

# Review of Research on Image Processing Using Stochastic Resonance

Xue Yang, Ting Li, Chaoqiong Yang, Jiamin Xie, Yiping Luo, Shilong Gao\*

College of Mathematics and Information Science, Leshan Normal University, Leshan Sichuan  
Email: [lunan1027@126.com](mailto:lunan1027@126.com)

Received: Oct. 8<sup>th</sup>, 2015; accepted: Oct. 22<sup>nd</sup>, 2015; published: Oct. 27<sup>th</sup>, 2015

Copyright © 2015 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

---

## Abstract

In this paper, the research results of stochastic resonance theory in image processing are summarized. On the basis of the existing image processing model of stochastic resonance theory, the application prospect of stochastic resonance theory in image processing is discussed.

## Keywords

Stochastic Resonance, Image Processing, Parameter Adjustment, Information Retrieval

---

# 随机共振在图像处理中的研究综述

杨雪, 李婷, 杨超琼, 谢佳敏, 罗艺苹, 高仕龙\*

乐山师范学院数学与信息科学学院, 四川 乐山

Email: [lunan1027@126.com](mailto:lunan1027@126.com)

收稿日期: 2015年10月8日; 录用日期: 2015年10月22日; 发布日期: 2015年10月27日

---

## 摘要

本文综述了随机共振理论在图像处理中已取得的研究成果, 并结合已有的基于随机共振理论的图像处理模型, 展望了随机共振理论在图像处理中的应用前景。

\*通讯作者。

文章引用: 杨雪, 李婷, 杨超琼, 谢佳敏, 罗艺苹, 高仕龙. 随机共振在图像处理中的研究综述[J]. 图像与信号处理, 2015, 4(4): 132-138. <http://dx.doi.org/10.12677/jisp.2015.44016>

## 关键词

随机共振, 图像处理, 参数调节, 信息恢复

## 1. 引言

随机共振概念是 Benzi 等[1]在 20 世纪 80 年代初研究古气象冰川问题时提出并用于解释第四纪全球气候冰期和温暖期交替出现所具有的周期性变化[2]。自此以后, 一直到 1983 年, Fauve 等人[3]才首次在 Schmitt 触发器的试验中用实验验证了随机共振现象的存在。1988 年, Mc Namara 等人[4]在双稳态激光器中通过音频信号调节激光膜的运动轨迹, 然后逐步加大噪声的强度, 再次发现了随机共振现象。至此, 人们才开始高度关注随机共振这一现象。

随机共振是非线性系统、噪声以及周期激励信号之间的一种协同作用。它揭示了当三者达到某种匹配状态时, 系统可以将噪声能量转化为信号能量从而使得微弱信号得以检测。随机共振技术打破了以往增强信号强度必先消除噪声的传统理念, 它的出现使得弱信号检测和处理技术更加实用。当前, 国内外关于随机共振的理论和应用研究已比较成熟, 发表的相关研究成果也很丰富[5][6], 并且已逐渐延伸至数字信号处理领域[7]-[9]。

图像处理一直是数字信号处理领域的一个重要内容。数字图像处理的经典方法已有很多。中值滤波法是将像素邻域内的中值代替该像素的值, 利用该方法可以达到消除孤立的噪声点的同时减少图像模糊程度的目的。均值滤波法一般是通过像素平均从而达到减小噪声的目的, 这种方法的优点主要是运算速度快、算法简单, 但是图像会出现一定程度的模糊。Wiener 滤波是以原图像和它的复原图像之间的最小均方误差为目标, 该方法是在 1949 年由 Wiener 首次提出的, 并对一维平稳时间序列进行估值, 效果良好, 但该方法需要知晓未退化图像和噪声的功率谱, 但在实际问题中, 这些信息我们一般难以获取。近年来, 随机共振理论在图像处理领域的应用也越来越广泛。2009 年, 沈伟等人[10]利用随机共振可以增强信号能量的特性, 提出了一种基于互信息熵比较, 自适应调节双稳态系统参数达到随机共振并复原含噪图像的方法。实验表明, 在强噪声背景下, 该方法比传统滤波方法复原效果更好, 鲁棒性更强。为提高磁共振图像的成像质量, 2010 年, 文献[11]提出了一种基于傅立叶变换域内的随机共振图像复原方法。实验表明, 该方法能从噪声图像中复原原始图像, 并最大限度的增强图像边缘和细节。2013 年, 何朝霞等人[12]引入多重时间尺度, 设计出了二维 Duffing 滤波器, 调节 Duffing 滤波器的参数形成随机共振, 并应用到图像去噪算法中。仿真实验表明, 该方法的效果明显优于均值滤波和自适应滤波。2014 年, Rajib Kumar 等人[13]提出了一种动态随机共振技术, 并应用于图像离散余弦变换域内的盲水印提取。实验证明, 该方法能显著提高水印提取算法的鲁棒性。2015 年, Jin Liu 等人[14]提出了一种基于非周期随机共振的二值图像增强技术。实验表明, 该方法无论是视觉效果还是峰值信噪比都优于传统的二值图像增强技术。总之, 随机共振在图像处理中的各种方法越来越新颖, 用途也越来越广泛。

本文主要综述随机共振理论在图像处理领域的研究成果[15]-[18], 并重点分析了几种基于随机共振理论的图像处理技术, 并根据已有的成果及其存在的问题, 对随机共振理论在未来图像处理中的应用与发展进行了展望。

## 2. 理论及相关分析

### 2.1. 基于参数调节随机共振的二值图像处理

文献[19]提出了一种利用参数调节随机共振对二值图像进行二维非线性滤波的处理方法。设二维非线性

性双稳态随机共振系统为:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\alpha \left( \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} \right) + az - bz^3 + \beta(x, y) + \gamma(x, y) \quad (1)$$

其中  $z = z(x, y)$  是二维双稳态系统的输出,  $\beta(x, y)$ ,  $\gamma(x, y)$  分别表示输入图像和输入图像的噪声,  $\alpha \left( \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} \right)$ ,  $\alpha > 0$  是系统的阻尼项,  $a, b, \alpha$  为待定的系统参数。  $\gamma(x, y)$  的自相关函数为

$$\langle \gamma(x, y) \gamma(x_1, y_1) \rangle = 2D \delta(x - x_1, y - y_1),$$

其中  $D$  为噪声强度。

设  $\Delta_x, \Delta_y$  分别为图像沿  $x$  和  $y$  方向的采样间隔, 利用特征线理论将方程(1)沿着特征线  $x = x_0 + l \cdot \Delta_x$ ,  $y = y_0 + l \cdot \Delta_y$  转化可得到如下方程组

$$\begin{cases} \frac{dz}{dl} = \Delta_x \cdot v \\ \frac{dv}{dl} = -\alpha(\Delta_x + \Delta_y) \cdot v + \Delta_y \cdot f(z) + \Delta_x^{-1} \cdot \gamma_1(l) \end{cases} \quad (2)$$

其中  $v = v(x, y)$  为系统输出的变化率,  $f(z) = az - bz^3 + \beta(x, y)$ ,  $\gamma_1(x, y)$  满足:  $\langle \gamma_1(l) \gamma_1(l_1) \rangle = 2D \delta(l - l_1)$ 。

由方程组(2)可得到如下的关于 Fokker-Planck 方程:

$$\frac{\partial \rho}{\partial l} = -\frac{\partial}{\partial z} (\Delta_x \cdot v \rho) - \frac{\partial}{\partial v} \left[ \left( -(\Delta_x + \Delta_y) \alpha v + \Delta_y f(z) \right) \rho \right] + \frac{D \cdot \partial^2 \rho}{\Delta_x \cdot \partial v^2} \quad (3)$$

其中  $\rho = \rho(z, v, l)$  是系统输出的动态概率密度。

经计算可得方程(3)的稳态解

$$\rho_0(z, v) = N_0 \exp \left[ -\frac{\Delta_x \alpha (\Delta_x + \Delta_y)}{2D} v^2 + \frac{\Delta_x \alpha (\Delta_x + \Delta_y)}{D} \int_0^z f(z) dz \right]$$

$N_0$  为归一常数,  $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_0(z, v) dz dv = 1$ 。

因为二值图像只有两级灰度, 所以用  $\beta(x, y) = +A$  表示该点的值为白,  $\beta(x, y) = -A$  表示  $(x, y)$  该点的值为黑, 若  $p_A$  为输入原始图像白的概率,  $p_{-A}$  为输入原始图像黑的概率, 当在系统(1.1)中输入被高斯白噪声污染后的二值图像后, 能得到系统输出的误码率如下:

$$BER \approx P_A \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(z, v, l_b) \Big|_{l=A} dv dz + P_{-A} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(z, v, l_b) \Big|_{l=-A} dv dz$$

其中

$$\rho(z, v, l) = \rho_0(z, v) + C_1 \theta_1(Z, v) e^{-\lambda_1^2 l} + C_2 \theta_2(Z, v) e^{-\lambda_2^2 l} + \dots \quad (4)$$

假设  $-A$  为上一个  $l_b$  段原始图像的值,  $A$  为下一个  $l_b$  段原始图像的值, 则由(1), (4)式可将系统输出的动态概率密度近似表示为:

$$\begin{aligned}
\rho(z, v, l) \Big|_{l=\pm A} &\approx \rho_0(Z, v) \Big|_{l=\pm A} + \left[ \rho_0(Z, v) \Big|_{l=\mp A} - \rho_0(w, v) \Big|_{l=\pm A} \right] \cdot \exp(-\lambda_1^s l) \\
&= N_0 \exp \left[ -\frac{\gamma \Delta_x (\Delta_x + \Delta_y)}{2D} v^2 + \frac{\gamma \Delta_y (\Delta_x + \Delta_y)}{D} \left( \frac{a}{2} z^2 - \frac{b}{4} z^4 \mp Az \right) \right] \\
&\quad + N \left\{ \exp \left[ -\frac{\gamma \Delta_x (\Delta_x + \Delta_y)}{2D} v^2 + \frac{\gamma \Delta_y (\Delta_x + \Delta_y)}{D} \left( \frac{a}{2} z^2 - \frac{b}{4} z^4 \mp Az \right) \right] \right. \\
&\quad \left. - \exp \left[ -\frac{\gamma \Delta_x (\Delta_x + \Delta_y)}{2D} v^2 + \frac{\gamma \Delta_y (\Delta_x + \Delta_y)}{D} \left( \frac{a}{2} z^2 - \frac{b}{4} z^4 \mp Az \right) \right] \right\} \exp(-\lambda_1^s l)
\end{aligned}$$

所以, 可以将优化的问题描述为:

$$\min_{\gamma, a, b, D = \text{const}, \lambda_1^s l_b = 3} \left[ p_A \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(z, v, l_b) \Big|_{l=A} dv du + p_{-A} \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(z, v, l_b) \Big|_{l=-A} dv du \right]$$

文献选取高斯白噪声干扰的二值图像为测试对象, 图像尺寸为  $476 \times 600$ , 用二维参数调节随机共振方法处理, 参数为  $D = 0.2, \gamma = 0.77, a = 0.015, b = 0.75$ , 得到最低误码率  $BER = 6.2\%$ ; 优于用空间均值滤波器滤波处理后的图像效果, 将该方法和空间均值滤波联合使用, 当  $D = 0.2, \gamma = 0.68, a = 0.01, b = 1.5$  时, 可得到最低误码率为  $BER = 3.6\%$ 。

## 2.2. 基于参数调节随机共振的灰度图像处理

设非线性双稳态随机共振系统的势函数为

$$U(x) = -\frac{1}{2} ax^2 + \frac{1}{4} bx^4$$

其中  $a, b$  为势函数的参数, 势函数如图 1。

系统参数与双稳系统的输出有着内在的物理联系, 随着参数的改变不但会导致势垒、势阱的改变, 还会使噪声能量相对重新分配, 从而影响随机共振图像的处理效果。因此, 选择适当的参数  $a, b$ , 可以使双稳系统获得最佳的随机共振状态。

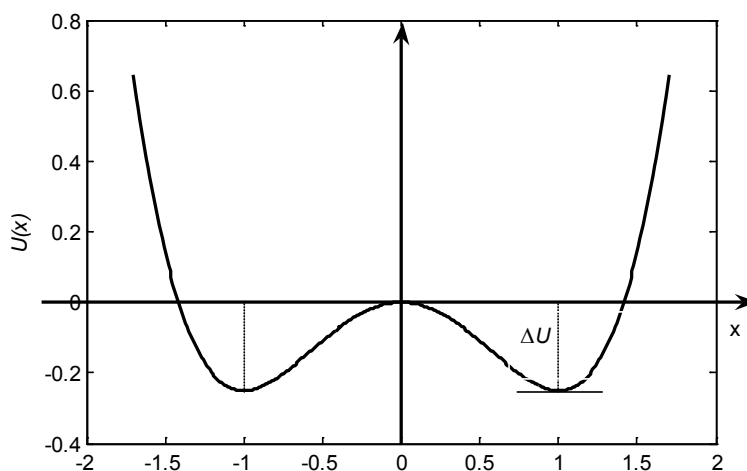


Figure 1. The curve of bistable potential function with  $a = b = 1$

图 1. 双稳势函数曲线  $a = b = 1$

文献[20] [21]指出, 可以通过灰度图像的相似程度和图像的偏离程度来判断随机共振的处理效果。显然相似程度越大, 偏离程度越小处理效果越好。其中相似程度用相似系数  $C(X, Y)$  表示, 其表达式为:

$$C(X, Y) = \frac{\langle XY \rangle - \langle X \rangle \langle Y \rangle}{\sqrt{\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2} \sqrt{\langle Y^2 \rangle - \langle Y \rangle^2}}$$

偏离程度用偏离系数  $E(X, Y)$  表示, 其表达式为:

$$E(X, Y) = \sqrt{\langle (X - Y)^2 \rangle}$$

两式中  $X(p, q)$  为标准参考图像,  $Y(p, q)$  为二维随机共振图像。  $\langle \bullet \rangle$  表示图像的平均值,

$$\langle XY \rangle = (pq)^{-1} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q X_{(i,j)} Y_{(i,j)}。$$

当含噪信号确定时, 改变双稳态系统参数  $a$ 、 $b$  会引起势垒  $\Delta U = a^2/4b$  的改变。文献[21]以添加高斯白噪声的 lena 灰度图像为实验对象, 通过讨论偏离系数  $E(X, Y)$  与系统参数  $a$ 、 $b$  的变化规律和相似系数  $C(X, Y)$  与系统参数  $a$ 、 $b$  的变化规律从而使二维随机共振图像达到最佳。

通过实验得到, 当高斯噪声的均值为 0, 方差为 0.4 时, 取参数  $a = 7$ ,  $b = 1$  可以获得相似系数  $C = 0.9265$ , 输出的二维随机共振图像较好; 取参数  $a = 4$ ,  $b = 100$  偏离系数  $E = 0.2235$ , 偏离程度较小此时输出的图像效果较好。

文献[22]从信噪比改善因子  $R$  的角度来选取参数  $a$ 、 $b$ , 其中信噪比改善因子  $R$  的单位为 dB, 定义为

$$R = 10 \lg \left( \frac{\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q O_{i,j} - I_{i,j}}{\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q J_{i,j} - I_{i,j}} \right)$$

式中,  $p$ 、 $q$  分别为图像的行和列,  $J_{i,j}$ 、 $I_{i,j}$  和  $O_{i,j}$  分别表示含噪图像、原始图像和复原输出图像第  $i$  行第  $j$  列像素的灰度值。如果  $R$  是负值, 则表示复原后含噪图像中的噪声被抑制, 所以  $R$  的值越越小则表明复原的效果越好。该文为降低选择参数的难度, 将系统参数  $a$  的值固定通过改变系统参数  $b$  来调节双稳态系统的性能从而调节输出图像的效果。

该文献选取 3 幅灰度图像为实验对象, 当参数  $a = 1$  时分别描出当含噪图像的信噪比为 2 dB、5 dB、8 dB 时, 信噪比改善因子  $R$  与参数  $b$  的变化规律, 从而选取适当的参数  $b$  使输出图像效果更佳。通过实验发现在  $b = 0.0005$  附近信噪比改善因子  $R$  取得极小值, 此时复原图像与原图像差异较小。

### 2.3. 随机共振和神经元模型的图像复原方法

基于文献[23]提出了一种基于随机共振和神经元模型的图像复原算法。图像复原原理是通过一些技术手段对失真图像进行处理, 然后重建图像, 从而提高退化图像的质量。图像的退化及其复原过程模型如图 2 所示。

其中  $f(x, y)$  表示原始图像,  $g(x, y)$  表示退化后图像,  $f'(x, y)$  表示复原后的图像,  $n(x, y)$  表示噪声。

图像复原算法是将同一个独立分布并且强度相等的高斯白噪声多次添加到图像信号, 在非线性系统中输入叠加信号并进行处理, 得到阈值化输出。在过程中通过不断更改噪声的强度, 找到最优的噪声强度, 从而得到最好的复原后图像。在此过程中利用神经元模型的随机共振机制, 通过调节噪声强度, 可

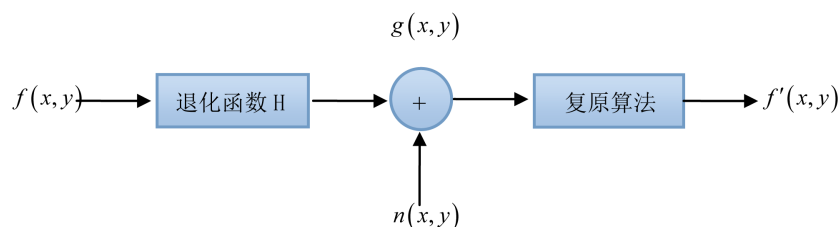


Figure 2. Image degradation and restoration model  
图 2. 图像退化及复原模型

以实现图像复原。实验证明，基于神经元模型的随机共振机制在复原被强噪声污染的图像时，该方法有一定的优越性。

### 3. 结束语

自 Benzi 提出随机共振基本理论以后，随机共振现象受到了工程技术人员的高度关注。近年来，随机共振理论已经渗透天文、地理、信息、生物、化学等领域并且还取得了重大研究成果。同时，作为非线性科学的一部分，随机共振也已成为一种新的信号分析与处理方法。

本文主要综述了随机共振理论在数字图像处理领域的应用，介绍了随机共振发展过程及在二值图像、灰度图像处理、图像复原等领域的应用及其相关基本理论。从研究中发现，一方面，随机共振理论在图像处理领域有广泛的应用前景，在图像去噪、图像复原、图像增强等方面都有极大的实用价值。最重要的是，基于随机共振理论的图像处理技术不同于传统图像处理中把噪声当成不利因素来处理，而是利用随机共振原理把噪声转化为信号能量，从而达到增强图像视觉效果的作用。另一方面，随机共振在图像处理中的应用，依然有很多问题值得深入研究和探讨。如：空间均值滤波器和二维参数调节随机共振方法的结合明显地体现了其优越性，但同时也增加了参数调节的维度，这就使得整个过程实行起来比较复杂。另外，虽然通过运用偏离系数指标和相似系数对图像质量进行了评价，并且得出了变尺度随机共振的步长  $h$  以及双稳系统参数  $a$ 、 $b$  对图像影响规律，确定了系统参数  $a$ 、 $b$  和步长  $h$  的选择方式，但如何实现自适应参数调节随机共振对图像的优化处理以及参数的最优化还有待进一步研究。还有，由于双稳态系统具有类似低通滤波器的特点，因此那些高频的细节损失掉了，如何使图像中边缘细节部分复原效果得到改善，也需进一步的研究。最后，现有基于随机共振的图像处理技术中，基本上都是在时空域对图像进行处理，如何结合频域技术和随机共振理论进行图像处理是一个值得期待的课题。

### 基金项目

乐山师范学院引进人才科研启动项目(Z1269)；四川省大学生创新创业训练项目(No. 201410649027)。

### 参考文献 (References)

- [1] Benzi, R., Sutera, A. and Vulpiani, A. (1981) The mechanism of stochastic resonance. *Journal of Physics A*, **14**, L453-L457. <http://dx.doi.org/10.1088/0305-4470/14/11/006>
- [2] Benzi, R., Parisi, G., Sutera, A., et al. (1982) Stochastic resonance in climatic change. *Tellus*, **34**, 10-16. <http://dx.doi.org/10.1111/j.2153-3490.1982.tb01787.x>
- [3] Fauve, S. and Heslot, F. (1983) Stochastic resonance in bistable system. *Physics Letters A*, **97**, 5-7. [http://dx.doi.org/10.1016/0375-9601\(83\)90086-5](http://dx.doi.org/10.1016/0375-9601(83)90086-5)
- [4] McNamara, B., Wiesenfeld, K. and Roy, R. (1988) Observation of stochastic resonance in a ring laser. *Physics Letters A*, **60**, 2626-2629. <http://dx.doi.org/10.1103/physrevlett.60.2626>
- [5] Enrico, S., Massimo, R., Charles, S., et al. (1997) Visual perception of stochastic resonance. *Physical Review Letters*, **78**, 1186-1189. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.78.1186>

- [6] Piana, M., Canfora, M. and Riani, M. (2000) Role of noise in image processing by the human perception system. *Physical Review E*, **68**, 1104-1109. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.62.1104>
- [7] Li, X.F., Cao, G.Z. and Liu, H.J. (2014) Aperiodic signals processing via parameter-tuning stochastic resonance in a photorefractive ring cavity. *AIP Advances*, **4**, Article ID: 047111. <http://dx.doi.org/10.1063/1.4871406>
- [8] Yang, B.Y., Wang, L.L., et al. (2015) Weak signal detection based on adaptive cascaded bistable stochastic resonance system. *Procedia CIRP*, **27**, 292-297. <http://dx.doi.org/10.1016/j.procir.2015.04.081>
- [9] Lu, S.L., He, Q.B. and Kong, F.R. (2015) Effects of underdamped step-varying second-order stochastic resonance for weak signal detection. *Digital Signal Processing*, **36**, 93-103. <http://dx.doi.org/10.1016/j.dsp.2014.09.014>
- [10] 沈伟, 庞全, 范影乐 (2009) 双稳态自适应随机共振的强噪声图像复原研究. *计算机工程与应用*, **15**, 180-182.
- [11] Subramanyam Rallabandi, V.P. and Roy, P.K. (2010) Magnetic resonance image enhancement using stochastic resonance in Fourier domain. *Magnetic Resonance Imaging*, **28**, 1361-1373. <http://dx.doi.org/10.1016/j.mri.2010.06.014>
- [12] 何朝霞, 刘凯 (2013) 基于 Duffing 随机共振的图像去噪技术研究. *科学技术与工程*, **26**, 7683-7687.
- [13] Jha, R.K., Chouhan, R., et al. (2014) Dynamic stochastic resonance-based improved logo extraction in discrete cosine transform domain. *Computers & Electrical Engineering*, **40**, 1917-1929. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compeleceng.2013.07.024>
- [14] Liu, J. and Li, Z. (2015) Binary image enhancement based on aperiodic stochastic resonance. *IET Image Processing*, **7**. <http://dx.doi.org/10.1049/iet-ipr.2014.0709>
- [15] 杨保国, 田坦, 长殿伦 (2011) 双稳态随机共振系统参数选择快速算法及应用. *哈尔滨工业大学学报*, **3**, 282-287.
- [16] 向学勤, 范影乐, 庞全, 薛凌云 (2009) 基于神经元阈上非周期随机共振机制的灰度图像复原研究. *中国图象图形学报*, **1**, 77-81.
- [17] 庞全, 钱诚, 杨翠容, 范影乐 (2008) 基于双稳态随机共振的图像复原技术研究. *中国图象图形学报*, **8**, 1447-1453.
- [18] Simonotto, E., et al. (1997) Visual perception of stochastic resonance. *Physical Review Letters*, **78**, 1186-1189. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.78.1186>
- [19] 杨异康 (2011) 二维随机共振理论及其在图像处理中的应用. 博士论文, 浙江大学, 杭州.
- [20] 陈可, 范影乐, 李轶 (2011) 双稳态随机共振机制及其在图像复原中的应用. *中国图象图形学报*, **7**, 1170-1177.
- [21] 冷永刚, 赵尔华, 石鹏, 张莹 (2011) 二维随机共振参数调节的图像处理. *天津大学学报*, **10**, 907-913.
- [22] 赵尔华 (2012) 图像二维随机共振研究. 硕士论文, 天津大学, 天津.
- [23] 曾品善 (2014) 随机共振机制在图像复原中的应用. *科技视界*, **34**, 180-182.