

小波变换的图像增强

马丁艺, 姑丽加玛丽·麦麦提艾力

新疆师范大学数学科学学院, 新疆 乌鲁木齐

收稿日期: 2023年12月3日; 录用日期: 2024年1月8日; 发布日期: 2024年1月15日

摘要

本文对于水下图拍摄照片不清晰和雾天图受天气影响的问题, 提出了一种基于直方图均衡和小波变换相结合的图像增强方法。首先将图像归一化转为灰度图像, 再利用二维离散小波变换的方法把图片分为四个子图, 接着对低频部分的子图进行直方图均衡的图像增强, 并且对其他部分子图进行置零处理, 最后将处理过后的四个子图进行二维离散小波逆变换, 重构出增强图像。文章进一步对小波变换中的滤波器进行多维度处理, 并且对小波变换分解和重构的层次进行进一步分析, 结果发现随着滤波器维数和小波变换层数的增加, 图像增强的效果更好。

关键词

图像增强, 小波变换, 滤波器, 小波变换层数

Image Enhancement by Wavelet Transform

Dingyi Ma, Gulijiamali Maimaitiaili

School of Mathematics Science, Xinjiang Normal University, Urumqi Xinjiang

Received: Dec. 3rd, 2023; accepted: Jan. 8th, 2024; published: Jan. 15th, 2024

Abstract

In this paper, an image enhancement method based on histogram equalization and wavelet transform is proposed to solve the problems of unclear underwater images and weather affected fog images. First, the image is normalized into gray level image, and then the image is divided into four subgraphs by two-dimensional discrete wavelet transform. Then, the low-frequency subgraphs are enhanced by histogram equalization, and the other subgraphs are zeroized. Finally, the four subgraphs after processing are reconstructed by two-dimensional discrete wavelet inversion. In this paper, the filter in wavelet transform is processed in multiple dimensions, and the levels of decomposition and reconstruction of wavelet transform are further analyzed. The results show that with the increase of filter dimension and wavelet transform layer, the image enhancement effect is

文章引用: 马丁艺, 姑丽加玛丽·麦麦提艾力. 小波变换的图像增强[J]. 图像与信号处理, 2024, 13(1): 1-9.

DOI: 10.12677/jisp.2024.131001

better.

Keywords

Image Enhancement, Wavelet Transform, Filter, Wavelet Transforms the Number of Layers

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 介绍

随着科学技术的发展, 人类对海洋的探索不断深入, 但是在获取水下图像信息时, 水下图像会出现严重的噪声干扰、颜色衰退、图像信息的丢失等问题, 这直接造成无法提取到有用的信息, 无法进行后续工作的开展, 因此进行水下图像增强具有重要的意义[1]。在有雾的天气中, 由于大气散射的作用, 所拍摄的图像颜色失真、对比度也有所降低, 图像的整体质量也会下降, 使得提取的图像质量不尽人意, 图像的视觉效果受到严重的影响[2]。低质量图像严重影响了户外视频及图像采集设备的应用, 这对城市交通、卫星监控等带来了安全隐患, 给人民的生活带来不便, 所以对雾天所获取图像进行增强处理, 来提高图像质量, 具有重要的现实意义[3]。本文提出了一种对水下图和雾天图像增强都有较好效果的基于直方图均衡和小波变换相结合的图像增强方法。

关于图像增强的研究已经有许多可以借鉴的资料, 常见的图像增强技术包括方图均衡化、滤波、锐化、去噪等通过图像增强, 可以使图像更清晰、更具有视觉冲击力, 有助于提高图像的可视化效果和后续图像处理的性能[4]。有些对于二进小波变换进行图像增强研究, 运用小波阈值法抑制图像中的噪声, 从而达到图像增强的效果[5]。对图像小波变换得到不同分辨率下表征图像低频及高频信息的小波系数, 对小波系数单支重构, 进行图像增强处理[6]。还有基于 Retinex 算法和小波变换结合的图像增强算法[7]。将传统方法与小波变换相结合对于增强图像会有很好的效果, 本文在已有方法的基础上[8]将直方图均衡传统图像增强方法和小波变换相结合, 并且对不同滤波器和小波分解层数进行进一步分析。

本文提出的方法是对灰度图像进行二维离散小波变换分解处理, 对分解后的低频子图进行直方图均衡, 对剩下三个子图进行置零处理, 再利用小波变换进行重构, 并且进一步对小波变换滤波器进行维数和小波变换层数改变。通过和其他传统的图像增强方法对比, 本文提出的增强方法得到比较理想的视觉效果。

本文结构安排如下: 第二节讨论了什么是离散小波变换; 第三节讨论了不同图像增强方法和本文提出的直方图均衡和小波变换相结合的图像增强; 第四节介绍相关检测指标; 第五节进行对比实验; 第六节给出结论。

2. 离散小波变换

小波变换(Wavelet Transform)是一种信号分析方法, 如图 1 所示, 它能够在不同尺度上对信号进行分析, 从而提取出信号中不同频率成分的信息。小波变换具有时频局部化的特点, 能够在时间和频率上都能够进行局部化分析, 因此在图像处理、图像压缩、信号处理、模式识别等领域中得到广泛应用。它能够捕捉到信号的瞬时特征, 并且具有完备性、归一性和局部性等特点, 可以提供更丰富的信号特征信息, 对于处理非平稳信号和局部特征突出的图像具有较好的效果[9]。

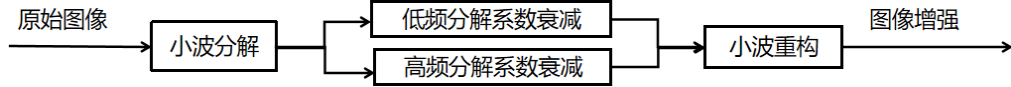


Figure 1. Basic principle of image enhancement based on wavelet transform
图 1. 基于小波变换的图像增强基本原理

小波变换使用小波函数作为基函数, 通过对信号进行连续或离散的分解和重构操作, 将信号分解成不同尺度和频率的子信号。这些子信号表示了信号在不同时间和频率上的局部特征。

$$w_f(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \varphi_{a,b}(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) a^{-\frac{1}{2}} \varphi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2.1)$$

其逆变换为:

$$f(t) = \frac{1}{C_\varphi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} a^{-2} w_f(a, b) \varphi_{a,b}(t) da db \quad (2.2)$$

其中

$$C_\varphi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\varphi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty \quad (2.3)$$

其中, φ 为傅里叶变换, C_φ 取有限值。

小波变换分为连续小波变换(Continuous Wavelet Transform, CWT)和离散小波变换(Discrete Wavelet Transform, DWT)两种形式。连续小波变换是在连续尺度上对信号进行分解, 生成连续的小波系数图。而离散小波变换是将信号分解成不同尺度和频率上的离散小波系数, 通过多级分解可以得到变换后的信号的尺度和频率信息。在实际应用中, 连续小波变换必须加以离散化。因此, 有必要讨论连续小波序列 $\varphi_{a,b}(t)$ 和连续小波变换 $w_f(a, b)$ 离散化。所以, 本文重点运用离散小波变换技术。

在连续小波中, 考虑函数

$$\varphi_{a,b}(t) = a^{-\frac{1}{2}} \varphi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2.4)$$

这里, $b \in R$, $a \in R_+$, 且 $a \neq 0$, φ 是容许的, 为方便起见, 在离散化中, 总限制 a 只取正值, 这样相容性条件就变为

$$C_\varphi = \int_0^\infty \frac{|\hat{\varphi}(\tilde{\omega})|^2}{\tilde{\omega}} d\tilde{\omega} < \infty \quad (2.5)$$

通常, 把连续小波变换中尺度参数 a 和平移参数 b 的离散化公式分别取作对应的离散小波函数 $\varphi_{j,k}(t)$ 即可写作 $a = a_0^j$, $b = ka_0^j b_0$, 这里 $j \in Z$, 扩展步长 $a_0 \neq 1$ 是固定值, 为方便起见, 总是假定 $a_0 > 1$ 。所以对应的离散小波函数 $\varphi_{j,k}(t)$ 即可写作

$$\varphi_{j,k}(t) = a_0^{-\frac{j}{2}} \varphi\left(\frac{t - ka_0^j b_0}{a_0^j}\right) = a_0^{-\frac{j}{2}} \varphi(a_0^{-j} t - kb_0) \quad (2.6)$$

而离散化小波系数则可表示为

$$C_{j,k} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \varphi_{j,k}^*(t) dt = \langle f, \varphi_{j,k} \rangle \quad (2.7)$$

其重构[9]公式为

$$f(t) = C \sum_{-\infty}^{+\infty} \sum_{-\infty}^{+\infty} C_{j,k} \varphi_{j,k}(t) \quad (2.8)$$

C 是一个与信号无关的常数。

3. 增强函数

直方图均衡操作是指对图像直方图进行处理, 使得处理后的图像直方图为平坦形状。

在直方图连续的情况下, 实现直方图变换可以使用如下灰度变换公式:

$$s = f(r) = \int_0^r p_r(w)dw \tag{3.1}$$

其中, r 代表待增强图像的某个灰度值, $p_r(w)$ 为变量 r 的概率密度函数, f 为亮度变换函数, s 为亮度变换后新的灰度值。

但在实际的离散情况中, 图像的灰度值的取值是有限制的。这导致变量 r 必定是一个离散的随机变量。对于有着 L 种灰度值取值可能的离散随机变量 r 来说, 原图像灰度值 r_k 出现的概率近似为:

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n}, k = 0, 1, 2, \dots, L-1 \tag{3.2}$$

其中, n 为图像中的像素数目的总数, n_k 是灰度值为 r_k 的像素数目, L 为图像中可能的灰度值数目。则原来连续情况下的可以有直方图均衡效果的变换函数的离散形式可以表示为:

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k p_r(r_j) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n}, k = 0, 1, 2, \dots, L-1 \tag{3.3}$$

在图像增强中, 线性变换是指通过对图像的像素值进行线性组合来改变图像的对比度和亮度。线性变换的一般形式可以表示为:

$$Y = kX + b \tag{3.4}$$

也就是新像素值 = 原像素值 × 斜率 + 截距。

对数变换是图像增强中一种常用的方法, 用于增强低对比度图像的可视化效果。对数变换的原理是通过对图像的灰度值进行对数变换, 将原始图像的灰度范围映射到更广的范围内, 从而增强图像的对比度和细节。对数变换的数学表达式如下:

$$A0 = c * \log(1 + A) \tag{3.5}$$

其中, $A0$ 是新像素值 A 是原像素值, c 是拉伸系数, 控制对数变换的程度。一般情况下, c 的取值范围在 0 到 255 之间。

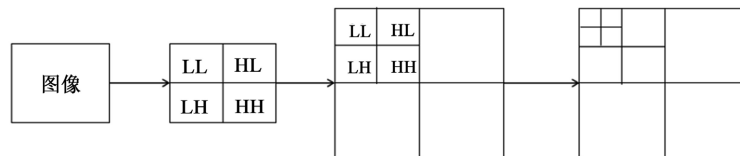


Figure 2. Hierarchical decomposition of wavelet transform
图 2. 小波变换的层次分解

在频率变换域中, 图像被分割成多个频带。这些变换通过改变变换域中的图像系数, 然后执行逆变换来用于图像增强。在本文中, 我们利用了 DWT, 因为它是最重要的变换之一。小波变换使用许多不同的滤波器, 滤波器将图像分解成几个频率。这些频率是分别表示近似图像、水平、垂直和对角细节分量的 LL、HL、LH 和 HH 频带。DWT 的过程是通过将输入信号通过具有不同尺度和频率的滤波器来完成的。小波变换将图像分成四个不同分辨率的频带, 这些频带代表了分析图像的细节系数和粗略近似[10]。

如果使用 DWT 的图像分析阶段的 LL 分量被采取, 并且再次应用 DWT 并且该过程重复不止一次, 则我们将具有多级分解, 并且这也被称为金字塔分解。如图 2 所示, DWT 系数幅值在 LL 频带中较大, 并且对于 HL、LH、HH 频带较小。

本文选取 Db 滤波器, 使用小波变换对水下图和雾天图像进行小波分解, 得到一个低频子图(LL)和三个高频细节子图(LH、HL、HH), 对低频子图使用直方图均衡进行处理, 对三个高频子图分别进行系数置零, 最后将处理过后的子图同样选取 Db 滤波器, 进行小波逆变换重构, 得到最终的增强图像, 如图 3 所示, 并与其他传统增强方法效果进行对比。

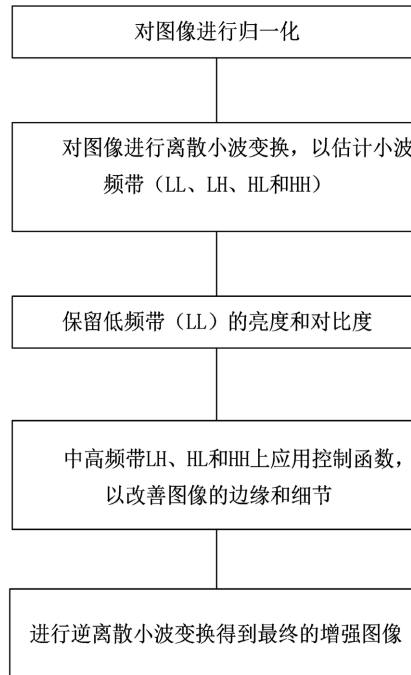


Figure 3. Main steps of wavelet transform
图 3. 小波变换主要步骤

4. 检测指标

1、均方根误差(RMSE): RMSE 是计算增强后图像与原始图像之间的差异的指标。它可以衡量图像增强对原始图像的重建误差。

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N}} \quad (4.1)$$

其中 N 代表图像中的像素个数, \bar{X} 是像素均值, X_i 是每个像素值。

2、峰值信噪比(PSNR): PSNR 是衡量图像质量的常用指标之一。它通过计算增强后图像与原始图像之间的均方误差来衡量图像的失真程度。PSNR 值越高, 表示图像质量越好。

$$PSNR = 10 \times \log(f_{MAX})^2 / RMSE^2 \quad (4.2)$$

f_{MAX} 表示重构图像中的最大像素灰度值。

3、结构相似性指数(SSIM): SSIM 是一种衡量图像相似度的指标, 它综合考虑了亮度、对比度和结构信息。SSIM 值介于 0 到 1 之间, 越接近 1 表示图像质量越好。

5. 实验

首先, 对比不同图像增强的方法, 利用检测指标发现直方图均衡和小波变换的图像增强方法效果最好。其次, 通过进一步优化小波变换, 改变滤波器维数和小波变换层次可以使图像增强效果更明显, 视觉效果更好。



Figure 4. Lena diagram under different enhancement methods
图 4. 不同增强方法下的 Lena 图

Table 1. Related indicators in Lena map
表 1. Lena 图的相关指标

检测指标	对数变换	线性变换	直方图均衡和小波变换
PSNR	8.4183	6.2513	35.5228
RMSE	86.5009	111.0117	3.8176
SSIM	0.0147	0.4635	0.8412

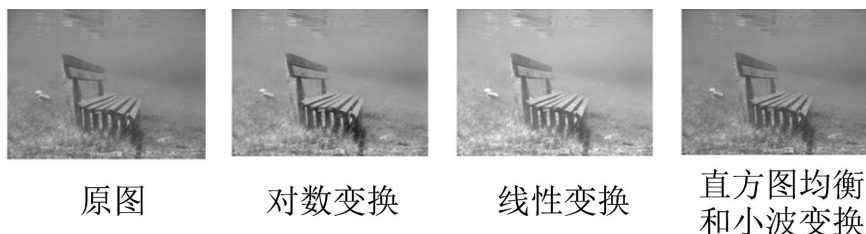


Figure 5. Underwater images under different enhancement methods
图 5. 不同增强方法下的水下图

Table 2. Relevant indicators of underwater maps
表 2. 水下图的相关指标

检测指标	对数变换	线性变换	直方图均衡和小波变换
PSNR	5.6976	7.2795	35.6629
RMSE	132.3312	110.2974	4.6876
SSIM	0.0116	0.7146	0.8904

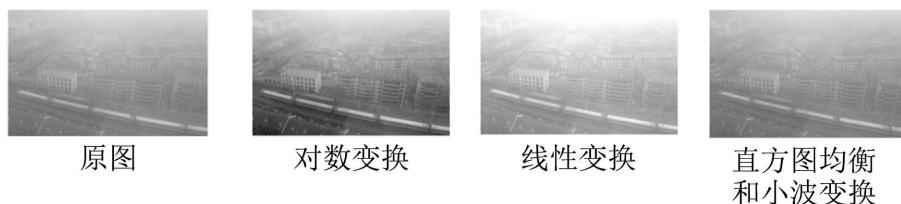


Figure 6. Fog images under different enhancement methods
图 6. 不同增强方法下的雾天图

Table 3. Related indicators of fog map
表 3. 雾天图的相关指标

检测指标	对数变换	线性变换	直方图均衡和小波变换
PSNR	3.3739	3.1358	40.5813
RMSE	162.7489	167.2713	2.3037
SSIM	0.0089	0.6351	0.8986

通过上述三个实验, 见图 4~6, 运用不同增强方法进行图像增强, 对比 PSNR、RMSE 和 SSIM 三个指标, 见表 1~3, 相比之下发现直方图均衡和小波变换的图像增强方法中 RMSE 最小, PSNR 和 SSIM 最大, 图像增强效果是最好的。

接下来通过改变滤波器维数和小波变换的层数对图像进行进一步小波变换方法优化的图像增强实验。



Figure 7. Lena enhancement of wavelet transform under different filters
图 7. 不同滤波器下小波变换的 Lena 增强图

Table 4. Related indicators in Lena map
表 4. Lena 图的相关指标

检测指标	不同滤波器			
	Db1	Db2	Db3	Db4
PSNR	33.6629	35.2910	35.5143	35.5831
RMSE	4.9675	4.4606	4.0521	3.9485
SSIM	0.8714	0.9021	0.9039	0.9103

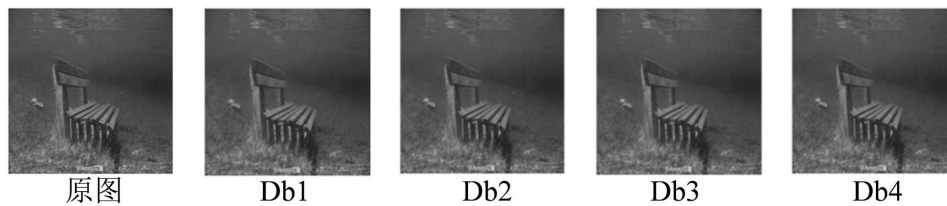


Figure 8. Underwater enhancement of wavelet transform under different filters
图 8. 不同滤波器下小波变换的水下增强图

Table 5. Relevant indicators of underwater maps
表 5. 水下图的相关指标

检测指标	不同滤波器			
	Db1	Db2	Db3	Db4
PSNR	35.6629	37.1930	37.5023	37.5940
RMSE	4.6876	4.1606	3.9511	3.8397
SSIM	0.8904	0.9129	0.9199	0.9233



Figure 9. Fog enhancement of wavelet transform under different filters
图 9. 不同滤波器下小波变换的雾天增强图

Table 6. Related indicators of fog map
表 6. 雾天图的相关指标

检测指标	不同滤波器			
	Db1	Db2	Db3	Db4
PSNR	40.5813	42.0166	43.3322	44.4927
RMSE	2.3037	1.9248	1.6315	1.45155
SSIM	0.8986	0.9216	0.9306	0.9364

可以看到随着滤波器维度的增加, 见表 4-6, RMSE 越来越小, PSNR 和 SSIM 越来越大, 见图 7-9, 图像增强效果越来越好。

进一步改变小波变换层数, 随着层数的增加, 见图 10-12, 图像增强的视觉效果越来越好。



Figure 10. Lena diagram of different wavelet transform layers
图 10. 不同小波变换层数的 Lena 图



Figure 11. Underwater maps with different wavelet transform layers
图 11. 不同小波变换层数的水下图



Figure 12. Fog map with different wavelet transform layers
图 12. 不同小波变换层数的雾天图

6. 结论

本文将小波变换运用到图像处理中, 将线性变换、对数变换和本文提出的直方图均衡和小波变换相结合的图像增强方法进行对比, 运用三个检测指标, 得出本文提出的方法对于增强图像具有非常重要的意义。接着, 不断优化滤波器维度和小波变换层数, 可以得到更好的视觉增强效果。

参考文献

- [1] 符贻, 李俊霖, 韦晔. 基于小波变换的图像融合研究[J]. 电脑知识与技术, 2022, 18(34): 32-34.
- [2] 董静薇, 赵春丽, 海博. 融合同态滤波和小波变换的图像去雾算法研究[J]. 哈尔滨理工大学学报, 2019, 24(1): 66-70.
- [3] 李亮, 刘亚勇, 李慧, 王仁龙, 李梦浩. 离散小波变换快速探测卫星机动算法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2022, 54(12): 73-79.
- [4] 项聪, 陶永鹏. 基于小波变换的图像增强处理算法的研究[J]. 计算机与数字工程, 2017, 45(8): 1643-1646.
- [5] 刘逸飞, 李向群, 陈后全, 祇旭, 崔捷, 杨耀华. 基于二进小波变换的图像增强技术研究[J]. 电子元件与信息技术, 2021, 5(4): 158-160.
- [6] 陈莉. 基于小波变换的图像增强算法[J]. 陕西理工学院学报(自然科学版), 2014, 30(1): 32-37.
- [7] 王新竹, 吕绪良, 李凌, 张治, 吴远江. 一种基于 Retinex 算法和小波变换的图像增强方法[J]. 装备制造技术, 2018(9): 72-76.
- [8] 贺欢, 吐尔洪江·阿布都克力木, 何笑. 一种基于 MALLAT 算法的图像去雾方法[J]. 新疆师范大学学报(自然科学版), 2020, 39(1): 23-27.
- [9] 冯晶晶, 陈文利, 董丹凤. 基于小波变换的图像信号分解与重构[J]. 电子设计工程, 2021, 29(16): 177-180.
- [10] 胡奕彬, 周鑫, 沈爱国, 胡槌. 基于改进小波变换的图像去噪与融合[J]. 齐齐哈尔大学学报(自然科学版), 2023, 39(3): 33-38.