

# A Digital Beamforming Method Based on Hilbert Transform

Wei Luo, Zhijin Zhao, Junna Shang

School of Telecommunication Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou  
Email: luoweizlh@126.com

Received: Nov. 18<sup>th</sup>, 2013; revised: Nov. 21<sup>st</sup>, 2013; accepted: Nov. 22<sup>nd</sup>, 2013

Copyright © 2013 Wei Luo et al. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

**Abstract:** In order to reduce the complexity of Doppler Velocity Log's beamformer, according to the basic principle of the phase shift beamforming and the Hilbert transform properties, a digital beamforming method based on Hilbert transform is proposed. Firstly, the quadrature demodulating and the  $\pi/2$  phase shift of the beamforming technology are implemented by using Hilbert transform. Then, using the Hilbert transform properties, the real and imaginary parts of the demodulated complex signal are combined linearly to form a beam with a particular direction. Computer simulation results show the effectiveness of the proposed method, and the complexity of the beamformer is greatly reduced.

**Keywords:** Beamforming; Phase Shift Beamforming; Hilbert Transform; Quadrature Demodulation

## 基于希尔伯特变换的数字波束合成算法

罗 维, 赵知劲, 尚俊娜

杭州电子科技大学通信工程学院, 杭州  
Email: luoweizlh@126.com

收稿日期: 2013年11月18日; 修回日期: 2013年11月21日; 录用日期: 2013年11月22日

**摘 要:** 为了降低多普勒计程仪波束合成器的复杂度, 本文根据相移束控基本原理和希尔伯特变换性质, 提出一种基于希尔伯特变换的基带数字波束合成算法。首先, 利用希尔伯特变换实现正交解调和相移束控技术中的  $\pi/2$  相移; 然后, 利用希尔伯特变换性质, 由解调得到的基带复信号的实部和虚部的线性组合实现在所需方向的波束合成。计算机仿真验证了本文算法的有效性, 波束合成器的复杂度被大大降低。

**关键词:** 波束合成; 相移束控; 希尔伯特变换; 正交解调

### 1. 引言

多普勒计程仪(Doppler Velocity Log, DVL), 也被称为测速声纳, 是根据多普勒效应原理而设计的一种精密的测速和计程仪器。这种计程仪可以测出声纳载体相对于水底的速度。目前, 多普勒测速仪多采用相控阵技术<sup>[1-3]</sup>和复相关频率估计算法估计多普勒频移<sup>[4]</sup>, 进而可准确测定载体的速度。这种测速仪只用一个平面基阵进行相控发射和接收, 消除了水中声速变化对速度测量精度的影响, 不再需要进行声速补偿。

复相关频率估计算法处理的是复信号, 而实际应用中接收信号是实的, 快速准确获得与其正交的信号是频率估计算法能顺利实现的重要保证。传统方法<sup>[5]</sup>是运用两个正交的本振信号实现信号正交变换, 但当本振信号不正交时会产生虚假信号。为了减小文献[5]的模拟方法带来的误差, 可用数字技术<sup>[6]</sup>实现, 以保证信号的正交性, 但此方法要求高采样率的 A/D 器件; 也可采用多相滤波结构的数字正交接收机, 此方法必须用准确的采样率才能保证两路输出序列的正交性<sup>[7]</sup>。

本文利用希尔伯特变换进行正交解调，克服上述不足；又根据希尔伯特变换可以实现  $\pi/2$  相移的特性，用于相控技术中相位的补偿；从而提出一种基于希尔伯特变换的相移束控的波束合成方法。

## 2. 相移束控技术基本原理

为了说明相移束控技术的基本原理<sup>[8]</sup>，以图 1 所示的等间隔线列阵为例来分析其指向性和束控方法。设各阵元间距为  $d$ ，当水中声速为  $c$  时，频率为  $f_c$  的入射平面波信号的波长为  $\lambda = c/f_c$ ，入射角为  $\theta$  的信号使得相邻阵元间的时延为  $\tau = d \sin \theta / c$ 。

相邻阵元间的相移为：

$$\Delta\phi = 2\pi f_c \tau = 2\pi f_c d \sin \theta / c \quad (1)$$

只要控制  $\theta$  使因子  $c/\sin \theta$  的值为一常数，从而可消除声速变化对测速精度的影响。如果直接将这  $N$  个阵元输出相加，得到此阵列的自然指向性函数为：

$$R(\theta) = \frac{\sin(N\pi d \sin \theta / \lambda)}{N \sin(\pi d \sin \theta / \lambda)} \quad (2)$$

现以  $N = 12$  为例，将这一 12 元线阵分为如图 2 所示的三级复合子阵。

从图中可以看出，第三级为一个四元子阵，每

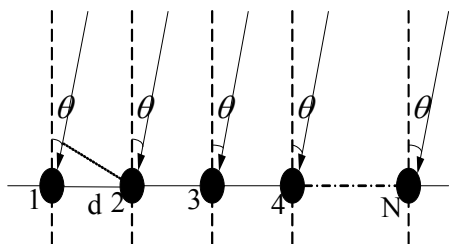


Figure 1. Uniform linear array  
图 1. 均匀线列阵

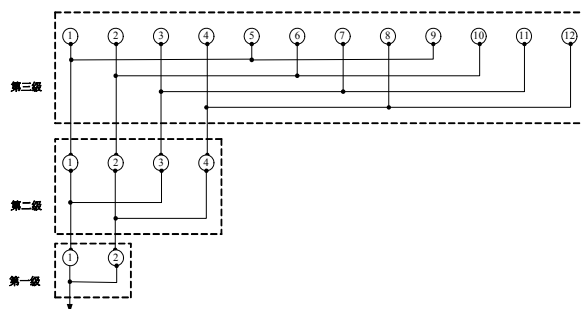


Figure 2. Linear array is divided into three composite matrix schematic  
图 2. 线列阵分解为三级复合阵示意图

个子阵包含三个间隔为  $4d$  的阵元，并且各子阵的阵元间距为  $D_3 = 4d$ ；第三级的四个等效阵元中，不相邻的两个阵元构成第二级子阵，阵元间距为  $D_2 = 2d$ ；最后构成的第一级子阵中只有两个阵元，阵元间距为  $D_1 = d$ 。

由此得到的各级子阵的阵元数  $N_i$  分别是  $N_1 = 2$ 、 $N_2 = 2$  和  $N_3 = 4$ ，而其对应的阵元间距分别是  $D_1$ 、 $D_2$  和  $D_3$ 。由式(2)可知，各级子阵的自然指向性  $R_i(\theta)$  为：

$$R_i(\theta) = \frac{\sin(N_i D_i \pi \sin \theta / \lambda)}{N_i \sin(D_i \pi \sin \theta / \lambda)}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

根据复合阵乘积定理，复合阵的总指向性是各级子阵指向性的乘积：

$$R(\theta) = R_1(\theta) R_2(\theta) R_3(\theta) \quad (4)$$

将  $N_1$  和  $D_1$ ， $N_2$  和  $D_2$ ， $N_3$  和  $D_3$  分别代入式(3)得：

$$R_1(\theta) = \frac{\sin(2d\pi \sin \theta / \lambda)}{2 \sin(d\pi \sin \theta / \lambda)} \quad (5)$$

$$R_2(\theta) = \frac{\sin(4d\pi \sin \theta / \lambda)}{2 \sin(2d\pi \sin \theta / \lambda)} \quad (6)$$

$$R_3(\theta) = \frac{\sin(16d\pi \sin \theta / \lambda)}{4 \sin(4d\pi \sin \theta / \lambda)} \quad (7)$$

由式(4)至式(7)可得， $R(\theta)$ 、 $R_1(\theta)$ 、 $R_2(\theta)$  和  $R_3(\theta)$  的主波束、零点和栅瓣情况如表 1 所示。

由各级子阵指向性图可得，只要将第二级子阵的主波束控制到

$$\sin \theta = \lambda / 4d \quad (8)$$

的位置，利用其在  $\sin \theta = -\lambda / 2d$ ， $\sin \theta = 0$  和  $\sin \theta = \lambda / 2d$  的零点便可以抑制掉第一级子阵在  $\sin \theta = 0$  的主波束及第三级子阵在  $\sin \theta = 0$  的主波束和在  $\sin \theta = \pm \lambda / 2d$  的栅瓣，使总的指向性  $R(\theta)$  在  $\sin \theta = -\lambda / 4d$  和  $\sin \theta = \lambda / 4d$  形成了两个波束。所以波束的指向角  $\theta$  与  $\lambda / d$  的值有关，只要设计好  $\lambda / d$  的值就可以得到所要求的波束指向性。将式(8)代入式(1)可得对此二元子阵的相位补偿为：

$$\Delta\phi_2 = \frac{2\pi D_2 \sin \theta}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot 2d}{\lambda} \frac{\lambda}{4d} = \pi \quad (9)$$

Table 1. The main beam, the zero and the grating lobes of beam pattern at all levels

表 1. 各级波束图的主波束、零点和栅瓣情况

$\sin \theta$	$R_1(\theta)$	$R_2(\theta)$	$R_3(\theta)$	$R(\theta)$
$-\lambda/2d$	零点	栅瓣	栅瓣	零点
$-\lambda/4d$		零点	栅瓣	零点
0	主波束	主波束	主波束	主波束
$\lambda/4d$		零点	栅瓣	零点
$\lambda/2d$	零点	栅瓣	栅瓣	零点

所以, 只要根据式(9)对第二级的两个二元子阵补偿相位  $\pi$ , 就可以进行相控发射。

在用同一个相控阵接收信号时, 为了区分在  $\sin \theta = -\lambda/4d$  和  $\sin \theta = \lambda/4d$  的波束信号, 以便对各通道进行独立的测频和速度解算, 则只要再将第一级子阵的主波束方向控制到  $\sin \theta = \lambda/4d$  的位置, 利用其在  $\sin \theta = -\lambda/4d$  位置的零点便可抑制掉总指向性在  $\sin \theta = -\lambda/4d$  位置的波束, 使得总的指向性中只剩下右边  $\sin \theta = \lambda/4d$  位置的波束。同理, 将第一级子阵的主波束方向控制到  $\sin \theta = -\lambda/4d$  的位置, 利用其在  $\sin \theta = \lambda/4d$  位置的零点可抑制掉总指向性在  $\sin \theta = \lambda/4d$  位置的波束从而得到左边  $\sin \theta = -\lambda/4d$  位置的波束。由式(1)可得第一级二元子阵相邻阵元间的相位补偿为:

$$\Delta\phi_1 = \frac{2\pi D_1 \sin \theta}{\lambda} = \frac{2\pi d}{\lambda} \frac{\lambda}{4d} = \frac{\pi}{2} \quad (10)$$

综上所述, 只要对第二级的两个阵元补偿相位  $\pi$ , 同时对第一级的两个阵元补偿相位  $\pi/2$ , 就可实现相控接收, 形成两个独立的波束, 其实现框图如图 3 所示, 图 3 中的  $y_k(n), k=1,2,3,4$  是经过正交解调和第三级子阵形成的复信号。

### 3. 基于希尔伯特变换的相控波束合成

由于系统中后续的复相关算法需要对接收信号进行正交解调, 得到复信号之后再行波束合成。为了解决传统的正交解调需要两个正交的本振信号, 当这两个本振信号不交时, 将产生虚假信号的问题; 同时为了避免传统数字化解调方法需要高采样率的 A/D 器, 及数字接收机以减少样本点数实现正交解调的代价导致复相关频率估计精度下降的问题, 本文给出一种基于希尔伯特变换的正交解调, 其原理框图如下。

由图 4 所示的正交解调得到了波束合成所需的基

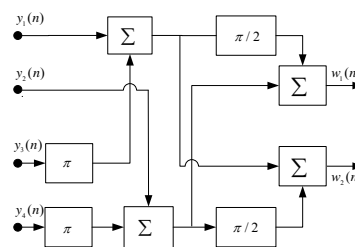


Figure 3. Beamformer implementation diagram  
图 3. 波束合成实现框图

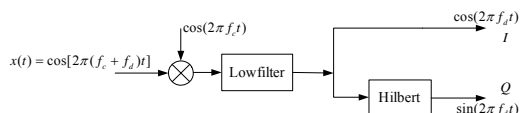


Figure 4. Quadrature demodulator schematic  
图 4. 正交解调原理图

带正交复信号, 希尔伯特变换的频域响应为:

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} -j, & 0 < \omega < \pi \\ j, & -\pi < \omega < 0 \end{cases} \quad (11)$$

在波束合成数字实现中, 移相  $\pi$  可等价于样本乘上  $-1$ ; 又因为复包络信号的频谱只有正频率, 所以图 3 中的  $\pi/2$  移相器用希尔伯特变换器实现, 并且结果再乘以  $-1$ 。下面给出基于希尔伯特变换的波束合成算法的推导。

设经过正交解调和第三级子阵得到的图 3 中  $y_k(n)$  为:

$$y_k(n) = y_{kI}(n) + j \cdot y_{kQ}(n), \quad k=1,2,3,4 \quad (12)$$

其中  $y_{kQ}(n) = H\{y_{kI}(n)\}$ ,  $H\{\dots\}$  代表希尔伯特变换。接收信号经过波束合成可得:

$$w_1(n) = -H\{y_1(n) - y_3(n)\} + [y_2(n) - y_4(n)] \quad (13)$$

$$w_2(n) = [y_1(n) - y_3(n)] - H\{y_2(n) - y_4(n)\} \quad (14)$$

将式(12)代入式(13)中, 并利用:  $\hat{x}(n) = H\{x(n)\}$ , 则  $x(n) = -H\{\hat{x}(n)\}$  的希尔伯特特性, 可得:

$$\begin{aligned} w_1(n) &= -H\{y_{1I}(n) + j \cdot H[y_{1I}(n)] - y_{3I}(n) - j \cdot H[y_{3I}(n)]\} \\ &\quad + [y_{2I}(n) + j \cdot y_{2Q}(n)] - [y_{4I}(n) + j \cdot y_{4Q}(n)] \\ &= -y_{1Q}(n) + j \cdot y_{1I}(n) + y_{3Q}(n) - j \cdot y_{3I}(n) \\ &\quad + y_{2I}(n) + j \cdot y_{2Q}(n) - y_{4I}(n) - j \cdot y_{4Q}(n) \\ &= [-y_{1Q}(n) + y_{2I}(n) + y_{3Q}(n) - y_{4I}(n)] \\ &\quad + j \cdot [y_{1I}(n) + y_{2Q}(n) - y_{3I}(n) - y_{4Q}(n)] \end{aligned} \quad (15)$$

同理可得:

$$w_2(n) = [y_{1I}(n) - y_{2Q}(n) - y_{3I}(n) + y_{4Q}(n)] + j \cdot [y_{1Q}(n) + y_{2I}(n) - y_{3Q}(n) - y_{4I}(n)] \quad (16)$$

从式(15)和式(16)可以看出, 上述的波束形成过程只需要复信号实部和虚部的线性组合, 大大降低了波束合成的复杂度。

综上可得, 本文提出的基于希尔伯特变换的基带数字波束合成算法主要步骤如下:

- 1) 利用图 4 所示的正交解调方法得到基带正交复信号;
- 2) 由式(15)和式(16)得到波束合成信号。

### 4. 波束合成仿真

以一维 12 元等间隔线阵为例, 阵元间距为  $\sqrt{2}\lambda/4$ , 入射信号为窄带 CW 脉冲信号, 长度为 10 ms, 入射角度分别为  $45^\circ$  和  $-45^\circ$ , 载频  $f_c = 300$  kHz, 频偏  $f_d = 5$  kHz, 水中声速  $c = 1500$  m/s, 采样频率  $f_s = 1.2$  MHz, 输入信噪比为 0 dB。

图 5(a)和(b)分别是入射角度为  $45^\circ$  和  $-45^\circ$  方向时,

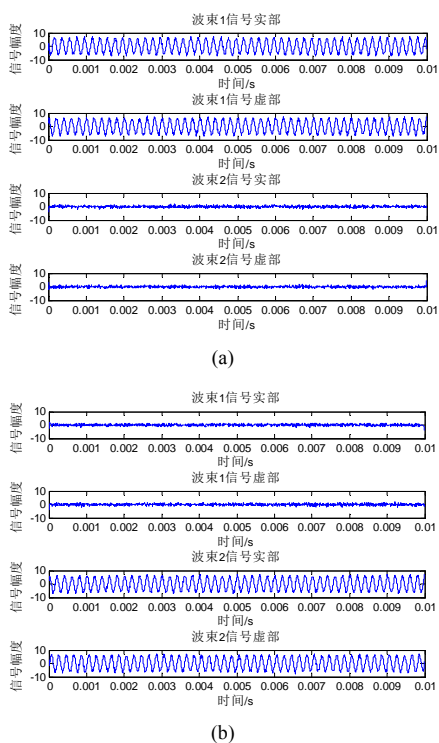


Figure 5. The real part and imaginary part of the signal after beamforming: (a) Incident angle of  $45^\circ$ ; (b) Incident angle of  $-45^\circ$   
图 5. 波束合成之后的信号实部和虚部: (a) 入射角为  $45^\circ$ ; (b) 入射角为  $-45^\circ$

所得到的本文波束合成器的输出信号  $w_1(n)$  和  $w_2(n)$  的实部和虚部。从图 5 可以看出, 可以很好地分辨出哪个方向来的信号。

计算机仿真得到的本方法的波束图如图 6 所示。从图 6 可以看出, 分别在角度为  $45^\circ$  和  $-45^\circ$  方向形成了主波束, 说明了本文提出的基于希尔伯特变换的波束合成算法的正确性和有效性。

### 5. 总结

本文提出了一种基于希尔伯特变换的基带数字波束合成算法。利用希尔伯特实现正交解调, 并利用其性质巧妙实现了正交基带信号的  $\pi/2$  相移, 大大降低了波束合成复杂度。仿真结果验证了本方法的正确性。

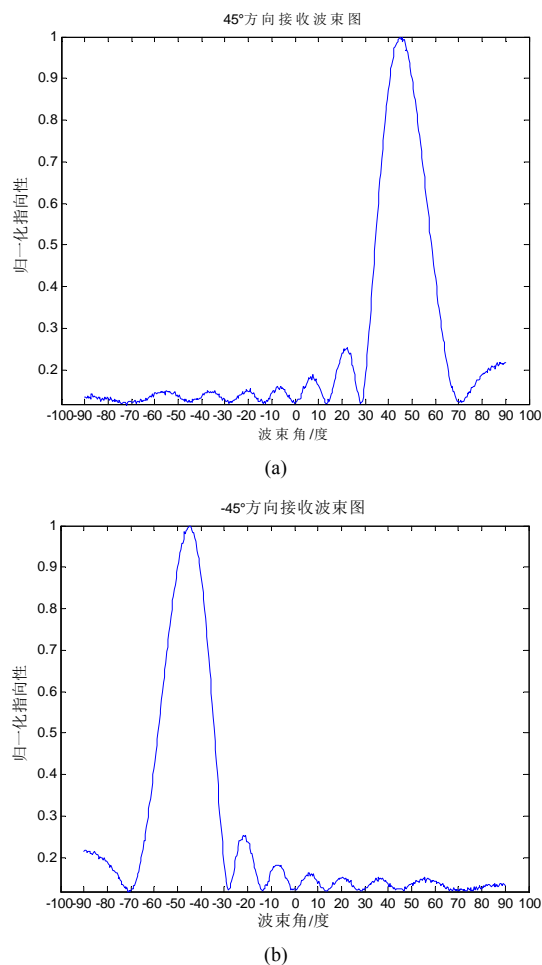


Figure 6. The diagram of the phase shift beamforming based on Hilbert transform: (a) Beam formed at  $45^\circ$ ; (b) Beam formed at  $-45^\circ$   
图 6. 基于希尔伯特变换的相移束控波束图: (a) 在  $45^\circ$  形成的波束; (b) 在  $-45^\circ$  形成的波束

## 6. 致谢

感谢赵老师和尚老师对本文章的指导。

## 参考文献 (References)

- [1] Jorgensen, K.V., Grose, B.L. and Crandall, F.A. (1994) Doppler precision underwater navigation. *Sea Technology*, **35**, 63-66.
- [2] Yu, X.L., Bradley, S. and Gordon, L. (1995) Broadband "phased-array" ADCP. *Sea Technology*, **36**, 50-53.
- [3] Simmons, R.L. and Wyant, Sr. C.M. (1987) Santee, phased array Doppler sonar transducer. United States Patent No.4641291.
- [4] 孙星亮, 孙钢锋 (2005) 一种基于复相关技术的频率估计方法. *电子科技*, **7**, 36-39.
- [5] 朱昊, 刘文耀 (2006) 复自相关技术在声学多普勒流速剖面仪中的应用及其定点 DSP 实现. *兵工学报*, **27**, 451-457.
- [6] 杨小牛, 楼才义, 徐建良 (2001) 软件无线电原理与应用. 电子工业出版社, 北京.
- [7] 罗星华, 苏涛 (2008) 基于多相滤波原理的数字正交采样技术. *现代电子技术*, **3**, 27-30.
- [8] 卢逢春, 张殿伦, 田坦 (2001) 相控阵多普勒计程仪的相控波束接收方案. *应用声学*, **21**, 6-9.