析了估计值的精确度、观测采样点数目以及信道状态转移概率之间的关系.频谱接入策略的目标是,在保证冲突概率满足限制条件的前提下,最大化 SU 的有效吞吐量.数值仿真结果显示最大似然估计算法可以获得足够精确的结果并且我们所提出的频谱接入方案能够最大化 SU 的有效吞吐量.

## 7. 致谢

本文的研究工作由国家自然科学基金(No.

61102052, No. 60972050)、国家重点基础研究发展计划(973 计划)No.2010CB731803 和国家重大专项 No. 2010ZX03002-007-01 资助。

## 参考文献 (References)

- [1] S. Haykin. Cognitive radio: Brain-empowered wireless communications. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2005, 23(2): 201-220.
- [2] Y. X. Chen, Q. Zhao and A. Swami. Joint design and separation principle for opportunistic spectrum access in the presence of sensing errors. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2008, 54(5): 2053-2071.
- [3] W. Ren, Q. Zhao and A. Swami. Power control in cognitive radio networks: How to cross a multi-lane highway. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2009, 27(7): 1283-1296.
- [4] Q. Zhao, B. Sadler. A survey of dynamic spectrum access: Signal processing, networking, and regulatory policy. *IEEE Signal Processing Magazine: Special Issue on Resource-Constrained Signal Processing, Communications, and Networking*, 2007.
- [5] H. Kim, K. G. Shin. Fast discovery of spectrum opportunities in cognitive radio networks. *IEEE DySPAN*, 2008: 1-12.
- [6] H. Kim, K. G. Shin. Efficient discovery of spectrum opportunities with MAC-layer sensing in cognitive radio networks. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2008, 7(5): 533-545.
- [7] Q. Q. Liang, M. Y. Liu and D. F. Yuan. Channel estimation for opportunistic spectrum sensing: Uniform and random sensing. *Information Theory and Applications Workshop (ITA)*, 2010: 1-10.
- [8] A. S. Aghaei, K. N. Plataniotis and S. Pasupathy. Maximum likelihood binary detection in improper complex gaussian noise. *Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2008, ICASSP 2008.
- [9] C. Jinwoo, N. B. Shroff. A central-limit-theorem-based approach for analyzing queue behavior in high-speed networks. *Networking*, *IEEE/ACM Transactions*, 1998: 659-671.