

Rising Behavior of Single Bubbles in Non-Newtonian Fluid

Xiaofei Xu¹, Ju Zhang^{1,2}, Fengxia Liu¹, Wei Wei¹, Zhijun Liu^{1*}

¹R&D Institute of Fluid and Powder Engineering, Dalian University of Technology, Dalian Liaoning

²China Nuclear Power Engineering Co., Ltd, Beijing

Email: *liuzj@dlut.edu.cn

Received: Mar. 10th, 2017; accepted: Mar. 24th, 2017; published: Mar. 30th, 2017

Abstract

The high speed photography and digital image processing technique have been employed to measure the rising behavior of the single bubble in carboxymethyl cellulose (CMC) solution to obtain the trajectory and the rising velocity of the bubble. Meanwhile, based on the volume of fluid (VOF) model, numerical simulation has been conducted to study the rising process of the single bubble in CMC solution, and the influence of the rising bubble on the velocity field of the surrounding liquid phase has been investigated. According to the experimental results, the rheological property has great influence on the rising behavior of single bubble in CMC solution. It is shown that the rising velocity of the bubble in the CMC solutions with different weight percentage has different variation patterns. The value of the steady rising velocity decreases with the increase of the weight percentage of the CMC solution. The strength of the oscillation grows weaker with the increase of the weight percentage of CMC solution and eventually tends to ascend along a straight line. The simulation results well predict the bubble's rising process in CMC solution with different weight percentage. Furthermore, the simulated results show that the bubble generates alternate vortex in CMC solution with lower weight percentage as bubble swings up, while in the CMC solution with higher weight percentage, the flow field of liquid phase distributes symmetrically. The influence domain of the rising bubble on the wake field decreases with the increase of the weight percentage of the CMC solution.

Keywords

Non-Newtonian Fluid, Single Bubble, Bubble Behavior, VOF Model

非牛顿流体中单气泡运动行为研究

许晓飞¹, 张 菊^{1,2}, 刘凤霞¹, 魏 炜¹, 刘志军^{1*}

¹大连理工大学流体与粉体工程研究设计所, 辽宁 大连

²中国核电工程有限公司, 北京

Email: *liuzj@dlut.edu.cn

收稿日期: 2017年3月10日; 录用日期: 2017年3月24日; 发布日期: 2017年3月30日

摘要

利用高速摄像机及数字图像处理技术对单气泡在不同质量分数的羧甲基纤维素钠(CMC)水溶液中的运动行为进行实验测试, 得到气泡运动轨迹及上升速度。同时, 采用VOF (volume of fluid)模型, 模拟计算单气泡在不同质量分数CMC水溶液中的上升过程, 考察上升气泡对周围液相场的影响规律。实验结果表明, 流变特性对单气泡在CMC水溶液中的运动行为有较大影响。气泡在不同质量分数CMC水溶液中的上升速度沿水深变化规律不同。上升速度的稳定值随CMC水溶液的质量分数增加而减小。摆动运动的强度随CMC水溶液质量分数的增加而减弱, 最终气泡趋于直线上升。模拟结果较好再现了单气泡在不同质量分数CMC水溶液中的上升过程。同时还发现, 在低质量分数的CMC水溶液中, 气泡摆动上升会在尾迹区形成交替漩涡; 而在高质量分数的溶液中, 尾迹区的液相流场基本按照对称分布。气泡对尾部液相流场的影响范围随着CMC水溶液质量分数的增加而减小。

关键词

非牛顿流体, 单气泡, 气泡行为, VOF模型

Copyright © 2017 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

曝气是好氧污水生化处理系统及湖泊水库封闭水体水质改善的重要工艺环节[1] [2] [3] [4]。常用的曝气方法包括鼓风机曝气和机械曝气两种。鼓风机曝气过程会形成气泡群, 上升过程卷吸周围水体从而形成气泡羽流。一方面气泡群在上升过程中会与水体发生氧传质为微生物代谢提供所需的溶解氧; 另一方面又起到混合和搅拌作用, 促进水体中底物、微生物和溶解氧的充分混合, 实现污染物的降解[5] [6] [7]。曝气充氧效率的高低及混合能力的强弱直接影响到处理效率、设备能耗及运行的稳定性。因此, 若要提高曝气过程中气液两相间的氧传递效率以及强化水体的混合, 关键是要首先掌握气泡在上升过程中的运动轨迹、上升速度的变化规律以及气泡运动行为对周围环境流体的影响规律。但是, 考虑到目前实验测试手段及模拟技术的局限性, 无法有效定量研究气泡群的运动规律。因此, 学者们更多关注单、多气泡在水体中的生成过程、尺寸大小、上升运动轨迹及运动速度等的变化规律。

在绝大多数情况下, 曝气设备生成的气泡都是毫米级, 而毫米级的气泡在上升过程中极易变形[8]。随着气泡的变形, 气泡的动力学特性以及气泡的上升轨迹都会发生改变[9] [10] [11] [12] [13], 进而会影响气泡在水体中的停留时间以及气液界面间的物质交换。曝气过程中, 气体流率是一个重要的参数, 是影响运动气泡大小的一个关键因素。此外, 液相的物性(即粘度、表面张力和密度等)同样重要, 会影响生成气泡的大小以及气泡的上升过程中形状的变化, 进而影响气泡的运动轨迹及气泡的上升速度[14] [15] [16] [17]。总之, 气液两相流动问题极其复杂, 即使研究单气泡的上升过程仍需考虑较多的影响因素, 例如气液相物性、鼓泡方式、几何尺寸及气相流率等。况且好氧污水生化处理系统中的污泥污水混合液,

是非牛顿流体,表现出剪切稀化的流变特性[18] [19]。虽然,迄今为止众多学者已经对牛顿流体中的气泡行为进行了大量研究工作[20] [21],但是考虑到非牛顿流体的流变特性,无法将牛顿流体中气泡行为笼统应用于非牛顿流体中。

本文采用高速摄影拍摄不同质量分数 CMC 水溶液中单气泡的上升运动过程,通过数字图像处理技术考察自由上升气泡的运动轨迹和上升速度的变化规律。同时,基于 VOF 模型模拟计算单气泡在 CMC 水溶液中的上升过程,验证模型的可靠性,分析气泡对周围液相流场的影响规律,讨论气泡对尾部区域的影响范围。

2. 研究方法

2.1. 实验装置及方法

图 1 为实验装置示意图。实验装置主要由有机玻璃水槽、气泡发生装置和图像采集系统三部分构成。实验的主体装置为一个长宽均为 0.3 m,高为 0.6 m 的有机玻璃矩形水槽。由于水槽的长宽比气泡尺寸足够大,可以忽略壁面效应对气泡变形和上升运动的影响。实验中选用的喷嘴内径分别为 1.1、1.5 和 2.0 mm。在喷嘴底部设置一个止回阀,用于防止水槽中流体沿管路回流。水槽中水深 500 mm,采用微量进气泵调节进气,流量控制在 20 ml/h,近似认为气泡离开喷嘴时的初始速度为零。实验时喷嘴先后产生两个气泡的时间间隔足够长,可以忽略相邻气泡之间的相互影响。水槽的一侧放置平板光源作为背景光,在水槽另一侧采用 Photron 高速摄像机(FASTCAM SA4)进行拍摄获得气泡上升运动的时间序列图像。

基于 MATLAB 环境完成数字图像处理,步骤包括:图像灰度化、图像二值化、填充和降噪、以及气泡边缘提取,最终获得气泡轮廓、运动轨迹及上升速度信息。按照平面投影面积相等的原则计算气泡的等效直径 d_B :

$$d_B = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} \quad (1)$$

式中, A 是气泡在平面的投影面积。气泡的上升速度 v_z 由公式(2)确定:

$$v_z = \frac{z_2 - z_1}{\Delta t} \quad (2)$$

式中, z_1 和 z_2 分别气泡在连续两张图像中的高度位置, Δt 是这两张图像拍摄的时间间隔。

实验中的非牛顿流体溶液采用纯度等级为分析纯的羧甲基纤维素钠(CMC)配置而成,溶液的质量分

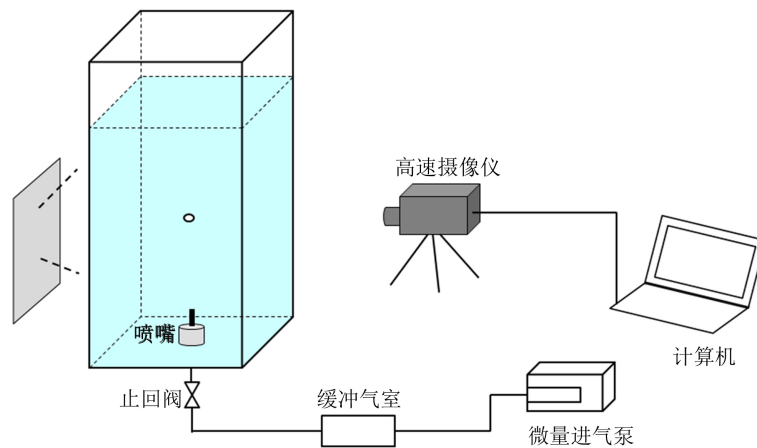


Figure 1. Schematic diagram of the experimental system
图 1. 实验系统示意图

数分别为 0.2%、0.4% 和 0.6%。采用同轴圆柱体流变仪(BROOKFEILD R/S + CC)在室温下测得不同剪切速率下溶液的表现粘度值,并根据幂律模型对数据进行拟合得到黏稠系数 K 和流变指数 n 。由幂率模型可知,在同一剪切速率下,CMC 水溶液的表现粘度随着溶液质量分数的增加而增大。利用全自动表面张力仪(K100-Kruss)测得溶液的表面张力。不同质量分数 CMC 水溶液的物理性质及流变参数见表 1。

2.2. 数值模型

采用 VOF 模型[22]模拟计算单气泡在非牛顿流体中的上升运动过程。气液两相作为不可压缩、互不相溶的流体处理。建立二维瞬态数值模型,液相是非牛顿流体,作层流运动。连续性方程和动量方程可以描述为:

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F}_{sf} \quad (4)$$

式中, t 为时间; \mathbf{u} 是速度; ρ 是流体密度; p 是压力; $\boldsymbol{\tau}$ 是粘性应力张量; \mathbf{g} 是重力加速度; \mathbf{F}_{sf} 是表面张力。当计算单元同时包含气液两相时,混合相的粘度和密度分别由式(5)和(6)确定:

$$\mu = \varepsilon_L \mu_L + \varepsilon_G \mu_G \quad (5)$$

$$\rho = \varepsilon_L \rho_L + \varepsilon_G \rho_G \quad (6)$$

式中, ε_L 和 ε_G 分别是液相和气相的体积分数; μ_L 和 μ_G 分别是液相和气相的粘度; ρ_L 和 ρ_G 分别是液相和气相的密度。液相 CMC 水溶液的表现粘度根据实验测试结果采用幂率模型描述:

$$\mu_L = K \dot{\gamma}^{n-1} \quad (7)$$

采用 Brackbill 等[23]提出的连续表面力模型 CSF 计算同时包含气液相界面单元内的表面张力:

$$\mathbf{F}_{sf} = \sigma \frac{\rho \kappa \nabla \varepsilon_G}{\frac{1}{2}(\rho_L + \rho_G)} \quad (8)$$

式中, σ 是表面张力系数,代表单位长度上的张力; κ 是当地平均表面曲率,可由式(9)计算:

$$\kappa = \nabla \cdot \frac{\nabla \varepsilon_L}{|\nabla \varepsilon_L|} \quad (9)$$

流体流动时,气液两相的交界面也随之变化,模型基于 Rider 和 Kothe [24]提出的几何重构法对每个时间步的气液界面进行重构,在单元内逐段采用直线段近似。气相的体积分数 ε_G 的控制方程在形式上可以写成:

$$\frac{\partial \varepsilon_G}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon_G \mathbf{u}) = 0 \quad (10)$$

Table 1. Physical properties and rheological parameters of CMC solutions

表 1. CMC 溶液物性和流变参数

CMC 水溶液	密度 ρ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	表面张力 σ ($\text{mN} \cdot \text{m}^{-1}$)	粘稠系数 K ($\text{Pa} \cdot \text{s}^n$)	流变指数 n
0.2%	1002	69.05	0.0177	0.9306
0.4%	1004	63.64	0.1286	0.8211
0.6%	1006	59.50	0.2326	0.7729

液相的体积分数可根据 $\varepsilon_L + \varepsilon_G = 1$ 计算。方程组(3)~(10)利用商用 CFD 软件包 Fluent 求解。

本研究选取的计算域为 $0.1 \text{ m} \times 0.55 \text{ m}$ ，其中水深 0.5 m ，空气层高度 0.05 m 。利用 Gambit 进行网格划分，整体采用结构化网格。主体网格尺寸为 0.5 mm ，总网格数为 220,000 个。水槽上部出口为压力出口边界，壁面为无滑移边界。气泡的初始直径根据实验测量值给定，气泡的初始上升速度为 0。

3. 结果与讨论

3.1. 上升气泡的运动轨迹

图 2 表示不同内径喷嘴在不同质量分数的 CMC 水溶液中形成气泡当量直径的大小。如图 2 所示，同一内径喷嘴形成的气泡，其当量直径随着溶液浓度的增大而增大，当量直径的大小在 $3 \sim 4 \text{ mm}$ 范围内变化。图 3 给出了不同内径喷嘴在 CMC 水溶液中形成气泡的上升轨迹图。Brenn 等[25]曾考察去离子水中直径为 3.4 mm 气泡的运动行为，研究发现当运动气泡的高度 $h < 25 \text{ mm}$ 时，气泡是线性上升的；当气泡的高度 $h > 25 \text{ mm}$ 时，气泡在上升过程中摆动强烈，运动轨迹呈螺旋状。而本研究中发现，在质量分数低的 CMC 水溶液中，当气泡的高度 $h < 30 \text{ mm}$ (见图 3 绿色虚线)时，气泡呈直线上升；当气泡的高度 $h > 30 \text{ mm}$ 时，气泡出现轻微摆动并随高度增加摆动幅度逐渐增大。从图 3 还可以看出，随着 CMC 水溶液质量分数的增加，上升气泡的摆动幅度逐渐减小；当 CMC 水溶液质量分数为 0.6% 时，气泡的上升轨迹接近直线。这是因为溶液粘度的升高有效抑制了气泡的摆动运动。此外，在相同质量分数的 CMC 水溶液中，随着喷嘴内径的增大，上升气泡的摆动幅度也随之增大。这是因为气泡的大小会随着喷嘴尺寸的增加而增大，尺寸大的气泡在上升过程中更容易出现不对称的变形，造成内径大的喷嘴形成的气泡上升轨迹出现更大摆动。

3.2. 气泡的上升速度

图 4 表示不同内径喷嘴在 CMC 水溶液中形成气泡的上升速度随高度的变化曲线。如图 4 所示，在 CMC 水溶液中，当气泡高度 $h < 30 \text{ mm}$ 时，气泡加速上升。在质量分数为 0.2% 的 CMC 水溶液中，经历加速上升阶段后，气泡的上升速度不连续地跳跃变化，最终气泡的上升速度维持有规则的波动变化。在质量分数为 0.6% 的 CMC 水溶液中，气泡经历加速阶段后直接进入稳定上升阶段，气泡的上升速度基本维持恒定值。上升速度稳定值的大小随着溶液质量分数的增加而减小。这是由于随着 CMC 水溶液质量分数的增加，溶液在相同剪切速率下呈现出更高的表观粘度，上升气泡受到的阻力也就随之增大，因此气泡在高质量分数的 CMC 水溶液中会以较低的上升速度达到稳定。

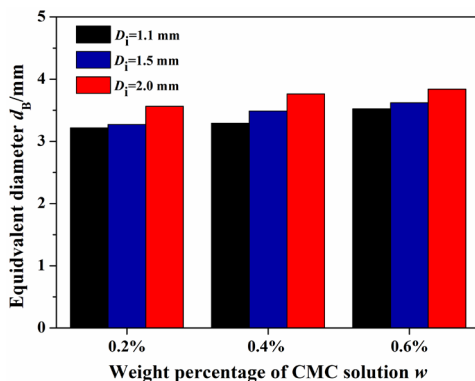


Figure 2. Equivalent diameter of the rising bubble

图 2. 上升气泡的当量直径

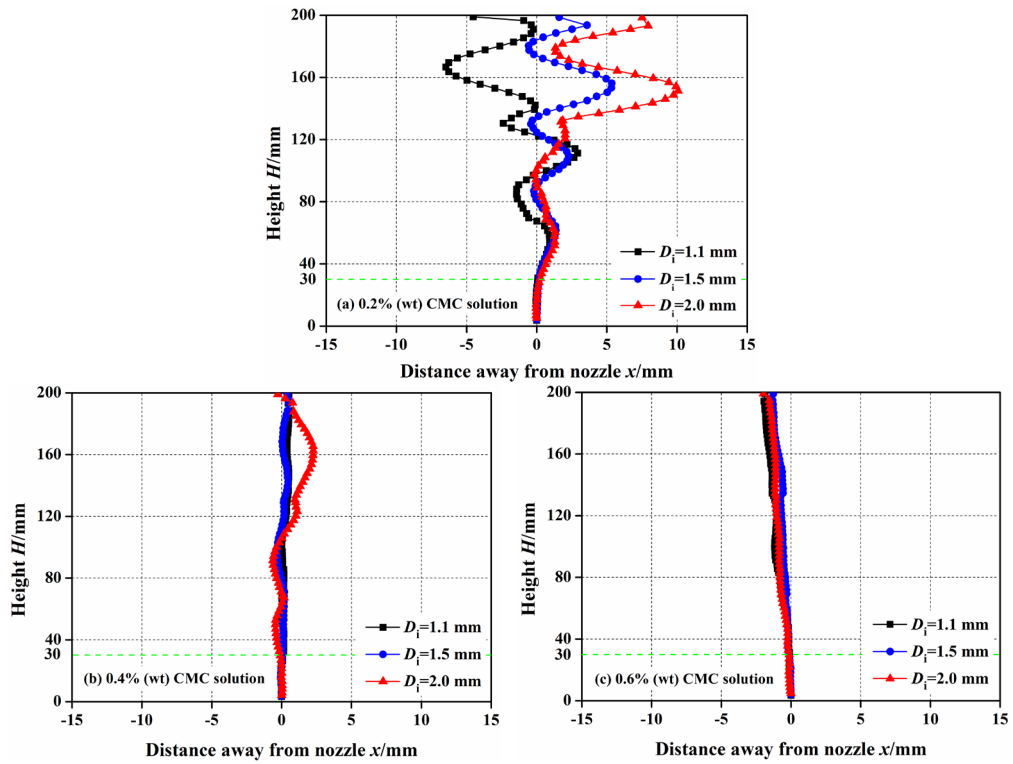


Figure 3. Trajectory of the rising bubble in CMC solutions with different weight percentage
图 3. 气泡在不同 CMC 水溶液中的上升轨迹

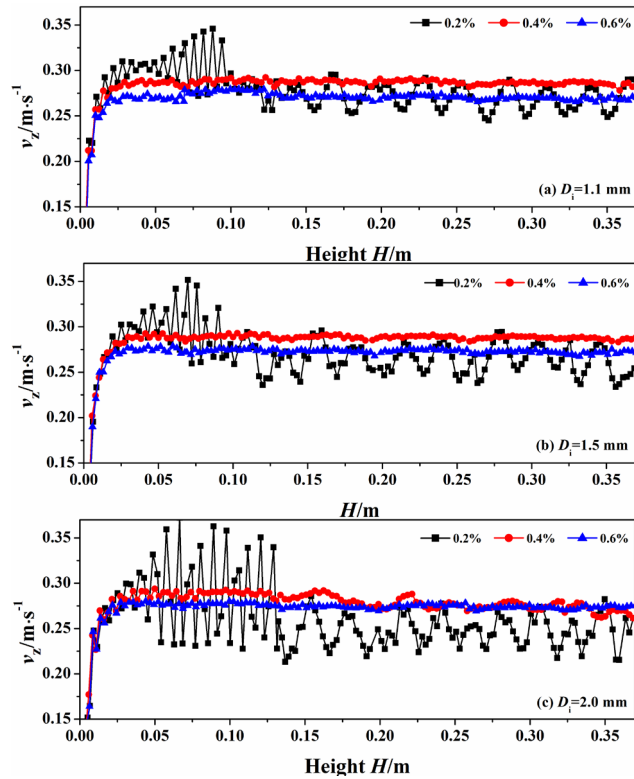


Figure 4. Variation of bubble rising velocity with height
图 4. 气泡上升速度随高度的变化

3.3. 上升气泡周围流场分析

在实验研究的基础上，利用 CFD 模拟分析了内径为 1.5 mm 喷嘴于不同浓度 CMC 水溶液中形成单气泡的气液相运动规律。实验研究中已经发现，气泡脱离喷嘴之后上升速度首先经历一个加速阶段，达到一定高度后，气泡在低质量分数的 CMC 水溶液中以波动的上升速度左右摆动上升；而在高质量分数的 CMC 水溶液中，气泡则以几乎恒定的上升速度直线上升，即达到稳定阶段。模拟计算主要研究气泡运动至其重心位置距离水槽底部 0.41 m 时(此时气泡在高质量分数溶液中处于稳定上升阶段)，气泡对周围液相流场的影响规律。

图 5 表示稳定阶段气泡周围 CMC 水溶液的运动方向及上升速度云图。从图 5 可以看出，气泡上方的流体被上升的气泡向上方推动，而气泡左右两侧的流体则分别向两侧偏离，气泡尾迹区的流体因气泡上升产生空穴从而诱导下方流体向上流动，这与清水中的运动特点[26]类似。如图 5a 所示，在质量分数为 0.2% 的 CMC 水溶液中，由于 CMC 水溶液质量分数较低，气泡摆动上升，气泡尾迹区有交替旋涡出现，这一现象与实验结果(见图 3(a))吻合较好。气泡在低质量分数的 CMC 水溶液中摆动上升主要是由于低粘度的流体阻力相对较低，从而导致上升的气泡变形较大，且左右变形不对称，因而摆动幅度相对较大。而在质量分数为 0.4% 和 0.6% 的 CMC 水溶液中(图 5(b)和图 5(c))，与实验结果(见图 3(b)和图 3(c))保持一致，气泡的运动轨迹近似是直线，气泡左右两侧流场基本对称，产生了一对对称的旋涡。此外，由图 5 还可以看出，随着 CMC 水溶液质量分数的增加，气泡周围流体上升速度降低，气泡作用的影响区减小。

图 6 表示气泡在距离水槽底部 0.41 m 处流场的水平速度和上升速度沿水平方向的分布。从图 6(a)可以

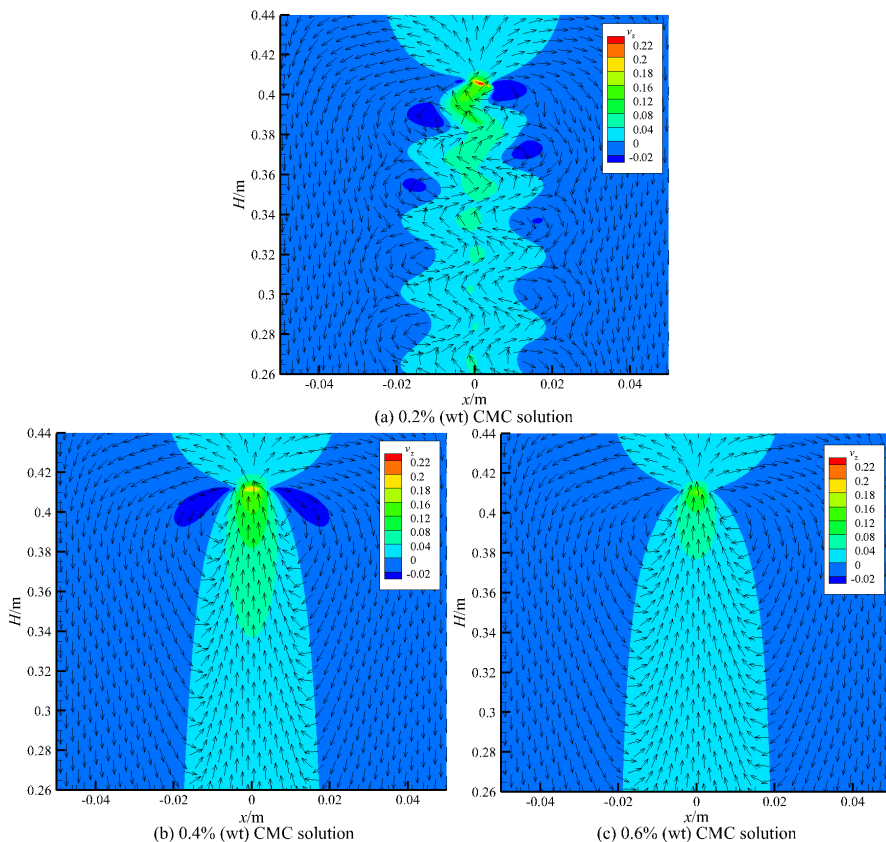


Figure 5. Moving direction of the liquid phase and contour of the rising velocity v_z

图 5. 单气泡周围液相的运动方向及上升速度 v_z 云图

看出,在质量分数为0.2%的CMC水溶液中,气泡中心高度处及气泡下部距气泡中心 $4d_b$ 高度处气泡的水平速度在水槽中心线两侧非对称分布,表明气泡在当前高度是摆动上升;而在质量分数为0.4%及0.6%的CMC水溶液中,水平速度的变化曲线在水槽中心线两侧几乎呈中心对称分布。从图6(b)可以看出,气泡在较高质量分数的CMC水溶液中,气泡中心高度及气泡底部距气泡中心 $4d_b$ 高度处的上升速度均沿中心线对称分布,气泡在质量分数为0.6% CMC水溶液中的上升速度要低于其在质量分数为0.4% CMC水溶液中的上升速度。这些模拟结果都与实验观测现象吻合。

图7为不同质量分数的CMC水溶液中气泡运动至三个不同高度处(bottom、middle和top)流体上升速度沿水槽中心线的分布。从图7可以看出,随着溶液质量分数的增加,中心线上最高速度逐渐降低,表明气泡上升速度也随之降低。在质量分数为0.2%的CMC水溶液中,随着气泡的不断上升,气泡尾部

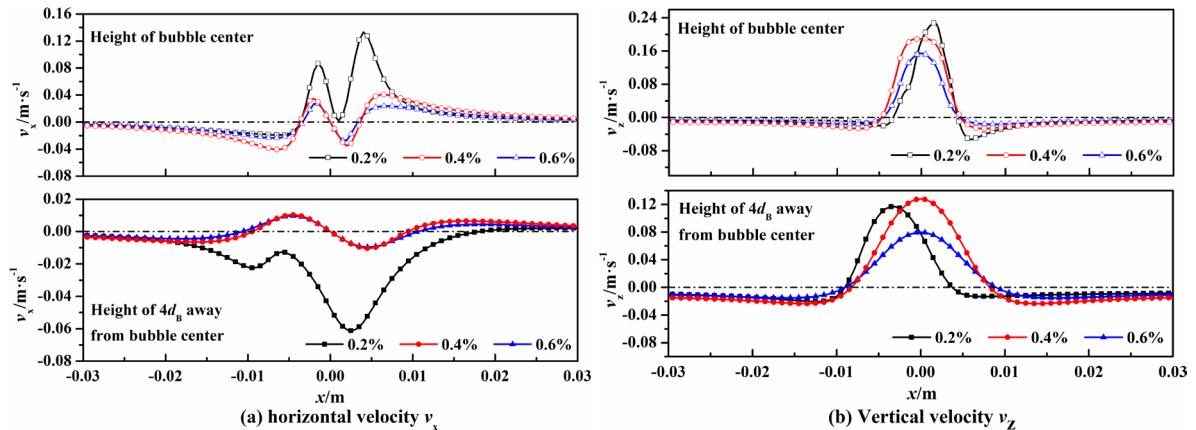


Figure 6. Distribution of horizontal and rising velocities along the horizontal direction at specified height
图6. 指定高度处水平速度及上升速度沿水平方向的分布

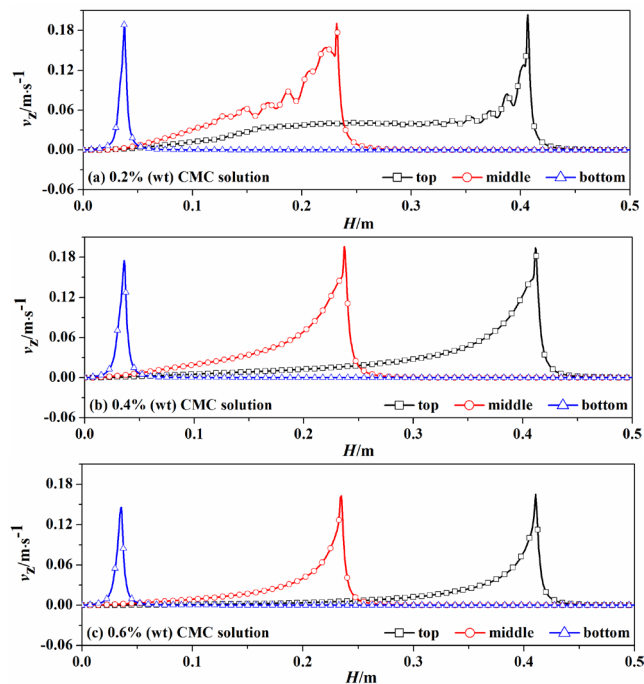


Figure 7. Distribution of rising velocity along the center line of the tank with the bubble at different height
图7. 气泡上升至不同高度时流体上升速度沿水槽中心线的分布

影响区逐渐变大。这主要是因为随着气泡的上升, 气泡速度波动变大, 对周围液相的扰动也随之增大, 气泡主通道两侧产生的旋涡脱落变慢。而在质量分数为 0.4% 和 0.6% 的 CMC 水溶液中, 气泡上升至中部和上部时, 气泡影响区域的大小接近。这主要是因为较高粘度的 CMC 水溶液中, 高粘度限制了气泡的变形, 气泡达到稳定上升速度后几乎不再变形。而且从气泡位于中部和上部时流体的上升速度分布曲线可以看出, CMC 水溶液的质量分数越大, 气泡的影响区越小。

4. 结论

本文采用高速摄影技术及数字图像处理技术对非牛顿流体 CMC 水溶液中单气泡的运动轨迹及上升速度进行了实验研究及定量分析, 并基于 VOF 模型模拟分析了气泡稳定上升阶段气泡对周围液相流场的影响规律。研究发现:

1) 流变特性对单气泡在 CMC 水溶液中的运动行为有较大影响。单气泡在 CMC 水溶液中自由上升, 在上升高度小于 30 mm 时保持直线上升, 上升速度在这一阶段处于加速状态。经过加速阶段后, 气泡在低质量分数的 CMC 水溶液中呈现出摆动上升的趋势, 上升速度先保持不连续跳跃变化, 之后呈规则波动变化; 气泡在高质量分数的 CMC 水溶液中, 上升速度则逐渐达到稳定值。在低质量分数的 CMC 水溶液中, 气泡摆动上升更明显; 而随着溶液质量分数的增加, 气泡运动轨迹逐渐趋于直线。

2) 模拟计算结果验证了单气泡在低质量分数溶液中摆动上升现象。同时发现, 上升气泡对周围液相场的作用主要受到溶液质量分数高低的影响。在低质量分数的 CMC 水溶液中, 气泡摆动上升的同时会在尾迹区形成交替旋涡; 而在高质量分数的溶液中, 气泡近似直线上升, 气泡尾部液相流场基本对称分布。气泡对尾部流场的影响范围随着 CMC 水溶液质量分数的增加而不断减小。

基金项目

国家自然科学基金, 编号 11502046; 教育部留学回国人员科研启动基金, 第 50 批; 辽宁省博士科研启动基金, 编号 201501179。

参考文献 (References)

- [1] Kasinski, S., Slota, M., Markowski, M., *et al.* (2016) Municipal Waste Stabilization in a Reactor with an Integrated Active and Passive Aeration System. *Waste Management*, **50**, 31-38.
- [2] 谢小明. 精准曝气控制在污水处理厂中的应用和探索[J]. 中国给水排水, 2016, 32(6): 24-27.
- [3] Boegman, L. and Sleep, S. (2012) Feasibility of Bubble Plume Destratification of Central Lake Erie. *Journal of Hydraulic Engineering*, **138**, 985-989. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000626](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000626)
- [4] Zhou, S.L., Huang, T.L., Ngo, H.H., *et al.* (2016) Nitren Removal Characteristics of Indigenous Aerobic Denitrifiers and Changes in the Microbial Community of a Reservoir Enclosure System via in Situ Oxygen Enhancement Using Water Lifting and Aeration Technology. *Bioresource Technology*, **214**, 63-73.
- [5] Jin, P.K., Wang, X.B., Wang, X.C., *et al.* (2015) A New Step Aeration Approach Towards the Improvement of Nitrogen Remodel in a Full Scale Carrousel Oxidation Ditch. *Bioresource Technology*, **198**, 23-30.
- [6] Garcia-Ochoa, F., Gomez, E., Santos, V.E., *et al.* (2010) Oxygen Uptake Rate in Microbial Process: An Overview. *Biotechnological Engineering Journal*, **49**, 289-307.
- [7] Zhou, X., Han, Y.P. and Guo, X.S. (2015) Identification and Evaluation of SND in a Full-Scale Multi-Channel Oxidation Ditch System under Different Aeration Modes. *Chemical Engineering Journal*, **259**, 715-723.
- [8] Clift, R., Grace, R. and Weber, M.E. (1978) Bubbles, Drops and Particles. Academic Press, New York.
- [9] Ellingsen, K. and Risso, F. (2001) On the Rise of an Ellipsoidal Bubble in Water: Oscillatory Paths and Liquid-Induced Velocity. *Journal of Fluid Mechanics*, **440**, 235-268. <https://doi.org/10.1017/S0022112001004761>
- [10] Sanada, T., Shirot, a M. and Watanabe, M. (2007) Bubble Wake Visualization by Using Photochromic Dye. *Chemical Engineering Science*, **62**, 7264-7273.
- [11] Mougin, G. and Magnaudet, J. (2007) Wake Instability of a Fixed Spheroidal Bubble. *Journal of Fluid Mechanics*, **572**,

311-337.

- [12] Zenit, R. and Magnaudet, J. (2008) Path Instability of Rising Spheroidal Air Bubbles: A Shape Controlled Processes. *Physics of Fluids*, **20**, 173-187. <https://doi.org/10.1063/1.2940368>
- [13] Yang, B. and Properetti, A. (2007) Linear Stability of the Flow past a Spheroidal Bubble. *Journal of Fluid Mechanics*, **582**, 53-78. <https://doi.org/10.1017/S0022112007005691>
- [14] 欧阳的华, 潘功配, 关华, 等. 烟火药水下燃烧气泡的实验研究[J]. 实验力学, 2009, 24(4): 347-352.
- [15] Boum, L. and Kraume, M. (2015) Fluid Dynamics of Bubble Swarms Rising in Newtonian and Non-Newtonian Liquids in Flat Sheet Membrane Systems. *Journal of Membrane Science*, **475**, 533-544.
- [16] Rathod, M.L. and Kokni, J.L. (2016) Extension Rate Distribution and Impact on Bubble Size Distribution in Newtonian and Non-Newtonian Fluid in a Twin Screw Co-Rotating Mixer. *Journal of Food Engineering*, **169**, 214-227.
- [17] Passos, A.D., Voulgaropoulos, V.P., Paras, S.V., et al. (2015) The Effect of Surfactant Addition on the Performance of a Bubble Column Containing a Non-Newtonian Liquid. *Chemical Engineering Research and Design*, **95**, 93-104. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2015.01.008>
- [18] Laera, G., Giordano, C., Pollice, A., et al. (2007) Membrane Bioreactor Sludge Rheology at Different Solid Retention Times. *Water Research*, **41**, 4197-4203.
- [19] Wang, Y.L. and Dentel, S.K. (2010) The Effect of High Speed Mixing and Polymer Dosing Rates on the Geometric and Rheological Characteristics of Conditioned Anaerobic Digested Sludge (ADS). *Water Research*, **44**, 6041-6052.
- [20] Legendre, D., Zenit, R. and Velez-Cordero, J.R. (2012) On the Deformation of Gas Bubbles in Liquids. *Physics of Fluids*, **24**, 1-12. <https://doi.org/10.1063/1.4705527>
- [21] 张颖, 赵生伟, 王占江, 等. 水下爆炸气泡脉动测量及分析[J]. 实验力学, 2011, 26(1): 67-72.
- [22] Hirt, C.W. and Nichols, B.D. (1981) Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries. *Journal of Computational Physics*, **39**, 201-225.
- [23] Brackbill, J.U., Kothe, D.B. and Zemach, C. (1992) A Continuum Method for Modeling Surface Tension. *Journal of Computational Physics*, **100**, 335-354.
- [24] Rider, W.J. and Kothe, D.B. (1998) Reconstructing Volume Tracking. *Journal of Computational Physics*, **141**, 112-152.
- [25] Brenn, G., Kolobaric, V. and Durst, F. (2006) Shape Oscillations and Path Transition of Bubbles Rising in a Model Bubble Column. *Chemical Engineering Science*, **61**, 3795-3805.
- [26] Sakakibara, K., Yamada, M., Miyamoto, Y., et al. (2007) Measurement of the Surrounding Liquid Motion of a Single Rising Bubble Using a Dual-Camera PIV System. *Flow Measurement and Instrumentation*, **18**, 211-215.

期刊投稿者将享受如下服务:

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: ijm@hanspub.org