

PSD and BER Performance of an Improved MPPSK Modulation

Qin Zhong¹, Jiwu Wang², Shulin Zhang¹, Lenan Wu¹

¹School of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing

²Suzhou Eastern Wonder Information Technology Co., Ltd., Suzhou

Email: lzqtw@126.com

Received: May 6th, 2014; revised: May 13th, 2014; accepted: May 19th, 2014

Copyright © 2014 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

An improved M-ary phase position shift keying (MPPSK) modulation is introduced to enhance the demodulation abilities. The power spectra density (PSD) is derived, and its correctness is verified by comparing it with the practical PSD in simulation experiment. The influence of various parameters and the improved modulation itself on PSD is analyzed. Simulation results demonstrate that the Bit Error Rate (BER) performance of this improved MPPSK modulation is much superior to its original version while its PSD and spectrum efficiency keeps almost unchanged.

Keywords

Improved MPPSK Modulation, Power Spectra Density, Modulation Parameters, Demodulation

改进的MPPSK调制的功率谱和解调性能

仲 琴¹, 王继武², 张树林¹, 吴乐南¹

¹东南大学信息科学与工程学院, 南京

²苏州东奇信息科技股份有限公司, 苏州

Email: lzqtw@126.com

收稿日期: 2014年5月6日; 修回日期: 2014年5月13日; 录用日期: 2014年5月19日

摘 要

为改善多元位置相移键控(MPPSK)的解调性能, 提出一种改进的MPPSK调制方案并推导出其功率谱表达

式，与实际功率谱的对比验证了该理论表达式的正确。分析了不同调制参数与新调制方式对功率谱的影响。仿真结果表明改进MPPSK的调制信号与原MPPSK信号的功率谱和频谱利用率基本一致，但解调性能显著更优。

关键词

改进的MPPSK调制，功率谱，调制参数，解调

1. 引言

多元位置相移键控(M-ary phase position shift keying, MPPSK)调制[1]作为一种可提供极高频谱利用率的超窄带(Ultra Narrow Band, UNB)调制技术[2]，近年来备受关注[3]。但现有基于冲击滤波[4]的 MPPSK 解调器无论是直接幅度判决还是进一步利用波形特征非线性判决，都需先设置某一门限于区分 0 码元和非 0 码元，对不同非 0 码元再利用位置信息进行判别[5]，显然“合理设置这一门限”至关重要：如果当前码元为 0，它便直接决定着该码元的正确判决；如果当前码元非 0，则即便正确判断出其位置信息，但若门限设置不当，也会被误判为码元 0。另外，信道环境变化而导致的信号起伏或参数非平稳，又使得预设的固定门限难以最优，即使能自适应调整，也要较高的处理代价。

本文针对原 MPPSK 调制方式提出一种改进，使得解调时无需门限。下面首先仿真对比改进前后 MPPSK 调制信号的解调性能，并进一步推导出改进调制信号的功率谱表达式，深入讨论并分析改进调制方式和不同调制参数对功率谱的影响。

2. 改进的 MPPSK 调制

2.1. 原 MPPSK 调制表达式[6]-[8]

令 $g_k(t)$, $k = 0, 1, \dots, M-1$, 分别表示发送单个码元 $0, 1, \dots, M-1$ 时 $[0, T_s]$ 内 MPPSK 的调制输出波形，则 $g_k(t)$ 如下式所示：

$$g_0(t) = \sin 2\pi f_c t \quad 0 \leq t \leq NT \quad (1a)$$

$$g_k(t) = \begin{cases} \sin 2\pi f_c t & 0 \leq t < (k-1)(K+r_g)T, 1 \leq k \leq M-1 \\ \sin(2\pi f_c t + \theta) & (k-1)(K+r_g)T \leq t < [(k-1)(K+r_g)+K], 0 \leq \theta \leq \pi, 1 \leq k \leq M-1 \\ \sin 2\pi f_c t & [(k-1)(K+r_g)+K]T \leq t < NT, 1 \leq k \leq M-1 \end{cases} \quad (1b)$$

式中， $T_s = NT = N/f_c$ 为符号周期， T 为载波周期， f_c 为载波频率， N 为符号周期与载波周期的比值， K 为相位跳变所持续的载波周期数， $0 \leq \theta \leq \pi$ 为调制角度， $r_g > 0$ 为符号保护间隔控制因子。

2.2. 改进的 MPPSK 调制表达式

由(1)式可知，码元 0 的调制波形不存在“相位跳变”，因而其冲击滤波响应在整个码元周期内产生不了类似非 0 码元的幅度冲击[9]，对两者的判决基本依赖于这种幅度或延伸得到的其它类型的阈值差异，此即必须设置门限于解调式(1)中 MPPSK 调制信号的根本原因。

因此，我们不妨对(1)式进行微调：即在产生码元序列时直接舍弃码元 0，将原来的码元类型从 $(0, 1, 2, \dots, M-1)$ 调整为 $(1, 2, \dots, M)$ ，或可理解为将改进后的 0 码元置于改进前的 1 码元位置上，改进后的 1 码元置于改进前的 2 码元位置上，其它码元依此顺延类推：也即舍弃(1)式中码元 0 的调制表达式 1(a)，

仅保留非 0 码元的调制波形，并将非 0 码元调整为 $(1, 2, \dots, M)$ ，如(2)式所示：

$$g_k(t) = \begin{cases} \sin 2\pi f_c t & 0 \leq t < (k-1)(K+r_g)T, 1 \leq k \leq M \\ \sin(2\pi f_c t + \theta) & (k-1)(K+r_g)T \leq t < [(k-1)(K+r_g)+K]T, 0 \leq \theta \leq \pi, 1 \leq k \leq M \\ \sin 2\pi f_c t & [(k-1)(K+r_g)+K]T \leq t < NT, 1 \leq k \leq M \end{cases} \quad (2)$$

式中各参数与(1)式相同，且在下文推导中统一设定 $\theta = \pi$ 。

此时各码元的调制波形中都存在相位跳变信息，经冲击滤波后均会产生幅度冲击，故寻找出当前码元周期内积分最大值出现的位置信息即可解调，而不用再设置某一幅度判决门限。

3. 改进 MPPSK 调制信号的解调性能

相对于(1)式调制方法，不难分析(2)式对 MPPSK 调制的改进将带来以下益处：

1) 避免了易引起误码的幅度门限，仅此解调性能就应更佳，详细的性能对比将在下文给出。

2) 对原 MPPSK 调制信号解调的门限通常是取 0 和非 0 码元的冲击幅度最高处区域(或匹配后)的平均值或两者的比值，是否合理或最优尚缺乏严格的理论分析，特别是对于非平稳的信道环境。而解调改进的 MPPSK 调制信号则无需这一门限，也无需为确定和更新动态门限而浪费的训练码元。

为进一步定量分析改进 MPPSK 信号的解调性能，首先以 MPPSK 邻道干扰为例(注：应对邻道干扰的设置加以说明)，分别测试了现有 3 种基于冲击滤波后的解调方案对两种 MPPSK 调制信号的抗干扰性能，这 3 种解调方案如下：

(1) 陷波→包络检波→门限判决；

(2) 陷波→乘以相干载波→带通滤波→低通取包络(到此取匹配波形)→部分匹配→门限判决；

(3) 陷波→乘以相干载波→带通滤波(到此取匹配波形)→全部匹配→比较器。

结果如图 1 所示：从横向比较，3 种方案对改进 MPPSK 调制信号的解调性能均要好于原调制方式，同一误码率量级下的信噪比提升量都在 2dB 以上，方案 3 更是在误码率为 10^{-3} 量级时就已比原调制方式有了 7 dB 的显著改善；而均以最优方案为例，改进 MPPSK 调制在误码率为 10^{-3} 量级时较原调制方式性能提升了 5 dB。为保证结论的全面性，图 2 又给出了仅噪声污染时两种调制方式的性能对比，很显然仍以改进 MPPSK 调制信号更占优势，在误码率为 10^{-5} 量级时有超过 1 dB 的提升。

也可用星座图予以解释：原 MPPSK 调制方式码元 0 在圆心上，而其余 $M-1$ 个非 0 数据都在圆周上，因而需要两个误码隔离度，当信噪比较低时，意味着圆的半径缩小，0 码元和非 0 码元就容易误判；而改进后调制方式去掉了圆心即“0 数据”，就只需圆周上的一个隔离度即可，从圆周到圆心的隔离度就不再需要，即不会再出现 0 码元和非 0 码元之间的误判情况，所以无论是抗干扰或抑噪能力都会得以提升，解调器同时可得到简化。

但另一方面，(2)式去除了原码元 0 的纯正弦波调制波形，这可能会减小功率谱中的载波分量从而降低频谱利用率[10]；考虑到信源等概时码元 0 的出现概率只有 $1/M$ ，当 M 较大时对调制信号的功率谱不会有太大影响。从审慎的角度出发，下节将在参考文献[6]的基础上，严格推导(2)式 MPPSK 调制信号的功率谱表达式，并比较两种调制方式和不同调制参数对功率谱的影响。

4. 改进 MPPSK 调制信号的功率谱

4.1. 多进制数字基带信号的一般功率谱表达式

任意多进制数字基带信号的功率谱表达式[11]如(4)式所示。

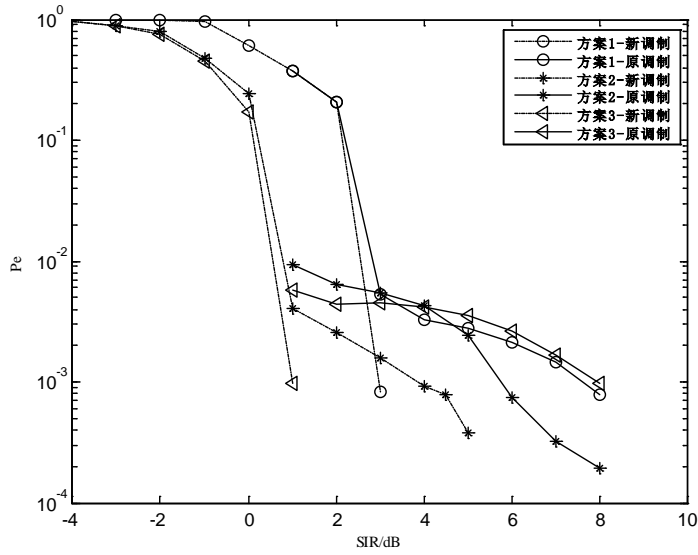


Figure 1. Demodulation performance of adjacent channel interference in two ways of MPPSK modulation
图 1. 邻道干扰下两种 MPPSK 调制方式的解调性能

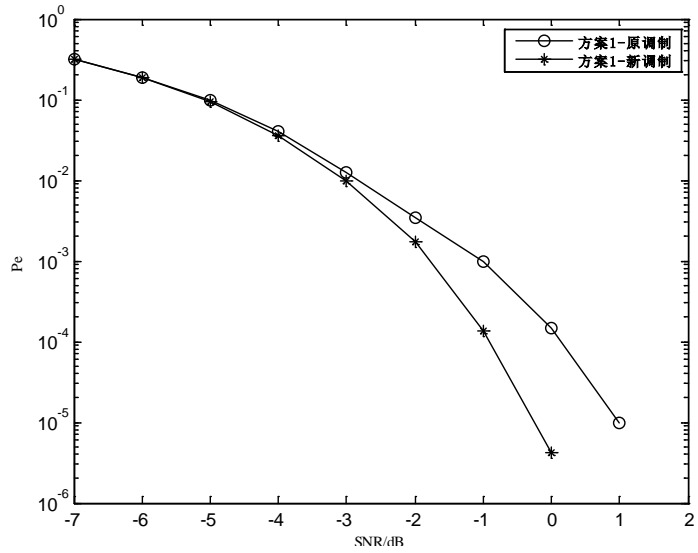


Figure 2. Demodulation performance of AWGN channel interference in two ways of MPPSK modulation
图 2. AWGN 信道两种 MPPSK 调制方式的解调性能

$$\begin{aligned}
 P_s(f) = P_v(f) + P_u(f) = & \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} \left| f_s \left[p_1 G_1(mf_s) + p_2 G_2(mf_s) + \dots + \left(1 - \sum_{i=1}^{M-1} p_i \right) G_M(mf_s) \right] \right|^2 \cdot \delta(f - mf_s) \\
 & + f_s \cdot \left[(1-p_1)p_1 |G_M(f) - G_1(f)|^2 + (1-p_2)p_2 |G_M(f) - G_2(f)|^2 + \dots \right. \\
 & \left. + (1-p_{M-1})p_{M-1} |G_M(f) - G_{M-1}(f)|^2 - \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^M p_i p_j |G_M(f) - G_i(f)| \cdot |G_M(f) - G_j(f)| \right]
 \end{aligned} \quad (4)$$

式中, $f_s = 1/T_s$ 为符号频率, $G_k(f), k = 1, 2, \dots, M$ 为 $g_k(t)$ 的傅里叶变换, p_k 为符号 k 出现的概率。由(4)式可见, $P_s(f)$ 由离散谱分量和连续谱分量组成, 即 $P_v(f)$ 和 $P_u(f)$ 。

(4)式在推导过程中并未对 $g_k(t)$ 的波形加以限制,故改进 MPPSK 调制信号的功率谱表达式也符合(4)式的形式[12] [13]。本文只需将 $G_i(f)$ 求出代入(4)式即可。

4.2. 改进 MPPSK 调制的功率谱表达式

本文假设各数据码元概率相同,即随机码元数据平衡[14],有 $p_1 = p_2 = \dots = p_M = 1/M$ 。

对 $g_k(t)$ 作傅里叶变换,得到 $G_k(f)$ 。

当 $k=1,2,\dots,M, f \neq \pm f_c$ 时,令 $\tau_1 = (k-1)(K+r_g)T$ 、 $\tau_2 = [(k-1)(K+r_g)+K]T$ 、 $\tau_3 = NT$, 其中 $T = 1/f_c$, 则

$$\begin{aligned} G_k(f) &= \int_0^{\tau_1} \sin(2\pi f_c t) e^{-j2\pi f t} dt + \int_{\tau_1}^{\tau_2} \sin(2\pi f_c t + \pi) e^{-j2\pi f t} dt + \int_{\tau_2}^{\tau_3} \sin(2\pi f_c t) e^{-j2\pi f t} dt \\ &= \int_0^{\tau_1} \frac{e^{j2\pi f_c t} - e^{-j2\pi f_c t}}{2j} e^{-j2\pi f t} dt + \int_{\tau_1}^{\tau_2} \left[-\frac{e^{j2\pi f_c t} - e^{-j2\pi f_c t}}{2j} \right] e^{-j2\pi f t} dt + \int_{\tau_2}^{\tau_3} \frac{e^{j2\pi f_c t} - e^{-j2\pi f_c t}}{2j} e^{-j2\pi f t} dt \\ &= \int_0^{\tau_3} \frac{e^{j2\pi f_c t} - e^{-j2\pi f_c t}}{2j} e^{-j2\pi f t} dt - 2 \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{e^{j2\pi f_c t} - e^{-j2\pi f_c t}}{2j} e^{-j2\pi f t} dt \\ &= \frac{f_c}{2\pi(f_c^2 - f^2)} \left[1 - 2e^{-j2\pi f \tau_1} + 2e^{-j2\pi f \tau_2} - e^{-j2\pi f \tau_3} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

故,

$$G_k(f) = \frac{f_c}{2\pi(f_c^2 - f^2)} \left[1 - 2e^{-j2\pi f \frac{(k-1)(K+r_g)}{f_c}} + 2e^{-j2\pi f \frac{[(k-1)(K+r_g)+K]}{f_c}} - e^{-j2\pi f \frac{N}{f_c}} \right], \text{ 当 } r_g \neq 0; \quad (6a)$$

$$G_k(f) = \frac{f_c}{2\pi(f_c^2 - f^2)} \left[1 - 2e^{-j2\pi f \frac{(k-1)K}{f_c}} + 2e^{-j2\pi f \frac{k \cdot K}{f_c}} - e^{-j2\pi f \frac{N}{f_c}} \right], \text{ 当 } r_g = 0 \quad (6b)$$

当 $f = \pm f_c$ 时,

$$G_k(f_c) = \lim_{f \rightarrow f_c} G_k(f) = \frac{1}{j2} \frac{N-2K}{f_c} \quad (7)$$

将 $G_k(f)$ 代入离散谱表达式,令 $f = mf_s$, 则 $f \neq \pm f_c$, 也即 $m \neq \pm N$,

$$\begin{aligned} P_v(f) &= \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq \pm N}}^{m=+\infty} \left| f_s \left[p_1 G_1(mf_s) + p_2 G_2(mf_s) + \dots + \left(1 - \sum_{i=1}^{M-1} p_i \right) G_M(mf_s) \right] \right|^2 \cdot \delta(f - mf_s) \\ &= \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq \pm N}}^{m=+\infty} \frac{1}{4\pi^2 M^2 \left(N - \frac{m^2}{N} \right)^2} \left| \sum_{k=1}^M \left[-2e^{-j2\pi m \frac{(k-1)(K+r_g)}{N}} + 2e^{-j2\pi m \frac{[(k-1)(K+r_g)+K]}{N}} \right] \right|^2 \cdot \delta(f - mf_s) \\ &= \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq \pm N}}^{m=+\infty} \frac{1}{4\pi^2 M^2 \left(N - \frac{m^2}{N} \right)^2} \left| 2 \left(e^{-j2\pi m \frac{K}{N}} - 1 \right) \right|^2 \left| \sum_{k=1}^M e^{-j2\pi m \frac{(k-1)(K+r_g)}{N}} \right|^2 \cdot \delta(f - mf_s) \quad , \text{ 当 } r_g \neq 0; \quad (8a) \\ &= \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq \pm N}}^{m=+\infty} \frac{4}{\pi^2 M^2 \left(N - \frac{m^2}{N} \right)^2} \cdot \sin^2 \left(\pi m \frac{K}{N} \right) \cdot \left| \sum_{k=1}^M e^{-j2\pi m \frac{(k-1)(K+r_g)}{N}} \right|^2 \cdot \delta(f - mf_s) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_v(f) &= \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq \pm N}}^{m=+\infty} \left| f_s \left[p_1 G_1(mf_s) + p_2 G_2(mf_s) + \cdots + \left(1 - \sum_{i=1}^{M-1} p_i \right) G_M(mf_s) \right] \right|^2 \cdot \delta(f - mf_s) \\
&= \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq \pm N}}^{m=+\infty} \frac{1}{4\pi^2 M^2 \left(N - \frac{m^2}{N} \right)^2} \left| \sum_{k=1}^M \left[-2e^{-j2\pi m \frac{(k-1)K}{N}} + 2e^{-j2\pi m \frac{kK}{N}} \right] \right|^2 \cdot \delta(f - mf_s) \\
&= \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq \pm N}}^{m=+\infty} \frac{1}{4\pi^2 M^2 \left(N - \frac{m^2}{N} \right)^2} \left| -2 + 2e^{-j2\pi m \frac{MK}{N}} \right|^2 \cdot \delta(f - mf_s), \quad \text{当 } r_g = 0 \quad (9) \\
&= \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq \pm N}}^{m=+\infty} \frac{4}{\pi^2 M^2 \left(N - \frac{m^2}{N} \right)^2} \cdot \sin^2 \left(\pi m \frac{MK}{N} \right) \cdot \delta(f - mf_s)
\end{aligned}$$

当 $f = \pm f_c$, 即 $m = \pm N$ 时,

$$P_v(f) = \left| f_s \left[p_1 G_1(Nf_s) + p_2 G_2(Nf_s) + \cdots + \left(1 - \sum_{i=1}^{M-1} p_i \right) G_M(Nf_s) \right] \right|^2 \cdot \delta(f \pm Nf_s) = \frac{(N-2K)^2}{4N^2} \cdot \delta(f \pm Nf_s) \quad (10)$$

综上, 可得到离散谱表达式, 即:

$$p_v(f) = \begin{cases} \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq \pm N}}^{m=+\infty} \frac{4}{\pi^2 M^2 \left(N - \frac{m^2}{N} \right)^2} \cdot \sin^2 \left(\pi m \frac{K}{N} \right) \cdot \left| \sum_{k=1}^M e^{-j2\pi m \frac{(k-1)(K+r_g)}{N}} \right|^2 \cdot \delta(f - mf_s), & f \neq \pm f_c \\ \frac{(N-2K)^2}{4N^2} \cdot \delta(f \pm Nf_s), & f = \pm f_c \end{cases}, \quad \text{当 } r_g \neq 0; \quad (11a)$$

$$p_v(f) = \begin{cases} \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq \pm N}}^{m=+\infty} \frac{4}{\pi^2 M^2 \left(N - \frac{m^2}{N} \right)^2} \cdot \sin^2 \left(\pi m \frac{MK}{N} \right) \cdot \delta(f - mf_s), & f \neq \pm f_c \\ \frac{(N-2K)^2}{4N^2} \cdot \delta(f \pm Nf_s), & f = \pm f_c \end{cases}, \quad \text{当 } r_g = 0 \quad (11b)$$

将 $G_k(f)$ 代入连续谱表达式, 首先将 $|G_M(f) - G_k(f)|^2$ 写出, 有

$$\begin{aligned}
|G_M(f) - G_k(f)|^2 &= \frac{16f_c^2}{\pi^2 (f^2 - f_c^2)^2} \cdot \sin^2 \frac{\pi f K}{f_c} \cdot \sin^2 \frac{\pi f (M-k)(K+r_g)}{f_c} \\
&= \frac{16f_c^2}{\pi^2 (f^2 - f_c^2)^2} \cdot \sin^2(\pi f \tau) \cdot \sin^2(\pi f (M-k)\tau_g) \quad \text{当 } r_g \neq 0 \quad (12a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|G_M(f) - G_k(f)|^2 &= \frac{16f_c^2}{\pi^2 (f^2 - f_c^2)^2} \cdot \sin^2 \frac{\pi f K}{f_c} \cdot \sin^2 \frac{\pi f (M-k)K}{f_c} \\
&= \frac{16f_c^2}{\pi^2 (f^2 - f_c^2)^2} \cdot \sin^2(\pi f \tau) \cdot \sin^2(\pi f (M-k)\tau) \quad \text{当 } r_g = 0 \quad (12b)
\end{aligned}$$

式中, $\tau = K/f_c$ 表示无保护间隔时相位跳变时长, $\tau_g = (K+r_g)/f_c$ 表示有保护间隔时相位跳变时长, 在

下面连续谱推导中均如上表示。

然后写出 $|G_M(f) - G_i(f)| \cdot |G_M(f) - G_j(f)|$ ，则有

$$\begin{aligned} & |G_M(f) - G_i(f)| |G_M(f) - G_j(f)| \\ &= \frac{16f_c^2}{\pi^2(f^2 - f_c^2)^2} \sin^2(\pi f \tau) \cdot \left| \sin(\pi f(M-i)\tau_g) \right| \left| \sin(\pi f(M-j)\tau_g) \right|, \quad \text{当 } r_g \neq 0 \end{aligned} \quad (13a)$$

$$\begin{aligned} & |G_M(f) - G_i(f)| |G_M(f) - G_j(f)| \\ &= \frac{16f_c^2}{\pi^2(f^2 - f_c^2)^2} \sin^2(\pi f \tau) \cdot \left| \sin(\pi f(M-i)\tau) \right| \left| \sin(\pi f(M-j)\tau) \right|, \quad \text{当 } r_g = 0 \end{aligned} \quad (13b)$$

将式(11)和式(12)代入连续谱表达式 $P_u(f)$ ，则有

$$\begin{aligned} P_u(f) &= \frac{16f_c^2}{\pi^2(f^2 - f_c^2)^2 M^2 T_s} \sin^2(\pi f \tau) \cdot \left[(M-1) \left(\sum_{i=1}^M \sin^2(\pi f(M-i)\tau_g) \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(\sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^M \left| \sin(\pi f(M-i)\tau_g) \right| \left| \sin(\pi f(M-j)\tau_g) \right| \right) \right] \end{aligned} \quad , \quad \text{当 } r_g \neq 0 \quad (14a)$$

$$\begin{aligned} P_u(f) &= \frac{16f_c^2}{\pi^2(f^2 - f_c^2)^2 M^2 T_s} \sin^2(\pi f \tau) \cdot \left[(M-1) \left(\sum_{i=1}^M \sin^2(\pi f(M-i)\tau) \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(\sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^M \left| \sin(\pi f(M-i)\tau) \right| \left| \sin(\pi f(M-j)\tau) \right| \right) \right] \end{aligned} \quad , \quad \text{当 } r_g = 0 \quad (14b)$$

(14b)式可以改写成另一种更为常见的功率谱表达式，有

$$\begin{aligned} P_u(f) &= \left[\frac{8f_c^2 \tau^2}{(f - f_c)^2 M^2 T_s} S \alpha^2 \pi (f + f_c) \tau + \frac{8f_c^2 \tau^2}{(f + f_c)^2 M^2 T_s} S \alpha^2 \pi (f - f_c) \tau \right] \\ &\quad \cdot \left[(M-1) \left(\sum_{i=1}^M \sin^2(\pi f(M-i)\tau_g) \right) - \left(\sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^M \left| \sin(\pi f(M-i)\tau_g) \right| \left| \sin(\pi f(M-j)\tau_g) \right| \right) \right] \end{aligned} \quad (14c)$$

至此，已完全推导出 MPPSK 的功率谱表达式，即

$$P_s(f) = P_v(f) + P_u(f) \quad (15)$$

5. 功率谱仿真与分析

5.1. 理论功率谱表达式的验证

冲激函数 $\delta(f)$ 的值在理论上为无穷大，为便于 MATLAB 仿真，我们定义了如式(22)所示的窄脉冲进行冲激函数的近似。

$$h(f) = \begin{cases} A, & f \in (f - \Delta f, f + \Delta f) \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (16)$$

且 $2\Delta f \times A = 1$ ，即 $A = 1/(2\Delta f)$ 。显然，当 $\Delta f \rightarrow 0$ 时， $h(f)$ 的极限满足 $\delta(f)$ 的定义， $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(f) df = 1$ 并且 $\delta(f) = 0 (f \neq 0)$ ，因此可用 $h(f)$ 近似 $\delta(f)$ 。当取 $\Delta f = 5 \times 10^{-3}$ 时， $A = 10^2$ ，可以用此幅度近似冲

激函数。当然，随着 Δf 取值的进一步减小，幅度近似将会更加逼近理想情形(幅度值无穷大)。

仿真参数具体设置为： $f_c = 20.46 \text{ MHz}$ ， $f_s = 10f_c$ ， $\theta = \pi$ ， $K = 4$ ， $M = 128$ ， $N = 512$ 。为确保精度，本文用 1 万个随机码元来进行实际功率谱的仿真，并采用基于 Hamming 窗的 Welch 谱估计法。理论计算的改进 MPPSK 信号功率谱与 Welch 谱估计结果如图 3 所示。

可见改进 MPPSK 调制的理论功率谱和实际功率谱虽然幅值有差别，但包络形状完全相同，这是由于在计算理论功率谱时对冲击函数进行了近似，且功率谱还受到样本数、FFT 点数及加窗效应的影响，这在下面的仿真图中也有体现。因而可判定理论功率谱表达式的正确性。

5.2. 不同调制参数对功率谱的影响

由于式(2)MPPSK 调制信号仅是在式(1)基础上缺省了码元 0 调制波形并因此顺延增加了第 M 个位置上的相位跳变，除此外均与后者“如出一辙”，因而文献[6]曾深入探讨的 N 、 K 、 M 和 θ 对 MPPSK 调制信号功率谱影响的分析结论仍适用于改进 MPPSK 调制信号。

实际的 MPPSK 通信系统为降低码间干扰对解调性能的不利影响，一般取 $r_g > 0$ 以在码元间留有保护间隔，而文献[6]只讨论了 $r_g = 0$ 的功率谱。另外，为获取更好的功率谱及更高的频谱利用率，在选取调制参数 N 、 K 、 M 时应有所讲究，文献[6]指出：(1)式 MPPSK 调制信号在满足“ $(M-1)K = N$ ”时其功率谱中不存在任何谐波分量，频谱效率可望进一步提高，而改进 MPPSK 调制信号因没有 0 码元故其满足条件也会相应变动。

我们首先定义满足下式要求的调制为“满位置调制”[15]，反之则为“非满位置调制”：

$$M(K + r_g) = N \quad (17)$$

(1) 满位置调制

当 $r_g = 0$ 时，式(17)即为 $MK = N$ ，而由式(11a)可见，MPPSK 功率谱中每一个谐波分量中均含有 $\sin^2\left(\pi m \frac{MK}{N}\right)$ ，很显然此时所有谐波分量都为零。正如图 3 所示，其 MPPSK 信号($K = 4$ ， $M = 128$ ， $N = 512$)无论理论功率谱或是实际功率谱确实没有任何离散线谱，这也从侧面验证了理论功率谱的正确性。

当 $r_g \neq 0$ 时，将式(17)代入式(11a)即 $r_g \neq 0$ 时的离散谱，得：

$$p_v(f) = \begin{cases} \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq \pm N}}^{m=+\infty} \frac{4}{\pi^2 M^2 \left(N - \frac{m^2}{N}\right)^2} \cdot \sin^2\left(\pi m \frac{K}{N}\right) \cdot \left| \sum_{k=1}^M e^{-j2\pi m \frac{(k-1)}{M}} \right|^2 \cdot \delta(f - mf_s), & f \neq \pm f_c \\ \frac{(N-2K)^2}{4N^2} \cdot \delta(f \pm Nf_s), & f = \pm f_c \end{cases} \quad (18)$$

可见在满位置调制时 $r_g \neq 0$ 时仍会产生谐波分量。令调制参数为： $r_g = 2$ ， $K = 2$ ， $M = 4$ ， $N = 16$ ，由图 2 所示的功率谱图不难看出确实仍存在高次谐波。

(2) 非满位置调制

由公式(11)易知：无论 r_g 是否为 0，改进 MPPSK 调制信号的功率谱中都将含有离散线谱；更进一步， $r_g \neq 0$ 时会产生两种离散线谱，第一种是由于有保护间隔，后者则是未填满导致的。与图 4(a)中的调制参数略有差异，图 4(b)展示了“ $r_g = 2$ ， $K = 2$ ， $M = 4$ ， $N = 20$ ，非满位置调制”时的 MPPSK 信号功率谱，对比分析可见，图 4(b)由于未填满而相对图 4(a)确实多出了不少谐波分量，进一步验证了理论分析。

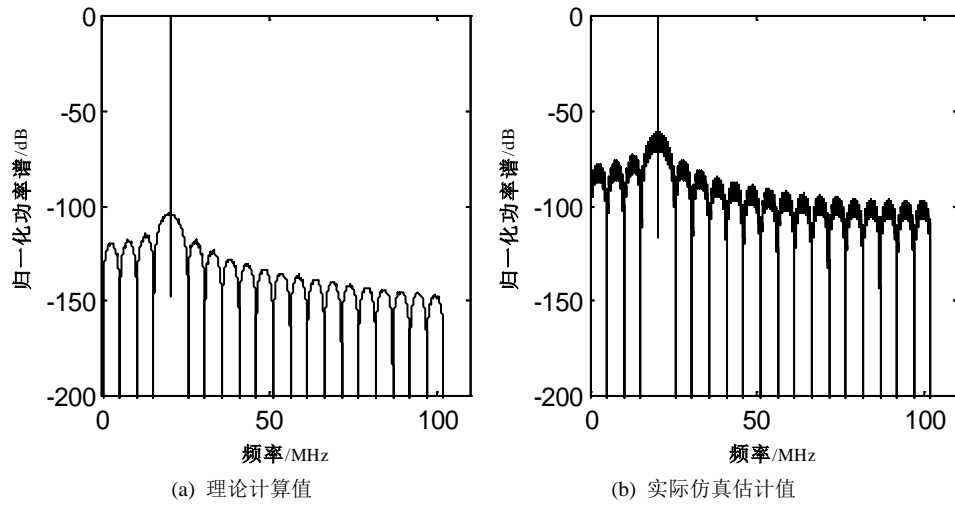


Figure 3. Power spectrum of Improved MPPSK modulation signal
图 3. 改进的 MPPSK 调制信号的功率谱

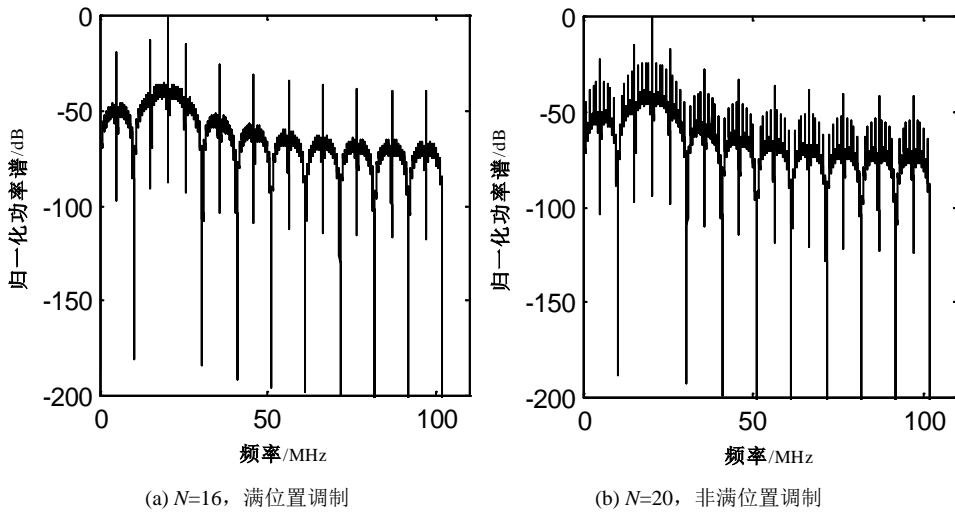


Figure 4. 4PSD of Improved MPPSK modulation signal when $r_g = 2, K = 2, M = 4, N = 20$
图 4. $r_g = 2, K = 2, M = 4, N = 20$ 时改进 MPPSK 调制信号的功率谱

5.3. 两种调制方式对功率谱的影响

文献[6]曾给出原 MPPSK 调制方式在 $r_g = 0$ 时的功率谱表达式, 其离散谱表达式可改写为如下:

$$p_v(f) = \begin{cases} \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq \pm N}}^{m=+\infty} \frac{4}{\pi^2 M^2 \left(N - \frac{m^2}{N}\right)^2} \times \sin^2\left(\pi m \frac{(M-1)K}{N}\right) \times \delta(f - mf_s), & f \neq \pm f_c \\ \frac{\left(N - 2K \frac{(M-1)}{M}\right)^2}{4N^2} \times \delta(f \pm Nf_s), & f = \pm f_c \end{cases} \quad (19a)$$

其连续谱表达式改写为:

$$\begin{aligned}
P_u(f) = & \frac{16f_c^2}{\pi^2(f^2 - f_c^2)^2 M^2 T_s} \sin^2(\pi f \tau) \times \left[(M-1) \left(\sum_{i=1}^M \sin^2(\pi f (M-i)\tau) \right) \right. \\
& - \left. \left(\sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^M \left| \sin(\pi f (M-i)\tau) \right| \left| \sin(\pi f (M-j)\tau) \right| \right) \right. \\
& - (M-1) \left(1/4 - \sin^2(\pi f (M-1)\tau) \right) \\
& \left. + \sum_{j=2}^M \left(1/2 - \left| \sin \pi f (M-1)\tau \right| \right) \times \left| \sin \pi f (M-j)\tau \right| \right] \quad (19b)
\end{aligned}$$

仔细对比(19a)与式(11b), 两者无论是在 $f \neq \pm f_c$ 或 $f = \pm f_c$ 时, 其表达式基本相同, 不同只在于(11b)式将(19a)中“(M-1)”替换为“(M)”；不难知道, 当M较大(例如 $M \geq 50$)时, 两者的谐波分量差异极小。

为对比两种调制 MPPSK 调制信号连续功率谱的差异, 我们将式(19b)减去式(14b)可得:

$$\begin{aligned}
& (14b) - (19b) \\
& = \frac{16f_c^2}{\pi^2(f^2 - f_c^2)^2 M^2 T_s} \sin^2(\pi f \tau) \\
& \quad \times \left[-(M-1) \left(1/4 - \sin^2(\pi f (M-1)\tau) \right) + \sum_{j=2}^M \left(1/2 - \left| \sin \pi f (M-1)\tau \right| \right) \times \left| \sin \pi f (M-j)\tau \right| \right] \quad (20) \\
& < \frac{16f_c^2}{\pi^2(f^2 - f_c^2)^2 M^2 T_s} \sin^2(\pi f \tau) \times \left[-(M-1) \left(1/4 - 1 \right) + \sum_{j=2}^M 1/2 \right] \\
& = \frac{16f_c^2}{\pi^2(f^2 - f_c^2)^2 T_s} \sin^2(\pi f \tau) \times \frac{5(M-1)}{4M^2}
\end{aligned}$$

MPPSK 通常对载波直接调制, 载频 f_c 取值较高(例如本文的 20.46MHz), 而式(20)在M值较大时则更小, 此时改进前后的 MPPSK 调制信号的连续功率谱仍近似相等。

总之, 在M取值较大(例如 $M \geq 50$)时, 改进前后 MPPSK 调制信号的功率谱差别较小; 考虑到为获取更高的频谱利用率, 实际应用的 MPPSK 通信系统一般至少取 $M \geq 64$, 因而式(2)对 MPPSK 调制方式的改进几乎不影响原 MPPSK 通信系统的功率谱。

下面通过仿真进行更直观验证分析。固定 $r_g = 0$, $K = 2$, $f_c = 20.46 \text{ MHz}$, $f_s = 10 \times f_c$, 并都为满位置调制, 图5和图6分别给出了 $M = 128$ 与 $M = 256$ 时改进前后 MPPSK 信号的对比功率谱图, 表1则给出了两者的带宽指标与频谱利用率, 可见无论是从直观的图形对比或是定量的指标计算, 两者的差异基本可忽略不计。

6. 结论

本文改进的 MPPSK 调制信号由于在同星座点数时扩大了星座点间距, 因而无论是抗邻道干扰性能或是抑制噪声能力都明显改善, 而且无需判决门限, 简化了解调器结构, 扩大了应用场景。而对于改进 MPPSK 信号的功率谱, 我们发现:

- (1) 在码元保护间隔 $r_g = 0$ 并满足 $KM = N$ 时, 离散线谱完全消失; 当 $r_g \neq 0$ 时, 即使 N 、 K 、 M 和 r_g 满足 $(K+r_g)M = N$, 也会有离散线谱;
- (2) 对于非满位置调制, 即便 $r_g = 0$ 也仍存在谐波分量, 若又有 $r_g \neq 0$, 则又将产生因由保护间隔引

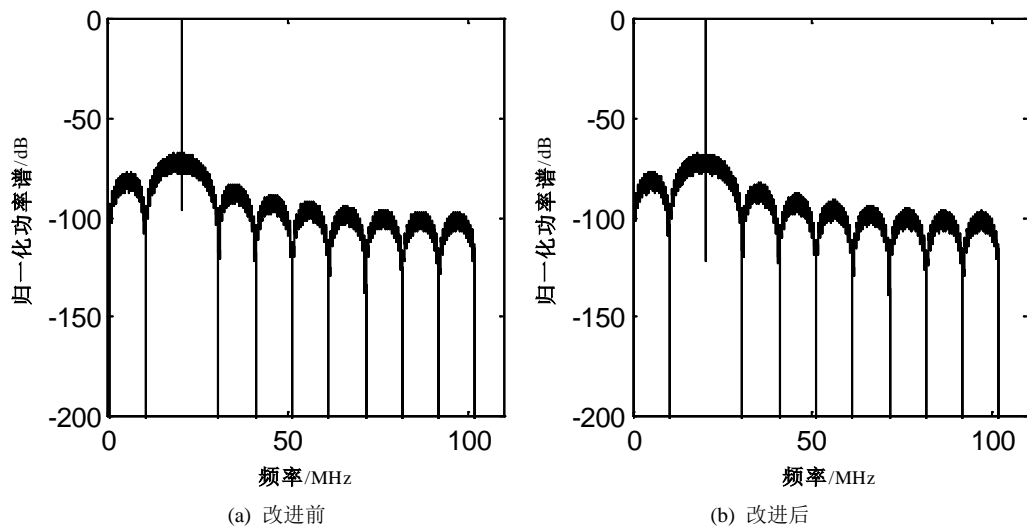


Figure 5. The actual PSD of Improved MPPSK full location modulation signal when $r_g = 0, K = 2, M = 128$

图 5. $r_g = 0, K = 2, M = 128$, 满位置调制 MPPSK 信号的实际功率谱

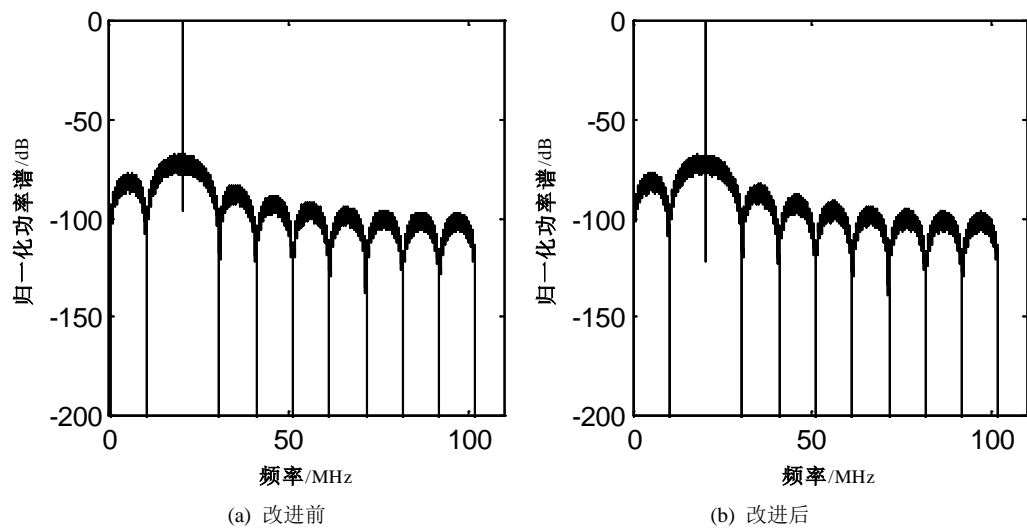


Figure 6. The actual PSD of Improved MPPSK full location modulation signal when $r_g = 0, K = 2, M = 256$

图 6. $r_g = 0, K = 2, M = 256$, 满位置调制 MPPSK 信号的实际功率谱

Table 1. The bandwidth and spectrum utilization of with and without improvement of MPPSK modulation signal

表 1. 改进前后 MPPSK 调制信号的带宽指标与频谱利用率

调制方式	99% 功率带宽	频谱利用率	99.99% 功率带宽	频谱利用率	-60 dB 带外衰减带宽	频谱利用率
$M = 128$ 改进前	153 Hz	271.3	188 Hz	220.8	204 Hz	203.5
$M = 128$ 改进后	154 Hz	269.6	190 Hz	218.5	200 Hz	207.6
$M = 256$ 改进前	21 Hz	2259.2	43 Hz	1103.3	54 Hz	878.6
$M = 256$ 改进后	22 Hz	2156.5	47 Hz	1009.4	60 Hz	790.7

起的多余线谱;

当 $M \geq 50$ 时, 改进后 MPPSK 调制信号对功率谱及频谱利用率的影响几乎可忽略。

参考文献 (References)

- [1] 吴乐南, 戚晨皓 (2010) 多元位置相移键控调制和解调方法. 中国专利: ZL200710025202.1.
- [2] Walker, H.R. (2012) Ultra narrow band modulation textbook. <http://www.vmsk.org/>
- [3] Wu, L.N., Feng, M., Qi, C.H. and He, F. (2011) Recent Patents on Ultra Narrow Band Modulations. *Recent Patents on Signal Processing*, **1**, 36-47.
- [4] Feng, M., Wu, L.N. (2009) Special non-linear filter and extension to Shannon's channel capacity. *Digital Signal Processing*, **19**, 861-873.
- [5] 应鹏魁, 吴乐南 (2011) 一种新的 MPPSK 调制解调器实现结构. *东南大学学报(自然科版)*, **2**, 204-208.
- [6] 张晶晶 (2014) 高效调制解调器的分析与实现. 硕士学位论文, 东南大学信息科学与工程学院, 南京.
- [7] Qi, C.-H. and Wu, L.-N. (2009) PLL demodulation technique for M-ray position phase shift keying. *Journal of Electronics (China)*, **26**, 289-295.
- [8] Peng, M., Qi, C.-H. and Wu, L.-N. (2008) Analysis and Optimization of Power Spectrum on EBPSK Modulation in Throughput-Efficient Wireless System. *Journal of Southeast University (English Edition)*, **24**, 143-148.
- [9] 吴乐南, 靳一, 冯熲, 等 (2012) 多元位置随机极性 MCP-EBPSK 调制和解调方法. 中国专利: CN102546501A.
- [10] 吴乐南 (2007) 超窄带高速通信进展. *自然科学进展*, **11**, 1467-1473.
- [11] 宋军, 曹蕾, 钱建生, 等 (2003) 多进制数字基带信号的频谱分析. *通信技术*, **6**, 44-45.
- [12] 樊昌信, 詹道庸, 等 (1999) 通信原理(第四版). 国防工业出版社, 北京, 112-128.
- [13] 冯熲, 吴乐南 (2008) 统一的 BPSK 信号功率谱分析. *电气电子教学学报*, **6**, 35-37.
- [14] Simon, M.K. (2006) 北京跟踪与通信技术研究所组织, 译. 高带宽效率数字调制及其在深空通信中的应用. 清华大学出版社, 北京, 19.
- [15] 苗圃, 吴乐南, 靳一 (2013) 多元位置相移键控调制功率谱的优化. *电子与信息学报*, **7**, 1687-1693.