

Improved Spectrum Detecting Algorithm Based on Periodogram

Rui Gong, Xin Yang, Yang Yang

¹Reserve Duty Infantry Division Antiaircraft Regime, Hangzhou

²Command Control Department of Air Defense Force College, Zhengzhou

³72495 Forces Automation Station, Zhengzhou

Email: ggbx@sohu.com

Received: Jul. 18th, 2013; revised: Jul. 28th, 2013; accepted: Aug. 16th, 2013

Copyright © 2013 Rui Gong et al. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Abstract: The traditional periodogram spectral estimation method is an approximately unbiased spectral estimation method, however, with the difficulties of estimated bias and estimated variance dilemmatic. To solve this problem, a kind of accurate non-parametric multitaper method was introduced in this paper which is actually regarded as the improved periodogram spectral estimation method based on filter banks. The multitaper method makes use of multiple orthogonal windows for spectral estimation. By this means, the spectrum is estimated with excellent energy concentration. It can solve the problem of spectral estimation variance. The theoretical derivations and simulations show that the multitaper spectral spectrum detecting algorithm is a low variance and high resolution spectrum detection method, especially for the weak signal detection under strong noise background. It has effective performance and outperforms other spectrum detecting methods in low SNR.

Keywords: Spectrum Detecting; Filter Banks; Multitaper Spectral

基于周期图的频谱检测改进算法

龚锐¹, 杨欣², 杨阳³

¹预备役步兵师高射炮兵团, 杭州

²防空兵学院, 郑州

³72495 部队, 郑州

Email: ggbx@sohu.com

收稿日期: 2013 年 7 月 18 日; 修回日期: 2013 年 7 月 28 日; 录用日期: 2013 年 8 月 16 日

摘要: 传统的周期图检测法是一种近似无偏的估计方法, 但存在估计偏差和估计方差相互制约的问题。针对此问题, 本文采用多窗谱估计, 该方法是基于滤波器组理论改进的周期图检测法, 利用多个正交窗进行谱估计, 有极佳的能量集中性, 能解决谱估计存在较大方差的问题。理论推导及仿真结果证明, 基于多窗谱的频谱检测算法是一种低方差、高分辨率的频谱检测方法, 能有效实现低信噪比条件下的信号检测, 且相比于其他检测算法能达到更好的检测性能。

关键词: 频谱检测; 滤波器组; 多窗谱

1. 引言

在数字通信系统中, 常采用滤波器组进行子信道

的划分, 然后对子信道进行功率谱估计, 最后按照设定的阈值对估计的功率谱进行抽样判决、检测子信道

的状态,从而有效地实现频谱检测^[1]。从滤波器组的角度分析,传统的周期图谱估计检测法是由固定原型滤波器组成的分析滤波器组实现,该滤波器组只有一个固定数据窗,功率谱估计一直存在估计方差和估计偏差进退两难的问题,主要由于以下两点:1)因边带泄露问题导致信号功率谱估计存在偏差,通过时域加窗可以减少偏差;2)时域加窗造成信号被截断,因信息的损失导致估计方差的提高。

解决这种谱估计偏差和方差的问题,需要寻找一种非参数的精确谱估计方法。D. J. Thomson 于 1982 年提出应用多个正交窗进行谱估计的想法,即多窗谱估计法(Multitaper Method, MTM)^[2]。与传统的周期图谱估计法相比,MTM 是从滤波器组理论出发改进的周期图谱检测法,是一种特殊的滤波器组方法。文献[3]应用 MTM 结合 SVD,提出时空联合的频谱检测算法,但在恶劣信道下,检测性能严重下降。文献[4]利用观测数据所含信息量的大小提出了一种基于短时傅里叶变换幅度谱的谱熵检测算法,文献[5]结合时域分析提出了一种对数能量谱熵的语音端点检测方法。在此基础上本文提出一种基于多窗谱的频谱检测改进算法,简称多窗谱(MTM)检测算法。通过对不同信噪比下的接收信号进行了大量仿真,结果表明 MTM 算法是一种低方差、高分辨率的信号检测方法,尤其适合强噪声背景下弱信号的频谱检测。

2. 频谱检测模型

实际应用中,接收信号的检测可以表示为一个二元假设检验问题,假设加性高斯白噪声信道中的观测数据为 $x(n)$,该二元检测模型可以表示为如下形式:

$$\begin{aligned} H_0 : x(n) &= \eta(n) \\ H_1 : x(n) &= h \cdot s(n) + \eta(n) \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $s(n)$ 是发送信号, $\eta(n)$ 为高斯白噪声。以常见的 MPSK/MQAM 已调信号为例,表示为下式:

$$s(n) = \sum_l s_l p(n - lT_s) \quad (2)$$

s_l 表示 MPSK/MQAM 第 l 个传输符号, $p(n)$ 表示脉冲成型滤波器, T_s 表示符号周期。

3. 基于周期图的频谱检测改进算法

频谱检测的关键步骤是检测特征的选择与提取,

较为理想的信号特征应具备复杂度低、检测性能好、对信号的先验信息依赖少等特点。本文提出了以信号的多窗谱(MTM)为特征的检测算法,同时拥有低方差、抗噪声和高分辨率的优点。通过计算信号的 MTM 特征,按照预定的门限对估计的 MTM 进行抽样判决,检测信道的状态,可以有效实现频谱检测。

3.1. 周期图谱估计

传统的周期图谱估计只有一个固定的数据窗,通过计算特定频率间隔点 $\omega_k = 2\pi k/N$,

$f_k = k/N, k = 0, 1, \dots, N-1$, 可得到周期图谱估计 $\hat{\Psi}_p$ 为:

$$\hat{\Psi}_p \left(\frac{2\pi k}{N} \right) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi kn/N} \right|^2 \quad (1)$$

周期图谱估计检测法是一种近似无偏的估计方法,但其估计方差即使当点数 N 趋于无穷大时也不会收敛于零。从滤波器组的角度分析,周期图谱检测法由固定原型滤波器组成的分析滤波器组实现,图 1 为周期图谱估计的滤波器组实现过程。

其表达式如下所示:

$$\begin{aligned} \hat{\Psi}_p &= \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\omega_k n} \right|^2 \\ &= \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\omega_k n} r(N-n) \right|^2 \end{aligned} \quad (2)$$

其中

$$r(n) = \begin{cases} 1/\sqrt{N}, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{others} \end{cases} \quad (3)$$

$\hat{\Psi}_k$ 是分析滤波器组第 k 个滤波器每 N 个输出数据的模平方。式(5)中的固定原型滤波器 $r(n)$ 是一个矩形

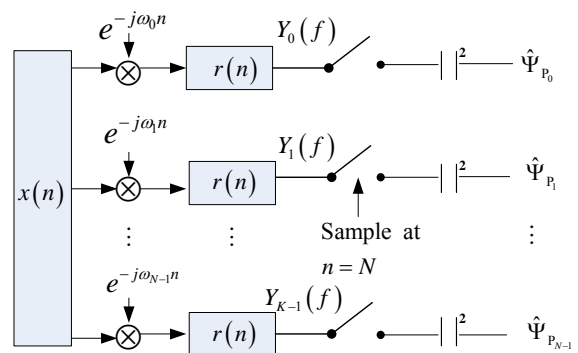


Figure 1. The process of periodogram via filter banks
图 1. 周期图谱估计的滤波器组实现

窗函数，其频域频谱在频率轴上连续且无限延伸，这将导致较大的频谱泄露。因而，从滤波器组解释出发，通过采用特定的原型滤波器可以改进周期图谱估计检测法的性能。

3.2. 多窗谱估计

多窗谱估计(MTM)是从滤波器组理论出发改进的周期图检测法，是一种特殊的滤波器组方法^[6,7]。MTM 使用多个原型滤波器，并且每个原型滤波器通过调制形成一个滤波器组。MTM 关键在于，这些原型滤波器的系数是一系列正交的离散扁球序列(Discretetime Prolate Spherical Sequences, DPSS)或者称为 Slepian 序列。在有限采样点时，给定一个频率分辨率 W ，Slepian 序列的傅立叶变换能量便集中在 $(f-W, f+W)$ 上(f 是中心频率)，具有极佳的能量集中特性。同时，在满足 Slepian 序列正交化条件下，每个数据窗的输出不相关，将输出能量进行平均，功率谱的估计结果有最小的方差，这正是 MTM 的设计要求。Slepian 序列的这种属性使得在降低谱估计的方差时不会影响估计偏差，但是带来的谱分辨率的降低，MTM 的算法流程如图 2 所示。

首先构造 K 阶正交 Slepian 序列 $\{w_n^{(k)}\}_{n=1}^N$ ，定义时间带宽乘积 $C_0 = 2NW$ ， W 是采样率标准化后的带宽。典型的取值 $3 \leq C_0 \leq 6$ ， $K \leq \lfloor 2C_0 \rfloor$ 。如果将 $\{w_n^{(k)}\}_{n=1}^N$ 看作一个向量 w_k ，则能从以下特征值方程得到：

$$\mathbb{Q}w_k = \lambda_k w_k \quad (4)$$

其中， \mathbb{Q} 是托普利茨矩阵， \mathbb{Q} 中每个元素定义为：

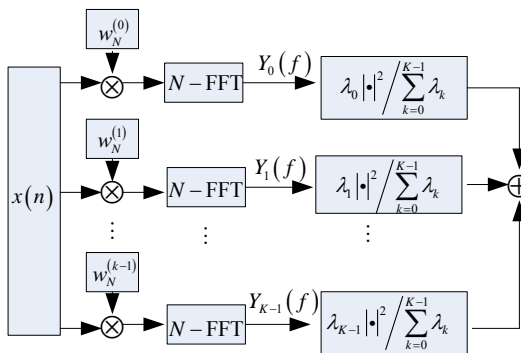


Figure 2. The process of generating MTM
图 2. 计算多窗谱的算法流程

$$q_{i,j} = \frac{\sin 2\pi W(i-j)}{\pi(i-j)}, i, j = 1, 2, \dots, N-1 \quad (5)$$

特征值 λ_k 在 0 和 1 之间取值，且按降序排列 $\lambda_0 \geq \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_{N-1}$ 。低阶特征值接近于 1，高阶特征值接近于 0，因为 Slepian 序列的能量集中性能随着正交窗阶数的升高而下降。因此，MTM 仅使用前 K 个正交窗。

其次，计算特征谱 $Y_k(f_i)$ ：

$$Y_k(f_i) = \sum_{n=1}^N w_n^{(k)} x(n) e^{-j2\pi f_i n / f_s}, k = 0, \dots, K-1 \quad (6)$$

其能量分布在分辨率带宽 $2W$ 内。

最后，得到多窗谱估计 $\hat{\Psi}_{\text{MTM}}(f_i)$ ：

$$\hat{\Psi}_{\text{MTM}}(f_i) = \frac{\sum_{k=0}^{K-1} \lambda_k(f_i) |Y_k(f_i)|^2}{\sum_{k=0}^{K-1} \lambda_k(f_i)} \quad (9)$$

其中， λ_k 是第 k 个特征谱的特征值，式(10)使谱估计达到无偏。

3.3. 门限设置

若将周期图谱估计值 $\hat{\Psi}_p$ 、多窗谱估计值 $\hat{\Psi}_{\text{MTM}}$ 统一称为谱特征值，则在求得信号谱特征值后，需要与设定的阈值进行比较，从而判断是否存在信号。为了得到正确的检测结果，必须选取合适的阈值。文献[4]提出一种基于最大最小值的门限估计算法，通过下式得到门限 λ ：

$$\lambda = 0.5 \cdot [\max(\hat{\Psi}(\cdot)) - \min(\hat{\Psi}(\cdot))] + \min(\hat{\Psi}(\cdot)) \quad (10)$$

其中 $\max(\cdot)$ 和 $\min(\cdot)$ 分别表示取最大值函数和取最小值函数。 $\hat{\Psi}(\cdot)$ 表示观测数据的谱特征值，该算法不大适合强噪声背景下的信号检测。本文采用一种自适应的强信号去除门限估计算法，首先将估计的谱特征值做排序运算，去除谱特征值较大的信号，对剩下的数据进行平均作为噪声的平均谱特征估计值，将噪声估计值与一个经验常量相加，和值作为检测门限值。设 $\{\hat{\Psi}(\cdot)\}$ 为观测数据的谱特征值序列，经由排序得到新的序列：

$$\{\hat{\Psi}'(\cdot)\} = \text{sort}\{\hat{\Psi}(\cdot)\} \quad (11)$$

其中 sort 表示对 $\{\hat{\Psi}(\cdot)\}$ 的升序排列，则自适应门限通常可由下式计算得到：

$$\lambda = \frac{1}{\lfloor N\xi \rfloor} \sum_{i=0}^{\lfloor N\xi \rfloor - 1} \{ \hat{\Psi}'(\cdot) \} + C \quad (12)$$

$$= \frac{1}{\lfloor N\xi \rfloor} \sum_{i=0}^{\lfloor N\xi \rfloor - 1} \text{sort} \{ \hat{\Psi}(\cdot) \} + C$$

其中, $\xi \in (0,1)$ 表示比例因子, $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向下取整函数, $C \in [1,5]$ 为经验常量, 通过实验统计得到。为方便比较, 文献[4]的门限算法称为最大最小值门限, 本文门限算法称为强信号去除门限。

4. 仿真和分析

对观测数据进行仿真, 比较周期图谱估计检测法、多窗谱估计检测法的算法性能。设多窗谱估计时间带宽乘积 $C_0 = 4$, 阶数 $K = \lfloor 2C_0 - 1 \rfloor = 7$, 产生 K 个正交窗且相应特征值为

$\lambda_0 = 1, \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0.99999, \lambda_3 = 0.99996,$
 $\lambda_4 = 0.99941, \lambda_5 = 0.99250$, 满足 $K \approx \sum_{k=0}^{K-1} \lambda_k$ 。信道为加性高斯白噪声信道, 脉冲成型滤波器使用均方升余弦, 滤波器系数为 0.35, 信号采样率均 16 kHz, 码字数 1000。主用户信号采用 BPSK 调制方式, 载频分

别为 $f_c = 2 \text{ kHz}$,

$f_c = 5 \text{ kHz}$, 符号速率 $R_b = 1 \text{ kHz}$ 。比特序列采用伪随机产生的二进制 0/1 序列, 进行 1000 次蒙特卡罗仿真实验。

实验一: 观察主用户信号的周期图、多窗谱特征。图 3~4 分别为信噪比为高(20 dB)、低(5 dB)时信号的特征。其中, (a)为周期图特征, (b)为多窗谱特征。从中可以看出, 高信噪比时信号的周期图、多窗谱特征明显, 周期图在载波频率处存在谱峰, 多窗谱能量集中在分辨率带宽内。低信噪比时周期图谱峰几乎被淹没, 多窗谱谱峰特征依旧明显。由此可以看出, MTM 特征抗噪声能力强, 分辨率高。

实验三: 测试 MTM 特征检测性能随信噪比和门限值的变化情况。图 5 为采用最大最小值门限和强信号去除门限时, 信号检测概率随信噪比变化的曲线图。由图 5 可见, 当选定判决门限时, 检测概率随着信噪比的提高而提高。且强信号去除门限当信噪比为 5 dB 时检测概率达到 1, 可以看出 MTM 特征检测对低信噪比情况的信号检测比较有效。

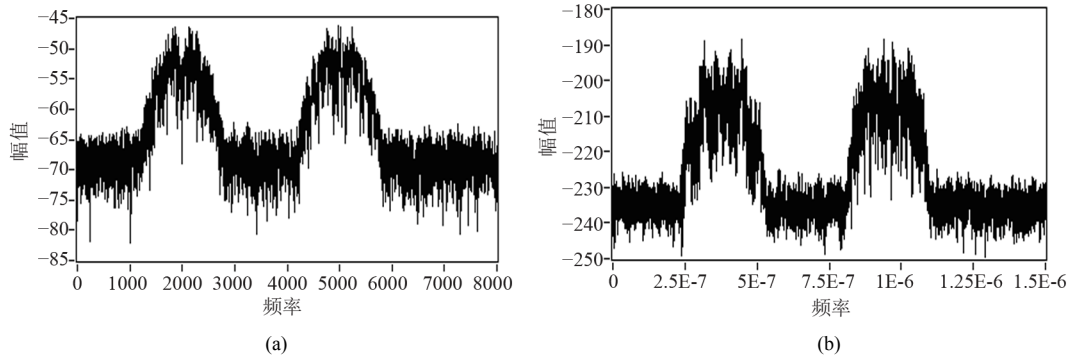


Figure 3. The signal feature of Periodogram, MTM with SNR = 20 dB
 图 3. 信号周期图、多窗谱, SNR = 20 dB

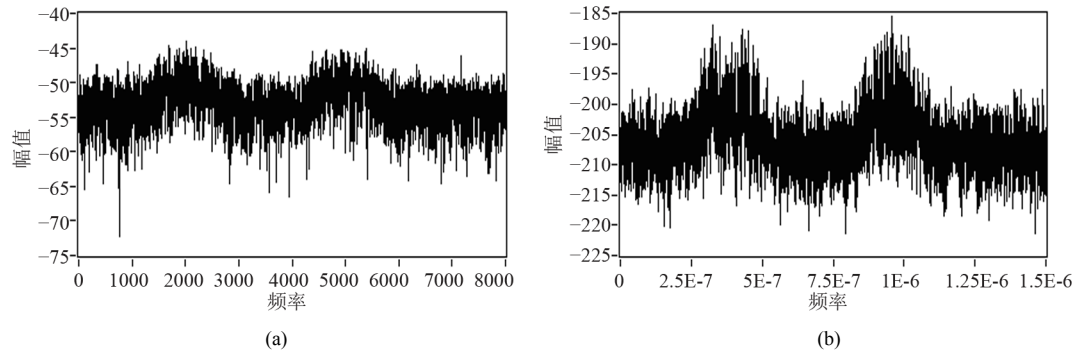


Figure 4. The signal feature of Periodogram, MTM with SNR = 5 dB
 图 4. 信号周期谱、多窗谱, SNR = 5 dB

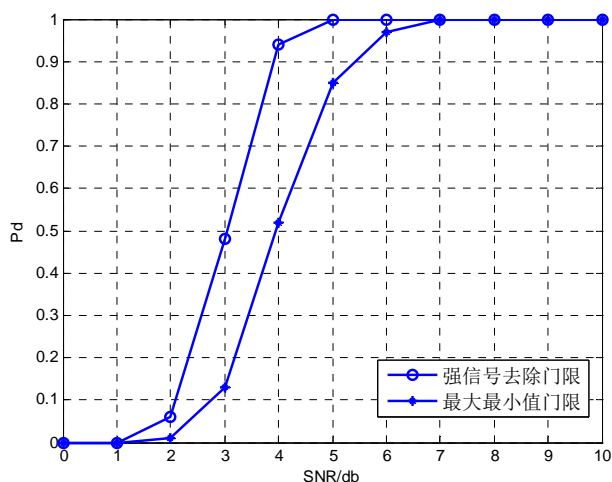


Figure 5. The detection probability with different SNR
图 5. 检测概率随信噪比变化曲线

5. 结束语

本文着重研究了基于多窗谱的频谱检测算法。利用多窗谱估计低方差、无偏差的特点，提出了一种多窗谱的频谱检测改进算法。较已有方法，多窗谱算法

拥有较理想的检测性能，可实现低信噪比条件下信号的有效检测。在相同接收条件下，相比于周期图检测法具有更好的性能。

参考文献 (References)

- [1] B. F. Boroujeny. Filter bank spectrum sensing for cognitive radios. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 2008, 56: 1801-1811.
- [2] D. J. Thomson. Spectrum estimation and harmonic analysis. *Proceedings of the IEEE*, 1982, 70(9): 1055-1096.
- [3] S. Haykin. The multitaper method for accurate spectrum sensing in cognitive radio environments. *Systems and Computers*, 2007: 436-439.
- [4] 隋丹, 葛临东. 突发信号盲存在性检测的两种算法[J]. *信号处理*, 2008, 24(5): 883-886.
- [5] 刘欢, 王纲金, 赵丽霞. 一种新的对数能量谱熵语音端点检测方法[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2010, 37(7): 72-77.
- [6] J. Wang and Q. T. Zhang. A multitaper spectrum based detector for cognitive radio. *Wireless Communications and Networking Conference*, 2009.
- [7] H. Gao, M. Q. Wu, C. X. Xu and Q. Q. Wu. An improved multitaper method for spectrum sensing in cognitive radio networks. *IEEE International Conference on Computer Science and Information Technology*, 2010: 393-396.