

The Chaotic Neural Network Model of Monthly Runoff Forecast Based on Wavelet De-Noising*

Jianzhong Zhou[#], Juanjuan Zhang, Jun Guo, Yongchuan Zhang

College of Hydroelectric and Digitalization Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan
Email: [#]jz.zhou@hust.edu.cn

Received: Apr. 29th, 2012; revised: May 17th, 2012; accepted: May 28th, 2012

Abstract: Runoff process is highly nonlinear characteristics under the synthetic action of weather system and underlying surface system. Considering the strong correlation and high complexity of runoff time series, the wavelet transform is applied to eliminate noise in the monthly runoff time series in this paper, of which the Lyapunov index method is used to recognize the chaotic feature of the monthly runoff time series. On this basis, the phase space restructure of chaos theory is used to calculate the best delay time and saturated embedding dimension of the runoff time series from 1882 to 2008 of the Yichang station. At last, taking the times series computed by the phase space restructure as the input of chaotic neural network model to get the proposed model by network training. Prediction results show that this model can process a complex hydrological data series better, and is of higher prediction accuracy and good prospect of engineering application.

Keywords: Runoff Forecast; Wavelet Do-Noising; Saturated Embedding Dimension; Chaotic Neural Network

基于小波消噪的混沌神经网络月径流预报模型*

周建中[#], 张娟娟, 郭俊, 张勇传

华中科技大学水电与数字化工程学院, 武汉
Email: [#]jz.zhou@hust.edu.cn

收稿日期: 2012年4月29日; 修回日期: 2012年5月17日; 录用日期: 2012年5月28日

摘要: 受天气系统和流域下垫面系统综合作用的影响, 径流过程具有高度的非线性特征。针对径流时间序列强相关性和复杂特性, 本文综合运用小波变换、混沌理论和神经网络非线性理论对水文时间序列进行分析和预测。首先通过小波变换对月径流序列进行消噪处理, 然后推求出大于零的李雅普诺夫指数, 证实了宜昌站的月径流序列具有混沌特性, 为此引入混沌理论中的相空间重构方法计算出宜昌站 1882~2008 年月径流序列的最佳延迟时间和饱和嵌入维数, 进而以相空间重构后的时间序列作为神经网络的输入进行网络训练得到最佳的混沌神经网络径流预报模型。实例研究结果表明, 该模型能较好地处理复杂非线性径流序列, 预测精度高, 具有实际工程应用价值。

关键词: 径流预报; 小波消噪; 饱和嵌入维数; 混沌神经网络

1. 引言

*基金项目: 高等学校博士学科点专项科研基金(20100142110012); 水利部公益性行业科研专项(201001080)。

[#]通讯作者。

作者简介: 周建中(1959-), 男, 湖北武汉人, 教授, 博士研究生导师, 主要从事水资源高效利用研究。

传统的水文时间序列预测方法都基于一维空间, 可以单一的进行确定性分析和随机性分析, 但不能将两者统一起来, 而水文系统从降雨到径流, 中间要经历包括蒸发、下渗、产流、汇流等复杂的动力过程, 并受到下垫面因子、地质、土壤及人类活动等多种因

素的影响, 因此径流过程具有高度的非线性特征。小波变换、神经网络和混沌理论都是目前非线性预测问题研究的热点^[1-3], 但国内外学者综合利用这些非线性理论的特点, 对含噪声的水文时间序列进行预测的研究成果尚不多见。针对复杂径流时间序列预测这类研究问题, 混沌理论的引入可以解决水文时间序列混沌特性的辨识及其非线性预测。混沌时间序列的非线性导致其内部存在确定的规律性, 这种规律性表现为时间序列在相空间重构后的相关性^[4], 使得水文系统有了一定的记忆功能, 然而通常的解析方法很难表达出这种规律, 而神经网络正好具备这种信息处理能力。近十年来, 神经网络在认识时间序列混沌特性的应用中显示了十分重要的作用^[5]。噪声的存在不利于对水文系统的真实变化进行观测, 从而会在一定程度上影响预测精度, 因此在进行混沌时间预测之前有必要对径流序列进行消噪处理, 以提高数据的可靠性和预报精度。

本文将神经网络与相空间重构理论相结合, 采用小波变换作为神经网络建模的样本数据进行预处理, 建立了月径流预报模型。首先采用史坦(Stein)无偏风险阈值法对月径流时间序列进行小波消噪, 然后计算径流序列的最佳延迟时间和饱和嵌入维数进行相空间重构, 将一维径流时间序列拓展为多维序列作为BP神经网络的输入, 最后以宜昌站逐月平均入库径流序列为例进行了混沌特性识别和径流预测。

2. 径流时间序列的小波消噪

2.1. 小波分析

水文现象是一个复杂的动态过程, 因此径流序列表现出高度非线性和多时间尺度特性, 其中包含了确定成分和随机成分。小波分析^[6]是基于傅里叶变换发展起来的一种具有良好的时、频多分辨率功能的分析方法, 能通过一系列平移和伸缩等运算实现对函数或信号的多尺度细化分析并提取信号中的有效信息。径流序列的观测值可以看作一个有用信号和一个服从高斯分布的白噪声信号的叠加。对于这种加法性噪声模型, 正交小波变换可以将其能量集中在白噪声对应的小波系数上且不会使白噪声的性质发生变化。在实测得到的径流时间序列中, 有用信号通常表现为低频信号, 而噪声则表现为高频信号, 小波变换能将二者

进行有效分离。由此, 可根据不同信号小波变换后表现出的不同特性, 对小波分解后的小波系数进行处理, 将处理后的序列加以重构, 从而得到消噪后的水文时间序列。小波变换的定义如下:

对任意函数 $f(t) \in L^2(R)$, 令 $L^2(R)$ 为平方可积空间, 其离散小波变换公式为:

$$W_f(a, b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (1)$$

式中, $\psi(t) \in L^2(R)$ 为母小波, $\overline{\psi(t)}$ 表示 $\psi(t)$ 的复共轭, a 为伸缩因子, b 为平移因子。

原信号 $f(t)$ 通过连续小波变换系数由反演计算得到, 即对任意 $f(t)$ 上连续的点 $x \in R$, 其重构公式可表述为:

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{a^2} W_f(a, b) \psi_{a,b}(t) da db \quad (2)$$

式中, $C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty$ 为函数 $\psi(t)$ 能作为母小波, 其傅里叶变换 $\hat{\psi}(\omega)$ 必须满足的条件。

2.2. 小波消噪

小波阈值消噪^[7]的基本思想是对径流时间序列进行多层小波分析, 识别出其中的高频成分(噪声信号), 并对每层高频序列所对应的小波分解系数进行阈值处理, 对处理后的小波系数进行反变换, 重构出消噪后的径流序列。实现过程中涉及阈值估计和阈值函数的选取两个问题。如果阈值太小, 仍有残留的噪声; 相反, 阈值太大, 会过滤掉很多有用信号造成偏差。阈值函数则体现了对于各层系数中模大于和小于某阈值的系数的处理策略, 可分为硬阈值方法和软阈值方法。基于以上两点, 本文采用基于软阈值函数的经典史坦(Stein)的无偏风险阈值方法^[8], 且在该准则(均方差准则的无偏估计)下能够获得趋近于理想的阈值。运用小波变换实现径流时间序列消噪的步骤如下:

1) 径流时间序列的小波分解。选择合适的小波函数并确定小波分解的层数 N , 然后对原始径流时间序列 X' 进行 N 层小波分解, 即对径流序列进行多分辨率的分解。分解后得到低频系数序列 $A_i (i=1, 2, \dots, N)$ 和 N 层高频系数序列 $D'_i (i=1, 2, \dots, N)$;

2) 高频小波系数的阈值处理。对 $1 \sim N$ 层的每一

层高频系数 $D_i'(i=1, 2, \dots, N)$, 选择一个阈值进行量化处理, 从而得到去噪后该层的高频系数

$D_i(i=1, 2, \dots, N)$; 本文采用史坦(Stein)的无偏风险阈值方法确定阈值, 首先将某一高频序列的小波系数的平方由小到大排列, 得到向量 $U = [u_1, u_2, \dots, u_i]$, 然后根据 U 计算风险向量 $R = [r_1, r_2, \dots, r_n]$, 其中:

$$r_i = \frac{n - 2i + (n - i)u_i + \sum_{j=1}^i u_j}{n} \quad (3)$$

选择 R 中最小元素 r_b 作为风险值, 并由 r_b 的下标 b 找到对应的 u_b , 从而确定阈值 T 为:

$$T = \sigma \sqrt{w_b} \quad (4)$$

式中, σ 为噪声强度。

3) 径流时间序列的小波重构。利用小波分解得到的第 N 层低频系数 A_N 和阈值处理后的第 1 层~第 N 层的高频系数 $D_i(i=1, 2, \dots, N)$, 进行径流时间序列的小波重构, 得到消噪后的径流序列 X 。

3. 径流时间序列的相空间重构

混沌是一种过程的科学, 混沌现象固有的确定性表明了随机现象的可预测性。由混沌系统提取出非线性时间序列, 并对混沌系统的未来进行预测是混沌理论应用一个十分重要的领域^[9]。从时间序列研究混沌始于 Packard 和 Takens 提出的重构相空间理论^[10], 对于 d 维混沌吸引子的标量时间序列 $\{x(t)\}$, 只要嵌入维数满足 $m \geq 2d + 1$, 在拓扑不变的意义下总可以找到一个二维的嵌入相空间, 即从一维混沌时间序列中重构的相空间与其原系统拓扑等价, 二者在动力学特性的定性意义上完全相同, 因此在这个重构的相空间中, 对混沌时间序列进行判定、分析与预测从而把握混沌时间序列的性质与规律是可行的。可见, 重构相空间是混沌时间序列研究的关键。

本文采用了坐标延迟相空间重构技术^[11], 其核心问题是两个参数的确定: 最佳延迟时间 τ 和饱和嵌入维数 m 。这两个参数确定以后就能将一维的时间序列扩展到多维的相空间, 具体方法如下:

设混沌时间序列为 $\{x(t): t=1, 2, \dots, N\}$, $x(t)$ 为 t 时刻系统的运动状态, 令嵌入维数为 m , 延迟时间为 τ , 则构建 m 维的相空间上的矢量为

$$x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)), \text{ 其中}$$

$x_m(t) = x(t + (m - 1)\tau)$ 。每一个矢量对应相空间中的一个相点, 该相点代表了系统在某个瞬时的特定状态, 相点的连线所构成的轨迹则表示了系统状态随时间的演变。

4. 基于 BP 神经网络的径流预测

误差反传前馈网络(Back Propagation, 简称 BP 网络)^[12]是目前应用最广泛的神经网络算法, 一般由一个输入层、一个输出层和中间层(一个或多个隐含层)组成, 且输入层只和中间层连接, 中间层再与输出层相连, 每一层的各个神经元之间不存在连接。BP 神经网络的学习过程是在拓扑结构确定以后, 输入信息正向传播, 经过中间层的加权处理并在输出层经过作用函数运算之后输出到输出单元得到结果值, 将结果值和期望值进行比较, 若误差不在可接受范围之内, 则误差反向传播, 沿原先的连接通路返回, 然后反向的逐层修改各层神经元之间的连接权值, 从而减小误差, 直到输出满足要求为止^[13]。实践证明, 三层结构的 BP 网络就可以满足水文预报的一般要求。网络的拓扑结构如图 1 所示:

采用 BP 神经网络模型结合相空间重构理论进行全局逼近的具体学习过程如下:

步骤 1: 收集月径流数据, 进行小波消噪, 设径流时间序列为 $x(t): t=1, 2, \dots, N$;

步骤 2: 确定最佳延迟时间 τ 和饱和嵌入维数 m , 重构相空间 $X(t): t=1, 2, \dots, n - (m - 1)\tau$;

步骤 3: 确定 BP 网络的结构, 以饱和嵌入维数作为混沌神经网络模型输入层节点数, 初始化各层之间的权值和阈值以及网络的学习效率等参数;

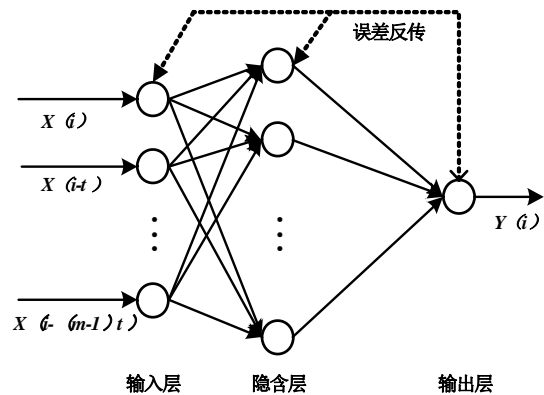


Figure 1. BP neural network topological structure
图 1. BP 神经网络拓扑结构图

步骤 4: 将重构的相空间 $X(t)$ 作为神经网络的输入, 选取消噪后的径流时间序列进行网络训练, 直至满足精度要求, 记录此时的网络参数;

步骤 5: 利用得到的最佳混沌神经网络模型对未来月径流进行预测。

5. 实例研究

本文搜集了宜昌站 1882~2008 年共 127 年的实测月径流数据作为研究资料, 以前 117 年的数据为训练样本对后 10 年的月径流过程进行预测检验。

5.1. 小波消噪

母小波中 *Daubechies* 小波对不规则信号较为灵敏, 其中 *Db4* 小波相比其他 *Db* 小波具有更好的时间分辨率^[14]。因此本文对宜昌站月径流时间序列选用 *Db4* 正交小波函数进行 3 级 *Mallat* 小波分解, 然后通过 *Stein* 无偏风险阈值法确定阈值, 对月径流序列实行软阈值处理, 最后通过小波重构得到消噪后的径流序列。

5.2. 确定相空间重构参数

本文分别采用自相关函数法和 CAO 方法来计算宜昌站月径流时间序列的最佳延迟时间 τ 和饱和嵌入维数 m 。

图 2 为宜昌站月径流时间序列的自相关函数图, 一般情况下, 当自相关函数随延迟时间增大而衰减明显时, 取自相关函数第一次通过零点所对应的时间 t 为重构相空间的最佳延迟时间, 此时保证了各嵌入坐标间的相关性最小^[15], 由图 2 可看出, 自相关函数首次通过零点所对应的时间为 3, 故选择最佳延迟时间 $\tau = 3$ 。

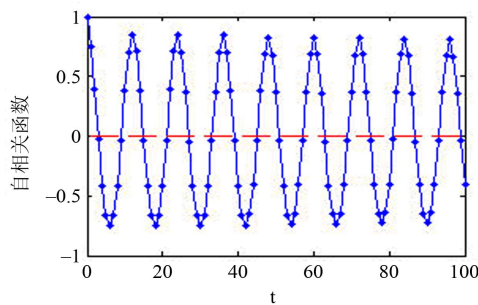


Figure 2. Autocorrelation function of monthly runoff series
图 2. 月径流序列自相关函数

应用 CAO 方法^[16]计算最佳嵌入维数。CAO 方法是判断伪邻近点的改进方法, 该方法只需要延迟时间 τ 一个参数, 利用较小的数据量就可以有效区分随机信号和周期性信号, 并求得嵌入维数。

设嵌入维数为 m , 延迟时间为 τ , 构建 m 维的相空间上的矢量 $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t))$, 其中 $x_m(t) = x(t + (m-1)\tau)$ 。第 t 个重构矢量 $\mathbf{x}(t)$ 的最近邻点以 $\mathbf{x}(t)'$ 表示, 定义:

$$a(t, m) = \frac{\|x_{m+1}(t) - x_{m+1}(t)'\|}{\|x(t) - x(t)'\|} \quad (5)$$

其中: $t = 1, 2, \dots, N - m\tau$

$$E(m) = \frac{1}{N - m\tau} \sum_{i=1}^{N - m\tau} a(t, m) \quad (6)$$

其中 $E(m)$ 是延迟时间 τ 和嵌入维数 m 的函数, CAO 方法仅考虑 $E(m)$ 随嵌入维数的变化, 定义:

$$E1(m) = \frac{E(m+1)}{E(m)} \quad (7)$$

当大于某一个值 m 时, $E1(m)$ 不再明显变化并且接近于 1, 则选择此时对应的维数为宜昌站月径流序列的饱和嵌入维数。由图 3 可看出, 随着嵌入维数 m 的增加, $E1(m)$ 也随之变化, 当 $m = 12$ 时, $E1(m)$ 达到饱和, 故选择饱和嵌入维数为 $m = 3$ 。

5.3. 混沌特征识别

李雅普诺夫指数是混沌动力在整个吸引子或无穷长轨道上运动的主要特征量^[17], 可以度量混沌系统对初始条件的敏感程度, 是判断混沌存在和混沌特性的一个重要依据。在实际应用中, 受数据量和

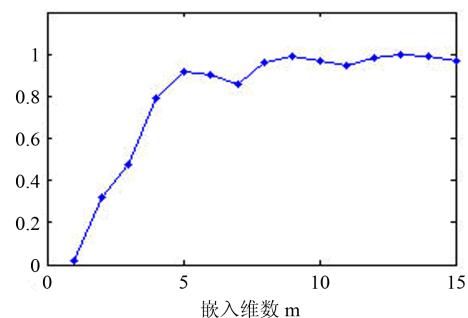


Figure 3. Relation graph of $E1(m)$ and m
图 3. $E1(m)$ - m 关系图

噪声的影响, 计算完整的李雅普诺夫指数谱存在困难, 而格力波基在 1983 年证明了只要最大李雅普诺夫指数大于零, 就可以肯定系统的混沌性质, 因此本文运用了小数据量法^[18]计算月径流的最大李雅普诺夫指数。在相空间重构过程中, 先寻找每个点的最近邻域点并限制短暂分离以保证邻域点沿不同的轨道运动, 然后计算每个点到其最近邻域点的距离和每对邻域点在一定离散步长后的距离, 最后由最小二乘法作出回归直线得到最大李雅普诺夫指数约为 0.0721, 说明宜昌站的月径流序列确实具有混沌特性, 可以采用混沌预测方法对其进行预测。

5.4. 径流预测与结果分析

本文应用宜昌站的月径流数据以延迟时间 $\tau = 3$ 和嵌入维数 $m = 12$ 进行相空间重构, 由嵌入相点作为

BP 神经网络预报模型的输入样本集, 以 1882~1998 年的数据作为训练样本, 然后对 1999~2008 年的月径流进行预测检验。网络训练中 BP 神经网络的隐含层节点数 K 的选取十分重要。一般情况下, 预测对象越复杂, 隐含层节点数应越多。实际上, 若 K 值过大, 会造成训练样本的过拟合, 即训练过程中过多地捕获了样本的个性特征而弱化了样本的共性特征, 虽然增加了训练精度, 但会造成预报精度的下降; 而 K 值太小, 网络映射能力不足将无法准确的近似混沌动力学函数。故本文采用试算法选取 K , 即逐渐增大隐含层单元数, 多次训练后当 K 大于某一个值时模型的均方误差若达到最小, 则选取此时的 K 为最优参数, 经过逐次训练确定 $K = 13$ 。

为增加可比性, 本文还采用自回归模型对相同数据进行了预测, 结果见图 4 和表 1 和表 2。

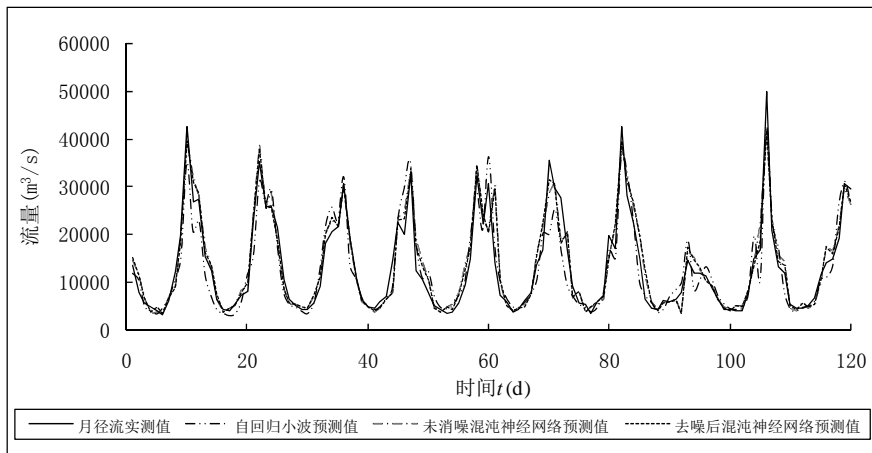


Figure 4. Results of monthly flow forecast at the Yichang station from 1999 to 2008
图 4. 宜昌站 1999~2008 年月径流预测结果

Table 1. Error statistics of monthly runoff prediction of training period
表 1. 训练期月径流预测误差统计表

预测类型	平均相对误差(%)	平均绝对误差(m ³ /s)	均方误差(m ³ /s)	确定性系数
自回归小波	18.80	2259.41	3082.68	0.9044
未消噪的混沌神经网络	15.02	1854.54	2693.43	0.9308
消噪后的混沌神经网络	14.37	1739.12	2514.51	0.9396

Table 2. Error statistics of monthly runoff prediction of verification period
表 2. 检验期月径流预测误差统计表

预测类型	平均相对误差(%)	平均绝对误差(m ³ /s)	均方误差(m ³ /s)	确定性系数
自回归小波	19.11	2523.83	3549.18	0.8722
未消噪的混沌神经网络	17.25	2094.41	3136.37	0.9002
消噪后的混沌神经网络	16.10	1921.91	2958.87	0.9112

由图4可以看出, 消噪后的混沌神经网络预测相比自回归小波模型预测效果要好, 预测结果更接近实测值, 而消噪后的混沌神经网络预测结果目测区别不大。表1和表2也表明各项精度指标上, 消噪前后的混沌神经网络训练期和检验期的预测结果都能满足水利部规范要求, 但消噪后的混沌神经网络的预测结果相比于消噪前训练期的平均相对误差减小了0.65%, 平均绝对误差降低了115.42 m³/s, 均方误差减小了178.92 m³/s, 检验期的平均相对误差减小了1.15%, 平均绝对误差降低了172.50 m³/s, 均方误差减小了177.50 m³/s, 而消噪后的混沌神经网络训练期和检验期的确定性系数均有所提高, 说明噪声的存在确实会影响预测的精度, 本文利用消噪后相空间重构的径流时间序列作为训练样本得到的神经网络模型进行预测时能在一定程度上提高预测的精度。

6. 结论

本文提出了基于小波消噪和神经网络的月径流预报模型, 并对宜昌站的月径流过程进行了预测, 主要结论如下:

1) 鉴于水文序列中的噪声会加大混沌系统的饱和和关联维数使水文系统更趋复杂, 从而影响预测精度, 本文引入小波理论, 对宜昌站的月径流序列进行消噪处理, 并用消噪后的序列作为训练样本得到最佳混沌神经网络模型, 预测结果表明小波分析具有良好的消噪功能, 能有效实现信噪分离, 从而提高预报的精度。

2) 本文采用混沌理论的相空间重构方法计算得到宜昌站月径流序列的最佳延迟时间 $\tau=3$ 和饱和嵌入维数 $m=12$, 结合神经网络原理, 建立了混沌神经网络月径流预报模型。搜集了宜昌站1882~2008年共127年的实测月径流数据作为研究资料, 以前117年的数据作为训练样本对后10年的月径流过程进行预测检验。结果表明, 预测模型在预测精度上满足水文规范要求, 若对影响径流变化的因素再考虑的更加充分, 预测结果应该会更好。

3) 推求出大于零的李雅普诺夫指数, 证明宜昌站月径流序列具有混沌特性, 对应的水文系统内部存在着混沌机制。目前关于混沌时间序列判别的方法有功率谱法、李雅普诺夫指数法、主成分分析法等, 但这

些方法都不是对混沌特性识别的充分条件, 因此在实际应用中, 建议用多种方法对径流时间序列的混沌特性进行综合分析。

参考文献 (References)

- [1] 丁刚, 钟诗胜. 基于过程神经网络的时间序列预测及其研究[J]. 控制与决策, 2006, 21(9): 1037-1040.
DING Gang, ZHONG Shisheng. Time series prediction based on process neural networks and its applications. Control and Decision, 2006, 21(9): 1037-1040. (in Chinese)
- [2] 王秀杰, 费守明. 小波分析方法在水文径流模拟中的应用[J]. 水电能源科学, 2007, 25(6): 1-3.
WANG Xiujie, FEI Shouming. Application of wavelet analysis to hydrological runoff simulation. Water Resources and Power, 2007, 25(6): 1-3. (in Chinese)
- [3] 姜翔程. 水文时间序列的混沌特性及预测方法[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2011.
JIANG Xiangcheng. Chaotic characteristics and forecasting method of hydrological time series. Beijing: China Water Power Press, 2011. (in Chinese)
- [4] 吕金虎, 陆君安, 陈士华. 混沌时间序列分析及其应用[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2002.
LV Jinhua, LU Junan and CHEN Shihua. Chaos time series analysis and its applications. Wuhan: Wuhan University Press, 2002. (in Chinese)
- [5] 张晓伟, 沈冰, 黄领梅. 基于BP神经网络的灰色自记忆径流预测模型[J]. 水力发电学报, 2009, 1: 68-71.
ZHANG Xiaowei, SHEN Bing and HUANG Lingmei. Grey self-memory model based on BP neural network for annual runoff prediction. Journal of Hydroelectric Engineering, 2009, 1: 68-71. (in Chinese)
- [6] 潘泉, 张磊, 孟晋丽, 等. 小波滤波方法及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
PAN Quan, ZHANG Lei, MENG Jinli, et al. Wavelet filtering method and its applications. Beijing: Tsinghua University Press, 2005. (in Chinese)
- [7] 成礼智, 王红霞, 罗永. 小波的理论及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
CHENG Lizhi, WANG Hongxia and LUO Yong. Wavelet theory and its applications. Beijing: Science Press, 2004. (in Chinese)
- [8] 刘国华, 钱镜林, 王建江. 小波软阈值技术和人工神经网络在洪水预报中的研究[J]. 水力发电学报, 2004, 23(1): 6-9.
LIU Guohua, QIAN Jinglin and WANG Jianjiang. Study of flood forecast based on wavelet soft-threshold technology and ANN. Journal of Hydroelectric Engineering, 2004, 23(1): 6-9. (in Chinese)
- [9] 杨俊杰, 周建中, 喻著, 等. 混合混沌优化方法及其在非线形规划问题中的应用[J]. 计算机应用, 2004, 24(10): 118-120.
YANG Junjie, ZHOU Jianzhong, YU Jing, et al. Hybrid chaos optimization algorithm for nonlinear programming problem. Computer Applications, 2004, 24(10): 118-120. (in Chinese)
- [10] TAKENS, F. Dynamical systems and turbulence. In: RAND, D. A., YOUNG, L. S., Eds., Lecture Notes in Mathematics, Berlin: Springer, 1981, 898: 365-382.
- [11] GIBSON, J. F., FARMER, J., CASDAGLI, M., et al. An analytic approach to practical state space reconstruction. Physica D, 1992, 57: 1-30.
- [12] 汤成友, 官学文, 张世明. 现代中长期水文预报方法及其应用[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2008.
TANG Chengyou, GUAN Xuewen and ZHANG Shiming. Modern mid-to-long-term hydrological forecasting method and its applications. Beijing: China Water Power Press, 2008. (in Chinese)

- nese)
- [13] HE, X. R., CHEN, B. Z. Study on improving testing results of BP neural networks. *Journal of Qinghua University*, 1995, 35(3): 31-36.
- [14] BRITO, N. S. P., SOUZA, B. A. and PIRES, F. A. C. Daubechies wavelets in quality of electrical power. *The International Conference on Harmonics and Quality of Power*, Piscataway: IEEE, 1998: 511-515.
- [15] 李荣峰, 沈冰, 张金凯. 基于相空间重构的水文自记忆预测模型[J]. *水利学报*, 2006, 37(5):583-587.
LI Rongfeng, SHEN Bing and ZHANG Jinkai. Self-memory hydrologic prediction model based on phase-space reconstitution. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2006, 37(5): 583-587. (in Chinese)
- [16] CAO, L. Y. Practical method for determining the minimum embedding dimensions of a scalar time series. *Physical D*, 1997, 110(1-2): 43-50.
- [17] 王东生, 曹磊. 混沌、分形及其应用[M]. 北京: 中国科学技术大学出版社, 1995.
WANG Dongsheng, CAO Lei. *Chaos, fractals and its applications*. Beijing: China Science and Technology University Press, 1995. (in Chinese)
- [18] 卢宇, 陈宇红, 贺国光. 应用改进型小数据量法计算交通流量的最大 Lyapunov 指数[J]. *系统工程理论与实践*, 2007, 1: 85-90.
LU Yu, CHEN Yuhong and HE Guoguang. The computing of maximum Lyapunov exponent in traffic flow applying the improved small-data method. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2007, 1: 85-90. (in Chinese)