# Normal Mode Decomposition Based on Uniform Circular Array

Tianyu Liu<sup>1</sup>, Xinhua Zhang<sup>2</sup>, Peng Li<sup>3</sup>, Lanrui Li<sup>1</sup>

 <sup>1</sup>Administrative Division for Postgraduate of Dalian Naval Academy, Dalian Liaoning
 <sup>2</sup>Military Ocean Department of Dalian Naval Academy, Dalian Liaoning
 <sup>3</sup>Department of Underwater Acoustic Engineering of Harbin Engineering University, Harbin Heilongjiang Email: 76019136@qq.com

Received: Aug. 10<sup>th</sup>, 2017; accepted: Aug. 24<sup>th</sup>, 2017; published: Sep. 1<sup>st</sup>, 2017

#### Abstract

Shallow sea waveguide has complicated marine environment. Sound waves often propagate in a simple form. Modal separation of Normal mode is very important for target detection and location in shallow sea waveguides. The linear array in the modal separation has great limitation. Combined with the propagation characteristics of normalmodes, the separation method which is based on uniform circular array of a normal mode is proposed. Firstly, the target position is estimated by using circular array, and the modal intensity of each order Normal mode is obtained by combining the azimuth information and the beamforming principle of mode domain, do the beam forming on the beam domain and the modal separation is achieved. In this paper, we use the beamforming theory of modal domain on a circular array, and the results are verified by simulation. Simulation results show that the algorithm, without marine environment conditions as a priori knowledge, can separate the modal and estimate the horizontal wavenumber.

## Keywords

**Circular Array, Modal Separation, Depth Estimation** 

# 基于均匀圆阵的简正波模态分解

# 刘天宇<sup>1</sup>,章新华<sup>2</sup>,李 鹏<sup>3</sup>,李兰瑞<sup>1</sup>

<sup>1</sup>海军大连舰艇学院研究生管理大队,辽宁 大连 <sup>2</sup>海军大连舰艇学院 军事海洋系,辽宁 大连 <sup>3</sup>哈尔滨工程大学 水声工程系,黑龙江 哈尔滨 Email: 76019136@qq.com

收稿日期: 2017年8月10日; 录用日期: 2017年8月24日; 发布日期: 2017年9月1日

# 摘要

浅海波导海洋环境复杂,声波往往以简正波的形式进行传播。简正波的模态分离对于浅海波导中的目标 探测与定位有着重要的意义。由于线阵在做模态分离时有着很大的局限性,本文结合简正波的传播特性 基于均匀圆阵提出了一种简正波模态分离方法。首先应用圆阵对目标方位进行估计,结合方位信息利用 模态域波束形成原理,做波数域上的波束形成,得到各阶简正波的模态强度并实现波数域上的模态分离。 本文从理论上推导了圆阵上的模态域波束形成以及模态分离的过程,并用仿真对圆阵的模态分离方法进 行了验证。仿真结果表明:该算法无需海洋环境条件作为先验知识,即可在波数域对模态进行分离,并 能对水平波数做出较为准确的估计。

## 关键词

圆阵,模态分离,模态分布

Copyright © 2017 by authors and Hans Publishers Inc. This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY). http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

CC O Open Access

# 1. 引言

由于浅海波导环境复杂多变,声信号在海洋中传播受其影响很大,海面和海底的反射、散射产生了 多途干涉效应,使声波呈多模态传播。因此在估计目标的方位或者深度时,如果可以实现模态的有效分 离或得到水平波数,对浅海波导中的目标探测与定位有极大的助益。Vincent E. Premus [1]等人基于垂直 阵对模态进行分离,然而垂直阵的姿态在水中很难保持,应用有很大的局限性。Florent Le Courtois [2]等 人利用水平阵实现了对模态的分离,但是需要阵列的端射方向朝向目标,而线阵的方位估计性能在端射 方向最差。因此水平阵的模态分离与方位估计存在着矛盾。

在现代声纳系统中,圆弧阵列因其特有的阵列结构具有 360°均匀的指向性,并且不存在左右舷模糊的缺陷[3]。因此在圆阵上应用模态分离,不会与方位估计产生冲突。

# 2. 均匀圆阵

如图 1 所示,设平面离散均匀间隔的圆阵半径为 r,为方便表示,将阵元按顺时针方向表示为  $G_1 \cdots G_N$ , 设圆心 o 通过阵元  $G_1$ 的方向选作 0°方向。阵元的个数为 N,则相邻两个阵元之间的夹角为 $\alpha = 2\pi/N$ 。 设信号从 $\theta$ 方向入射,那么到达圆心 o 的信号假定为  $Acos2\pi ft$ 。第 i 个阵元  $G_i$ 所接收到的信号为  $s_i(t) = Acos\{2\pi f[t + \tau_i(\theta)]\}$ ,其中 $\tau_i(\theta)$ 为  $G_i$ 相对于圆心 o 的延时[4],即

$$\tau_i(\theta) = \frac{r\cos\left[\theta - (i-1)\alpha\right]}{c}, i = 1, \cdots, N$$
(1)

这里 c 代表水中的声速。c/f 用波长 \lambda 来表示,其中

$$s_i(t) = A\cos(2\pi f t + \varphi_i), \, \varphi_i = \frac{2\pi r}{\lambda} \cos\left[\theta - (i-1)\alpha\right]$$
(2)

为了在理想方向形成波束,本文将 $G_i$ 信号加以延时 $\tau_i(\theta_0)$ ,得到信号为



**Figure 1.** The element phase difference of *m* modal normal mode wave 图 1. 第 *m* 阶模态简正波的阵元间相位差

$$s_{i}\left[t-\tau_{i}\left(\theta_{0}\right)\right] = A\cos\left\{2\pi f\left[t+\Delta_{i}\left(\theta_{0}\right)\right]\right\}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=} A\cos\left\{2\pi f\left[t+\Delta_{i}\left(\theta\right)\right]\right\}$$
(3)

其中,  $\Delta_i(\theta) = \tau_i(\theta) - \tau_i(\theta_0)$ ,

文献[3] [5] [6]给出了均匀圆阵的阵列流行导向矢量(即每个阵元的相移矢量):

$$A(\theta) = \left[a_1, a_2, \cdots, a_N\right]^{\mathrm{T}}; \tag{4}$$

$$a_i = e^{if\tau}$$
,又因为时间 $\tau = R/c$ ,因此 $a_i = e^{ifR/c} = e^{if/cR}$ ,令 $f/c = k$ ,则  
 $a_i = e^{jkR}$  (5)

根据波束形成原理[7],当信号传播到各基元时,由于声程差的缘故,每个基元输出的信号是有差异的。我们将这差异进行人为的补偿到每个信号都相同,则叠加后的结果很容易得到目标的方位。类似地,我们在搜索时不搜索方位,而是改成搜索(6)式中 *k* 对应的相位,则可以实现圆阵的简正波模态分解。

# 3. 简正波原理与模态分离

# 3.1. 简正波原理与模态分离

文献[8] [9] [10]给出了简正波的绝热近似理论,可以得出接收声压谱为:

$$Y(f,r,z,z_s) \approx \frac{e^{j4\pi}}{\rho\sqrt{8\pi}} S(f) \sum_{n=1}^{N} \psi_n(z_s) \psi_n(z) \frac{e^{jk_m(f)r}}{\sqrt{k_m(f)r}}$$
(6)

其中  $z_s$ 和 z分别为声源深度和接收阵布放深度, r 为声源和接收阵之间的距离,  $\psi_n$ 是依赖于深度变化的第 n 阶简正波的模式函数,  $k_m(f)$ 为第 n 阶简正波的水平波数, S(f) 为声源的幅频响应,  $\rho$  为介质密度, N 为当前频率下的波导中存在的简正波阶数[11]。由(6)式可以得出,水平阵各个阵元接收到的声压可以 看作是声源产生的各阶简正波在接收点处叠加的结果,各阶简正波的相位随距离的变化是独立的,依赖 于每一阶简正波的水平波数变化。因此利用简正波的相位信息,就可以对接收到声压信号进行模态域上 的分离。

#### 3.2. 模态域波束形成原理

在远场条件下,第 *k* 个阵元接收到的数据与原点之间的时间延时为  $\tau_k = \frac{R}{c} \cos(\varphi_k - \theta) \circ R$  为圆阵的 半径, *c* 为声源在该水域的声速,  $\varphi_k$ 是第 *k* 个阵元与 *x* 轴的夹角,  $\theta$  是信号到达角,相位差为  $e^{ik\tau_k} \circ n$  则第 *m* 个阵元所接收到的声压可表示为:

$$Y_m(f) = Y_1(f) \exp\left(-jk(f)(m-1)\tau_k\right)$$
(7)

其中Y<sub>1</sub>(f)为频点f处到达第一个阵元的声压。考虑到每阶简正波的传播方式,上式可以改写为:

$$Y_{m}(f) = \frac{e^{j4\pi}}{\rho\sqrt{8\pi}} S(f) \sum \psi_{n}(Z_{s}) \psi_{n}(Z) \frac{e^{jk_{m}(f)(r+(m-1)\tau_{k})}}{\sqrt{k_{m}(f) \cdot (r+(m-1)\tau_{k})}}$$
(8)

根据简正波理论可知,声波在浅海波导中传播时是以简正波的形式进行传播的。一个声信号可以分 解为多阶简正波,而简正波之间可以看作是独立传播的。本文把每一阶简正波当作一个独立的声信号, 如图 1 所示,因为每一阶简正波的水平波数不同,所以声波到达水平圆阵的每个阵元的相位延迟 τ<sub>k</sub> 也是 不同的。根据圆阵波束形成原理[12],按照 x 阶简正波所对应的水平波数进行相位补偿时,其它阶简正波 分量并不能同相叠加。首先根据圆阵对目标信号进行方位估计,得到信号方位信息后,本文做波数域上 的波束形成,当搜索的波数等于某阶简正波的水平波数,即会出现该阶简正波对应的波束输出的峰值。 各阶简正波波束输出之间的幅度比与模态强度比是一致的[11]。波束输出 Y<sub>em</sub> (*f*,*x*) 表达式如下:

$$Y_{sum}(f,x) \simeq \frac{e^{j4\pi}}{\rho\sqrt{8\pi}} S(f) \psi_x(z_s) \psi_x(z) \frac{e^{jk_{rx}(f)r}}{\sqrt{k_{rx}(f)r}} + M$$
<sup>(9)</sup>

其中 M 为其它模态的残留分量,当阵元数较多时,叠加输出  $Y_{sum}(f,x)$  主要由第 x 阶的模态分量决定, 不考虑其它模态残留量 M 产生的影响。我们就得到了各阶简正波的能量分布与对应的水平波数,并实现 了在波数域上的模态分离。为了便于观察模态分离的效果,本文定义  $B_x(z_s,z)$  为模态强度,作为模态域 波束形成后的幅度的参考值。式中 $\psi_x(z)$ 为深度 z 对应的模式函数,经过 kracken 仿真得到。模态强度 B公式如下:

$$B_{x}(z_{s},z) = \frac{\mathrm{e}^{j4\pi}}{\rho\sqrt{8\pi k_{kx}(f)}} \psi_{x}(z_{s})\psi_{x}(z)$$
<sup>(10)</sup>

# 4. 仿真与实验结果

### 4.1. 波导模型

本文应用 Pekeris 波导,基于 kracken 软件进行仿真。本文获取了简正波模态,以经过声源与水听 器连线的所在直线做海洋垂直剖面,该剖面以海面为 r 轴,过声源做垂直于海平面的 z 轴,可以得到声 源坐标为(0, z<sub>s</sub>),水听器坐标为(r, z)。浅海波导条件如图 2 所示,波导深度 D = 100 m,海水中的介质 密度为  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,声速为 1500 m/s,海底的介质密度为 1500 kg/m<sup>3</sup>,声速为 1600 m/s,海底衰减 为 0.2 dB/ $\lambda$ 。

#### 4.2. 模态分离仿真实验结果及结论

图 3 所示是差异化条件下所做仿真实验结果,差异化条件在对应图下均有标注。 图 3(a)所示是在声源目标频率为 100 Hz 条件下,圆阵阵元数为 256,半径为 500 m,入射角度为 50°,





Figure 3. The simulation conclusion and reference chart of normal mode wave modal separation based on circle array 图 3. 圆阵的简正波模态分离仿真结果与参考图

接收阵与声源距离为 10 km, 声源深度为 5 m, 接收阵深度为 95 m 时的经过模态域波束形成后的模态分离结果。图 3(b)所示是在声源目标频率为 100 Hz 条件下,圆阵阵元数为 256,半径为 1000 m,入射角度为 50°,接收阵与声源距离为 10 km,声源深度为 5 m,接收阵深度为 95 m 时的经过模态域波束形成后的模态分离结果。图 3(c)是同等条件下经过 kracken 软件直接仿真得到的结果,作为模态幅度的参考值。仿真结果显示:经过模态分离后的各阶简正波幅度与 kracken 软件得到的模态强度参考值是对应的,但是第二阶模态从图上观察未与第一阶模态分开。这是因为模态分离要求阵列孔径较大,而第一阶第二阶模态间的波数间隔较小,所以在当前仿真条件下,只能区分 1,3,4,5 阶简正波。并根据峰值的位置得到 1,3,4,5 阶水平波数为: 0.4167、0.4109、0.4035、0.3958,与参考水平波数 0.4179、0.4100、0.4028、0.3938 基本上是一致的,均匀圆阵的 5 阶模态分离效果比较良好。

图 3(d)所示是在声源目标频率为 100 Hz 条件下,圆阵阵元数为 256,半径为 500 m,入射角度为 50°,接收阵与声源距离为 10 km,声源深度为 10 m,接收阵深度为 50 m 时的经过模态域波束形成后的模态分离结果。图 3(e)所示是在声源目标频率为 100 Hz 条件下,圆阵阵元数为 256,半径为 1000 米,入射角度为 50°,接收阵与声源距离为 10 km,声源深度为 10 m,接收阵深度为 50 m 时的经过模态域波束形成后的模态分离结果。图 3(f)是同等条件下经过 kracken 软件直接仿真得到的结果,作为模态幅度的参考值。仿真结果显示:经过模态分离后的各阶简正波幅度与 kracken 软件得到的模态强度参考值是对应的,但是第 5 阶模态没有被明显分离开来。这是因为模态分离第 5 阶能量较小受旁瓣影响较大,所以在当前仿真条件下,只能区分 1,2,3,4 阶简正波。并根据峰值的位置得到 1,2,3,4 阶水平波数为:0.4178、0.4142、0.4103、0.4023,与参考水平波数 0.4179、0.4150、0.4100、0.4028 基本上是一致的,均匀圆阵的 5 阶模态分离效果比较理想。

基于此,我们得出如下结论:本文在已知海洋环境条件、目标的距离范围和目标声源的深度条件下, 基于均匀圆阵进行模态域分离,取得了理想的分离效果。在同等条件下,圆阵半径越大,则模态分离效 果越好,声源和接收阵的深度差越小,则分离效果越好。基于本文结论,我们就可以通过分离模态进行 匹配,从而可以较为准确地估计目标的深度。

### 致 谢

感谢我的导师章新华教授,他严谨细致、一丝不苟的作风一直是我工作、学习中的榜样;他循循善

诱的教导和不拘一格的思路给予我无尽的启迪。

感谢我的师兄李鹏,这篇学术论文的每个实验细节和每个数据,都离不开你的细心指导。而你开朗 的个性和宽容的态度,帮助我能够很快的融入我们这个实验室。在此,我还要感谢在一起愉快的度过研 究生生活的师兄师弟们,正是由于你们的帮助和支持,我才能克服一个一个的困难和疑惑,直至本文的 顺利完成。

# 参考文献 (References)

- [1] Vincent, E., Premus, J., Christ, W. and Richmond, D. (2004) Mode Filtering to Acoustic Source Depth Discrimination. *IEEE*, **2**, 1415-1420.
- [2] Florent, L.C. and Bonnel, J. (2015) Compressed Sensing for Wideband Wavenumber Tracking in Dispersive Shallow Water. Acoustical Society of America, 138, 575-583.
- [3] 姜斌, 韩树平, 衣垄讳. 均匀圆阵 MVDR 波束形成算法研究[J]. 声学学报, 2009, 28(6): 59-62.
- [4] 李启虎. 声纳信号处理引论[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 172-179.
- [5] 何明浩,李膺东,张贤达. 基于均匀圆阵的宽频段二维零点预处理 MUSIC 算法[J]. 电子与信息学报, 2002, 24(11): 1470-1474.
- [6] 余新来. 基于圆阵的水下近程目标方位估计研究[D]: [硕士学位论文]. 西安: 西北工业大学, 2007.
- [7] 李启虎. 声纳信号处理引论[M]. 北京: 科学出版社, 2012: 160.
- [8] 许海波, 曹力, 吴大进. 关于系统绝热近似[J]. 华中理工大学学报, 1993(21): 36-39.
- [9] 何永军. 浅海距离有关波导耦合简正波数值建模[D]: [硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2005.
- [10] 王宁, 黄晓圣. 简正波绝热近似判据[J]. 中国科学, 2001, 31(9): 858-864.
- [11] 李鹏, 章新华, 付留芳, 曾祥旭. 一种基于模态域波束形成的水平阵被动目标深度估计[J]. 物理学报, 2017, 66(8): 084301.
- [12] 田坦. 声纳技术[M]. 哈尔滨工程大学出版社, 2009: 67-71.

**Hans**汉斯

#### 知网检索的两种方式:

- 1. 打开知网页面 <u>http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD</u>下拉列表框选择: [ISSN], 输入期刊 ISSN: 2329-1273, 即可查询
- 2. 打开知网首页 <u>http://cnki.net/</u> 左侧 "国际文献总库"进入,输入文章标题,即可查询

投稿请点击: <u>http://www.hanspub.org/Submission.aspx</u> 期刊邮箱: jisp@hanspub.org