# 地铁引起某砖混结构振动的数值分析

#### 张思莹,石焕文\*

长安大学理学院,陕西 西安

收稿日期: 2023年2月12日; 录用日期: 2023年2月23日; 发布日期: 2023年3月21日

# 摘要

为了更好地提升地铁邻近居民的居住环境质量,针对地铁运行带来的结构振动问题,本文以西安某建筑物为研究对象,在有限元软件ANSYS中建立轨道-隧道-土体-建筑物三维仿真有限元耦合模型,研究建筑物在不同车速、不同车型、不同层高下的振动规律,为类似的地铁沿线建筑物结构振动预测提供一定参考。得到的结论有:在车速、车型的变化下,地铁列车运行引起的建筑物结构振动峰值位置未改变,都主要集中在63 Hz和80 Hz;结构振动随着车速的变大而变大,随着地铁车型由B变为A而变大,但其中车型变化对振动的影响并不大,VLzmax仅相差2 dB左右;建筑物各层振动随着楼层的增加,先减小后增大,故减振降噪时需要特别注意其对底层和顶层的作用。

#### 关键词

地铁,有限元,结构振动

# The Numerical Analysis of Brick Structure Vibration by Subway

#### Siying Zhang, Huanwen Shi\*

School of Science, Chang'an University, Xi'an Shaanxi

Received: Feb. 12<sup>th</sup>, 2023; accepted: Feb. 23<sup>rd</sup>, 2023; published: Mar. 21<sup>st</sup>, 2023

## Abstract

For the structural vibration problem brought by metro operation, the paper takes a building in Xi'an as the research object and establishes a three-dimensional simulation coupling model of track-tunnel-soil-buildings in the finite element software ANSYS to study the vibration law of buildings under different vehicle speeds, different vehicle types and different floor heights. It can provide some

\*通讯作者。

reference for the structural vibration prediction of similar buildings along the subway, so as to make the living environment quality better for the residents adjacent to the subway. With the change of speed and model, it shows that the peak vibration of the building structure caused by the operation of subway trains is mainly concentrated at 63 Hz and 80 Hz. When the speed of the subway operation becomes greater or when the model changes from B to A, structural vibration of the building becomes greater. However, the change of metro vehicle type has little impact on vibration, and the difference in  $VL_{zmax}$  is only about 2 dB. With the increase of floors, the vibration of each floor of the building first decreases and then increases. Therefore, when taking vibration and noise reduction measures, we need to pay special attention to their effect on the ground floor and the top floor.

## **Keywords**

Subway, The Finite Element, Structural Vibration

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc. This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0). http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

## 1. 引言

目前,我国地铁发展迅速,使人们出行方便的同时,也带来了许多由地铁列车运行引起的不友好的 环境振动问题。地铁运行引起轮轨之间的振动,并经钢轨传到隧道引起隧道结构振动,同时通过周围地 层向外传播,传向周边地表及建筑物基础,进而诱发建筑物内部的结构振动[1],其带来的不利影响有对 周边建筑物的影响、对人的影响、对精密仪器的影响等,这使得地铁沿线居民的投诉颇多[2]。因此研究 地铁运行引起结构振动的传播规律是有意义的。

近年来,基于对各个城市人口规模变化、地铁成本的变化以及路线曲直占比、坡度等因素的考虑等, 促使地方在修建地铁时的规划有了新变化。以西安为例,在西安规划第一条地铁线路时,我国地铁还处 于起步阶段,由于人口基数不大、具有的技术有限以及考虑的因素不够全面等原因,最后决定采用可满 足当时需求、成本更低的 B 型车。但如今西安的人口剧增,首先从容量上讲,B 型车已无法完全满足城 市需求,再结合国家技术进步,降低了 A 型车成本,从长远的城市规划来说,在满足其他修建要求下, 可容纳更多乘客的 A 型车成为了西安修建地铁的优先选择。同时,国内外学者对地铁列车运行引起沿线 建筑物结构振动的研究很多,车速是一个关注的重点[3] [4] [5]。此外,总结发现针对振动随着层高的变 化问题,各个学者有不同的结论,有的学者[6] [7]表示地板振动随楼层增大先减小后增大,有的学者[8] 表示地板振动随楼层先增大后减小,还有的学者[1]表示室内振动级随楼层增高而增大。故对在车速、车 型变化以及层高变化下的结构振动变化规律进行研究是有必要的。

本文基于现场实测结果,结合有限元软件 ANSYS 建立轨道 - 隧道 - 土体 - 建筑物三维有限元模型, 采用瞬态分析法,对不同车速、车型下地铁运行引起的结构振动进行动力学响应分析并研究其变化规律。 该方法为类似的地铁沿线建筑物结构振动预测以及施工单位对超标建筑物减振措施的选取提供了一定参 考依据。

## 2. 分析目标参量

根据 JGJ/T 170-2009《城市轨道交通引起建筑物振动与二次辐射噪声限值及其测量方法标准》[9](以下简称《标准》)中规定的一部分评价指标如下。

2.1. 加速度有效值 arms

$$a_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T a_i^2(t) \mathrm{d}t}$$
(1)

式中,  $a_{rms}$ 为加速度有效值,单位为 m/s<sup>2</sup>; T 为振动测试的平均时间,单位为 s;  $a_i(t)$ 为 t 时刻的振动加速度,单位为 m/s<sup>2</sup>。

2.2. Z 振级 VLz

$$VL_z = 20 \lg \left( a'_{rms} / a_0 \right) \tag{2}$$

式中,  $VL_z$ 为振动 Z 振级,单位为 dB;  $a'_{rms}$ 为垂向计权因子振动加速度,单位为 m/s<sup>2</sup>,计权采用 ISO 2631-1:1985 的推荐值;  $a_0$ 为基准加速度,取  $1 \times 10^{-6}$  m/s<sup>2</sup>。

### 2.3. 最大 Z 振级 VL<sub>zmax</sub>

在较短时间(常取 1 s)进行计权,当列车通过时 Z 振级随时间变化的函数,该函数在选取时间范围内的最大值则为最大 Z 振级 VL<sub>zmax</sub>。

#### 3. 数值分析模型

本文实测地建筑物位于西安某条地铁线路沿线,距离地铁线路约 20 m,共4 层,层高约 3.2 m,为 砖混结构,建筑物基础为条形基础,地铁隧道埋深约为 19 m (土体表面到隧道圆心处距离,后文沿用)。 本文对建筑物房间进行简化处理,每个房间尺寸视为相同,其标准层平面如图 1 所示,结构参数见表 1。



**Figure 1.** Standard floor plan of building 图 1. 建筑物标准层平面

 Table 1. The basic parameters of the building

 表 1. 建筑物结构基本参数

构件	弹性模量(Pa)	密度(kg/m <sup>3</sup> )	泊松比	尺寸(m)
墙	$2.4  imes 10^9$	1900	0.2	0.24
楼板	$3.5\times10^{10}$	3000	0.2	0.12
梁、柱	$3.5  imes 10^{10}$	3000	0.2	0.24  imes 0.24

本文采用有限元软件 ANSYS 建立轨道 - 隧道 - 土体 - 建筑物三维有限元耦合模型, 土层参数根据 实测数据简化计算得来, 如表 2 所示, 轨道为整体式轨道, 其主要参数见表 3。在有限元模型中, 各部 分的模拟单元选取情况为土体、隧道、衬砌、整体式轨道板采用实体单元 SOLID45, 扣件采用弹簧单元, 钢轨、梁、柱采用梁单元 BEAM188, 墙体、楼板采用壳单元 SHELL63。并通过在模型边界上设置三维 一致粘弹性人工边界条件[10], 消除模型中土层边界上反射效应对计算结果的影响。

Ta	ble	2.	Т	he	parameters	of soil

## **表 2.** 土体参数

土层	深度(m)	弹性模量(MPa)	密度(kg/m³)	泊松比
第一层	0~6	210	1632.7	0.32
第二层	6~26	287	2022.2	0.30
第三层	26~60	497	2071.4	0.28

#### Table 3. The main parameters of integral track

构件	参数名称	数值	单位
	弹性模量	$2.06 \times 10^{11}$	Pa
177 th	密度	7800	kg/m <sup>3</sup>
钢制	泊松比	0.3	
	截面惯性矩	$3.22 \times 10^{-5}$	$m^4$
	垂向刚度	$5 \times 10^7$	N/m
扣件	垂向阻尼	$6  imes 10^4$	$N \cdot s/m$
	扣件间距	0.6	m
	弹性模量	$3  imes 10^{10}$	Ра
整体道床	密度	2400	kg/m <sup>3</sup>
	泊松比	0.2	
	弹性模量	$3.15 \times 10^{10}$	Ра
17.22 日本	密度	2500	kg/m <sup>3</sup>
隧坦型	泊松比	0.25	
	厚度	0.3	m

表 3. 整体式轨道主要参数

本文利用对称边界条件取一半模型进行分析计算,三维半模型中土体沿隧道方向长 81 m,宽 43 m, 高 60 m,隧道埋深 19 m,大地的网格尺寸范围为 0.16~2 m,建筑物网格尺寸范围为 0.2~0.3 m。轨道 -隧道 - 土体 - 建筑物整体三维模型以及局部图如图 2、图 3 所示。

## 4. 模型验证

为了验证模型的可靠性,现分别对隧道和建筑物校核点的实测与仿真数据进行对比,实测时列车运 行速度为 62 km/h, 仿真模拟时车速为 60 km/h。在本文中, 对振动占主要作用的垂向时域轮轨力[11]通 过 MATLAB 编程求解得到,代码的中心思想源于车辆 - 轨道耦合动力学理论[12],其中采用预测结果偏 保守的美国五级谱[13]。得到的垂向时域轮轨力以考虑车速的移动列车荷载方式,施加到有限元模型的钢 轨上。地铁 B 型车动力学参数如表 4 所示, 图 4 为此车型下模拟得到的垂向轮轨力时程曲线。



**Figure 2.** The 3D finite element model of track-tunnel-soil-building 图 2. 轨道 - 隧道 - 土体 - 建筑物三维有限元模型



Figure 3. The partial view inside the tunnel 图 3. 隧道内局部图

Table	<b>4.</b> The	dynamic	parameters	of type B	vehicle
表 4.	地铁 B	型车辆声	动力学参数		

车辆参数	符号	单位	数值
轮对质量	$M_w$	kg	1539
转向架质量	$M_t$	kg	3520
车体质量	$M_c$	kg	35240
转向架点头惯量	$J_t$	$kg \cdot m^2$	1736
车体点头惯量	$J_c$	$kg \cdot m^2$	$1.297\times 10^6$

Continued			
一系悬挂刚度	$K_{pz}$	N/m	$1.7  imes 10^6$
一系悬挂阻尼	$C_{pz}$	N·s/m	10000
二系悬挂刚度	$K_{sz}$	N/m	$0.45  imes 10^6$
二系悬挂阻尼	$C_{sz}$	N·s/m	60000
车辆定距之半	$l_c$	m	6.3
固定轴距之半	$l_t$	m	1.25
车轮滚动圆半径	R	m	0.42



Figure 4. The vertical wheel-rail force 图 4. 垂向轮轨力

如图 5~7 所示,在隧道壁测点(道床面与隧道壁垂直距离约 1.2 m)实测和仿真加速度对比图中,其量 级都在 10<sup>-1</sup> m/s<sup>2</sup>,频谱波峰范围在 50~90 Hz 之间,虽然最大幅值稍有出入,但偏差较小,在可接受范围 之内。该实测数据 VL<sub>zmax</sub> 为 87.88 dB,仿真数据 VL<sub>zmax</sub> 为 87.56 dB,两者数值相近。







Figure 6. The simulation acceleration of tunnel wall 图 6. 隧道壁仿真加速度



Figure 7. The comparison of measured and simulated acceleration spectra of tunnel points 图 7. 隧道点实测与仿真加速度频谱对比

图 8 和图 9 为建筑物测点实测和仿真加速度对比图,其中实测数据为截取的一部分。如图所示,实







Figure 9. The simulation acceleration at the bottom of the building 图 9. 建筑物底层仿真加速度

测值的波动范围比仿真值波动范围大,这是由于本文设备限值,仅模拟三节车厢在 81 m 长的隧道中运行,而在实际地铁运行中车厢为六节,且考虑此线路已运行较长时间,底部轮子磨损较大。另外振动放大区的存在使得建筑物测点值与隧道测点值相差不大[6]。在本文研究情况下,距离隧道中心截面 20 m 左右处出现振动放大区,与杨尚福[7]等学者的研究结论一致。该实测数据 VL<sub>max</sub>为 78.2 dB,仿 真数据 VL<sub>max</sub>为 77.7 dB。总体上,隧道和建筑物校核点的仿真结果与实测基本吻合。因此,该数值模型是可取的。

# 5. 计算结果与分析

本文对不同车速和不同车型下,得到的地铁列车荷载引起的建筑物振动响应进行分析,具体工况如表 5 所示,A 型车参数见文献[14],规定标况为车速 60 km/h,隧道埋深 19 m,地铁列车 B 型车。 靠近隧道一侧房间为第一列房间,远离隧道一侧房间为第二列房间,每个房间的地面正中心点为拾振 点。由于本文计算的工况多,房间量大,在不影响计算结果所呈现的规律下,则仅展示部分结果数据 图。

工况命名	速度(m/s)	埋深(m)	地铁车型
工况一	45		
工况二(标况)	60	19	В
工况三	90		
工况四	60	19	А

# Table 5. The list of working conditions 表 5. 工况一览表

## 5.1. 车速影响分析

图 10 为工况一到工况三不同车速下室内加速度有效值,轴向 Z 表示沿着隧道方向,图 10(a)~(d)中的数据点分别离隧道中心线的距离是一致的。



Figure 10. The effective value of acceleration on each floor of the building at different vehicle speeds. (a) First floor, second column; (b) second floor, first column; (c) third floor, second column; (d) fourth floor, first column
图 10. 不同车速下建筑物各层测点加速度有效值。(a) 第一层第二列; (b) 第二层第一列; (c) 第三层第二列; (d) 第四层第一列

如图 10 所示,距离隧道相同时,各点的有效加速度在一定范围内波动,其中工况一和工况二的加速 度有效值普遍更平稳,工况三的波动稍大一点。在图 10(a)~(d)中,工况一、工况二、工况三的最大波动 差值分别为 0.0077 m/s<sup>2</sup>、0.0086 m/s<sup>2</sup>、0.0397 m/s<sup>2</sup>。呈现这种现象的原因可能是随着车速的变大,建筑物 的振幅也越来越大,在其不断受到激励的情况下,工况三中结构恢复稳定状态相对慢一些,使得其加速 度有效值波动范围比工况一、二大,呈现出的曲线也比工况一、二陡峭。同时各图中的曲线呈现明显的 分层现象,即随着车速的增加,同一点的有效加速度也会随之增加。

由于振动加速度级频谱图中图例位置大小的限值,由编号代替坐标的形式,可以使结果图片更加简 洁,每个房间的拾振点编号如图 11 所示。

图 12、图 13 为不同车速下建筑物典型振动加速度级频域相关结果图。结合观察论文中未展示的其他测点的三分之一倍频程频谱图以及其他工况下统计得到的振动加速度级峰值频率数据,具体表现为, 工况一中,各层峰值频率在 63 Hz 的测点占比 45%,在 80 Hz 的测点占比 54.17%;工况二中,各层峰值频率在 63 Hz 的测点占比 54.17%,在 80 Hz 的测点占比 44.17%;工况三中,仅 8 个测点的峰值频率在 63 Hz,其余测点的峰值频率都在 80 Hz。显然,未展示的相关结果与典型图例表现出了一致规律,即室内振动峰值频率集中在 63 Hz 和 80 Hz,与马筠[1][15]等学者的结论一致。



注 1: 当需要对 x、z 坐标一致、楼层不同的房间进行区分时,在房间编号后边分别添加\_1st、\_2nd、\_3rd、\_4th 以 分别区分第一、二、三、四层的房间。







图 12. 工况一到工况三建筑物第二层第二列振动加速度级 1/3OCT 谱



■ 63Hz ■ 80Hz ■ 100Hz

Figure 13. The peak frequency ratio of vibration acceleration level in working condition two (standard condition) 图 13. 工况二(标况)振动加速度级峰值频率占比

如图 14 所示,对各工况下各层最大 Z 振级 VL<sub>max</sub>进行观察,工况一中,第一层到第四层的 VL<sub>max</sub>浮动



**Figure 14.** The *VL*<sub>zmax</sub> on each floor of the building at different vehicle speeds. (a) First floor, second column; (b) second floor, first column; (c) third floor, second column; (d) fourth floor, first column **图 14.** 不同车速下建筑物各层测点 *VL*<sub>zmax</sub>。 (a) 第一层第二列; (b) 第二层第一列; (c) 第三层第二列; (d) 第四层第一列

范围中仅第三层在 70 dB 上下浮动,其余层的值都在 72.5 dB 左右;工况二中,建筑物第一、二、三、四层 测点的 VL<sub>zmax</sub> 分别在 76.5 dB、75 dB、71.5 dB、75 dB 上下浮动;工况三中,建筑物第一、二、三、四层测 点的 VL<sub>zmax</sub> 浮动范围在 80 dB、78.5 dB、75 dB、80 dB 上下。各工况呈现出的统一规律为,建筑物第三层 的振动有最小趋势。同时图 14(a)~(d)中的曲线呈现明显的分层现象,即随着车速的增加,同一点的 VL<sub>zmax</sub> 也会随之变大。

### 5.2. 车型影响分析

通过工况二和工况四,可以对比出地铁车型为B型和A型时,建筑物振动响应的差异。

如图 15 所示,坐标轴含义与图 10 一致,图 15(b)~(d)中曲线出现明显分层现象,可知,当测点与隧道 距离相同时,同楼层下,A型车下的建筑物加速度有效值大于B型车下的建筑物加速度有效值。而图 15(a) 中曲线出现相互交错的原因可能是仿真耦合模型中是通过设置接触,模拟建筑物与土体相连,这种方法无 法完全模拟现实中建筑物和土体的连接,从而影响了结果数据的规律。



Figure 15. The effective value of acceleration on each floor of the building at different vehicle types. (a) First floor, second column; (b) second floor, second column; (c) third floor, second column; (d) fourth floor, second column 图 15. 不同车型下建筑物各层测点加速度有效值。(a) 第一层第二列; (b) 第二层第二列; (c) 第三层第二列; (d) 第 四层第二列

由于地铁车型为 A 型时,室内三分之一倍频程下的加速度级频谱图与图 12 类似,故未展示,此处 仅展示了工况四(A 型车)下各测点振动加速度级峰值的 1/3OCT 中心频率占比情况,如图 16 所示。



■ 63Hz ■ 80Hz



工况四中各层各测点的峰值频率都在 63 Hz 或 80 Hz 处,分别占比 52.5%、47.5%,两者占比相当; 工况二的占比情况见 4.1 小节。由此可见,即使地铁车型变化,室内振动峰值频率集中所在的位置不变, 与 4.1 小节车速变化下峰值频率所处位置规律一致,即都集中在中心频率 63 Hz 和 80 Hz 处。

如图 17 所示,不同地铁车型下最大 Z 振级 VL<sub>zmax</sub>的规律与图 15 相同工况下的加速度有效值相同,即当测点与隧道距离相同时,同楼层下,A 型车下的建筑物 VL<sub>zmax</sub>大于 B 型车下的建筑物 VL<sub>zmax</sub>,其中大致变化范围为 2 dB 左右。

#### 5.3. 层高影响分析

图 18 为部分工况下振动大小随楼层变化的对比图, 各测点含义见图 11。





**Figure 17.** The *VL*<sub>zmax</sub> on each floor of the building at different vehicle types. (a) First floor, second column; (b) second floor, first column; (c) third floor, second column; (d) fourth floor, first column **图 17.** 不同车型下建筑物各层测点 *VL*<sub>zmax</sub>。(a) 第一层第二列; (b) 第二层第一列; (c) 第三层第二列; (d) 第四层第 一列

如图 18 所示,各个图中都表现出随着楼层的增加,室内 VLzmax 先减小后增大的变化趋势,其中第 四层相对第三层都呈现上升趋势,但一般不会超过第一层的值。建筑物顶层振动出现放大现象的原因可 能是振动波从下往上传播时在顶层被阻拦了,其在顶层发生了反射行为,从而导致顶层的振动放大。振 动的变化规律与文献[3] [7] [16]中的结果一致。





Figure 18. The variation of VL<sub>zmax</sub> of the building with floor. (a) Working condition one; (b) working condition two; (c) working condition four
图 18. 建筑物室内 VL<sub>zmax</sub>随楼层变化。(a) 工况一; (b) 工况二; (c) 工况四

## 6. 结论

本文建立轨道-隧道-土体-建筑物三维有限元模型,利用实测数据验证模型的正确性后,计算分 析不同车速、不同车型下建筑物室内的振动响应,得到的结论如下:

1) 在不同车速、不同车型下,地铁列车运行引起建筑物室内振动的峰值主要集中的中心频率为 63 Hz 和 80 Hz,可见减振时,应该着重注意其措施对 63 Hz 与 80 Hz 下振动响应的作用。

2) 在地铁列车运行下,建筑物各层的最大 Z 振级 VL<sub>zmax</sub> 普遍随着楼层的增加,先减小后增大,其中 第三层有最小趋势,且不随着车速以及车型的变化而变化,所以在对建筑物进行振动评价以及减振时, 需要着重注意底层和顶层是否达标。

3) 随着地铁列车运行速度变大,建筑物各层的加速度有效值和最大 Z 振级 VL<sub>zmax</sub> 随之变大;当地铁 列车由 B 型车变为 A 型车时,建筑物各层的加速度有效值、最大 Z 振也都变大,但 VL<sub>zmax</sub> 变化幅度不大,为 2 dB 左右,说明地铁车型对建筑物振动的影响不大。

## 参考文献

- [1] 王艺臻. 城市轨道交通地下线诱发邻近建筑物振声特性及控制方法研究[D]: [硕士学位论文]. 北京: 北京交通大学, 2019.
- [2] 段玉振,段海滨,刘鹏辉,等.地铁振动噪声扰民投诉问题原因分析及整治技术研究[J].现代城市轨道交通, 2023(1): 84-89.
- [3] 康波. 地铁上方建筑物振动及二次噪声辐射分析[D]: [硕士学位论文]. 成都: 西南交通大学, 2011.
- [4] 唐娟. 地铁列车运行引起的建筑物内结构噪声研究[D]: [硕士学位论文]. 南昌: 华东交通大学, 2013.
- [5] 刘东辉. 软土地基既有建筑物在车辆激励下振动研究[D]: [硕士学位论文]. 长沙: 长沙理工大学, 2020.
- [6] 张胜龙. 地铁列车引起的周围建筑物振动及二次噪声预测研究[D]: [硕士学位论文]. 北京: 北京交通大学, 2016.
- [7] 杨尚福. 不同土体条件下地铁列车引起的环境振动及建筑物二次结构噪声分析[D]: [硕士学位论文]. 成都: 西南 交通大学, 2019.
- [8] 肖永武, 汪洁, 唐和生, 赵伟屹. 地铁引起建筑结构振动及室内辐射噪声的数值分析[J]. 结构工程师, 2014, 30(6): 77-84.
- [9] 住房和城乡建设部. JGJ/T 170-2009 城市轨道交通引起建筑物振动与二次辐射噪声限值及其测量方法标准[S]. 北京:标准出版社, 2009.
- [10] 代丰,杨吉忠,陈以庭.综合轨道交通下穿机场航站楼振动影响特性分析[J].建筑结构,2022,52(S2):685-693.
- [11] Sanayei, M., Maurya, P. and Moore, J.A. (2013) Measurement of Building Foundation and Ground-Borne Vibrations due to Surface Trains and Subways. *Engineering Structures*, 53, 102-111. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.03.038
- [12] 翟婉明. 车辆—轨道耦合动力学(上册) [M]. 北京: 科学出版社, 2015.
- [13] 靳伟江, 张思莹, 汶晓强, 石焕文. 随机不平顺激励下地铁整体道床式轨道振动特性研究[J]. 噪声与振动控制, 2022, 42(2): 128-133+85.
- [14] 杨新文, 翟婉明. 轨道交通轮轨噪声机理、预测与控制[M]. 上海: 同济大学出版社, 2017.
- [15] 马筠. 地铁列车振动对临近建筑物内结构噪声的影响[C]//中国声学学会. 第十届全国噪声与振动控制工程学术 会议论文集: 2005 年卷. 上海: 中国声学学会, 2005: 103-108.
- [16] 岳建勇. 地铁交通引起的建筑物振动实测与数值模拟分析[J]. 岩土力学, 2020, 41(8): 2756-2764+84.