

Monthly Runoff Prediction Based on Singular Spectrum Analysis and Chaotic Support Vector Machines*

Yun Wang¹, Shenglian Guo¹, Guangjing Cao², Zhengfeng Bao²

¹State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan

²China Three Gorges Project Corporation, Yichang

Email: wangyun.bdydh@yahoo.com.cn

Received: Apr. 24th, 2012; revised: May 16th, 2012; accepted: May 27th, 2012

Abstract: The runoff time series is often assumed as a combination of quasi-periodic signals contaminated by noises to some extent. The singular spectrum analysis method is used to preprocess inflow data of the Three Gorges Reservoir from 1882 to 2010 and a new reconstructed sequence is obtained. The seasonal autoregressive model, wavelet neural network model and chaotic support vector machines are applied to simulate and predict the original and reconstructed inflow data series. The results show that the singular spectrum analysis method for data preprocessing not only can concentrate the main information and reduce errors, but also significantly improve the accuracy of the monthly runoff prediction. The chaotic support vector machines coupled with singular spectrum analysis performs best among these models, which determination coefficient (DC) attains to 86.9%, relative errors of annual average maximum monthly inflow (RE_{max}) and minimum monthly inflow (RE_{min}) are equal to 9% and -7% during the testing period, respectively.

Keywords: Monthly Runoff Prediction; Singular Spectrum Analysis; Seasonal Autoregressive Model; Wavelet Neural Network; Chaotic Support Vector Machines; Three Gorges Reservoir

基于奇异谱和混沌支持向量机模型预测 三峡水库月径流*

汪芸¹, 郭生练¹, 曹广晶², 鲍正风²

¹武汉大学水资源与水电工程科学国家重点实验室, 武汉

²中国长江三峡工程开发总公司, 宜昌

Email: wangyun.bdydh@yahoo.com.cn

收稿日期: 2012年4月24日; 修回日期: 2012年5月16日; 录用日期: 2012年5月27日

摘要: 径流时间序列在一定程度上可看作是一种被噪声污染的一些准周期信号的组合。为了提高径流预测精度, 利用奇异谱分析方法对三峡水库 1882~2010 的入库径流资料进行预处理, 得到重建序列, 并分别运用季节性一阶自回归、小波神经网络和混沌支持向量机模型对原始和重建序列进行模拟预测, 分析比较三个模型的预测精度。结果表明奇异谱分析法不仅可以浓缩主要信息和减小误差, 也能够明显地提高月径流预测精度; 基于奇异谱分析方法的混沌支持向量机模型的模拟预测精度最高, 检验期模型的确定性系数高达 86.9%, 年均最大、最小月径流相对误差分别为 9%和-7%。

关键词: 月径流预测; 奇异谱分析; 季节性一阶自回归; 小波神经网络; 混沌支持向量机; 三峡水库

*基金项目: “十一五”国家科技支撑计划资助项目(2009BAC56B04)和水利部公益性行业科研专项(200901001)。

作者简介: 汪芸(1987-), 女, 湖北恩施人, 博士研究生, 主要从事水文预报预测方面的研究。

1. 引言

准确的径流预测是确保水库防洪安全、提高水资源利用率和充分发挥水库综合利用效益的一项重要非工程措施, 它为水电站的运行管理和发电计划的制定提供了指导依据。然而径流是一个复杂的水文过程, 影响因素众多, 因此, 实现径流的准确预测是一项重要而又艰巨的任务。

目前中长期水文预测模型较多, 如自回归模型、概念模型、人工神经网络、基因算法、混沌理论和支持向量机等。其中人工神经网络具有突出的非线性模拟计算能力, 鲁棒性和容错性较强^[1], 是水文领域中的研究热点, 但由于在处理非平稳序列时具有一定的缺陷^[2], 使得模型输入需要经过预处理, 而小波变换是处理非平稳序列中的一种有效工具, 小波神经网络模型因此应运而生, 并得到广泛运用。Wang 等运用小波神经网络模型模拟预测三峡水库的入库径流, 结果表明该模型的精度高于传统的门限自回归模型^[3]。三峡水库梯调中心在制定中长期发电计划中, 采用的中长期水文预测模型包括多维混合回归、模糊分析、基于遗传算法的门限回归分析和小波神经网络等方法, 其中小波神经网络模型的预测误差最小, 但仍然无法满足生产实际的要求^[4]。这是由于神经网络的“过学习”能力限制了模型精度的提高, 支持向量机理论不仅克服了这一困难, 同时也解决了传统的“维数灾”问题, 成功地应用于水文预测中。于国荣等对宜昌站月径流序列进行混沌性识别, 采用混沌支持向量机模型模拟预测月径流, 得出该模型具有较好的泛化能力和较高的预测精度的结论^[5]。

径流时间序列在一定程度上可看作是一种被噪声污染的一些准周期信号的组合^[6], 实现时间序列的预处理可以提高径流的预测精度。然而奇异谱分析的目的即为把原始序列分解成一些可识别成分, 如趋势成分、振荡成分和噪声, 消去噪声, 重组时间序列^[7]。因此, 本文以三峡水库为研究对象, 利用奇异谱分析方法对 1882~2010 年的入库径流资料进行预处理, 运用季节性一阶自回归模型、小波神经网络模型和混沌支持向量机模型模拟预测月径流, 并对各模型的模拟预测结果进行分析比较。

2. 方法和模型简介

2.1. 奇异谱分析(SSA)

奇异谱分析(Singular Spectrum Analysis, SSA)是一种广义的功率谱分析, 具有稳定的识别和强化信号功能, 优点在于能够提取蕴含在时间序列中的不规则波动和随机性特征, 过滤噪声。主要用于一般数字信号处理, 近年来在生物海洋学、非线性动力学和气候诊断等领域得到广泛地应用^[8]。

2.1.1. 经验正交函数

SSA 是从时间序列的动力重构出发, 并与经验正交函数(Empirical Orthogonal Function, EOF)相联系的一种统计技术, 分析对象是一维时间序列

x_1, x_2, \dots, x_N , 也是距平或标准化距平。采用动力系统分维数估计的处理方法, 把序列建立相空间

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_{i+1} & \cdots & x_{N-L+1} \\ x_2 & x_3 & \cdots & x_{i+2} & \cdots & x_{N-L+2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_L & x_{L+1} & \cdots & x_{i+L} & \cdots & x_N \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $L(1 < L < N)$ 称为窗口长度。 L 的选取没有严格的准则, 只能根据经验方法定义: 当 L 取某值时, 小于该值下的奇异值能够被明显区分出来, 那么此值即为所求^[9]。类似于常规的 EOF 分解, 轨迹矩阵 \mathbf{X} 也可以分解, 分量式为

$$x_{i+j} = \sum_{k=1}^L a_i^k \mathbf{E}_j^k \quad (2)$$

式中: a_i^k 是 \mathbf{E}^k 表示的时间型在原序列的

$x_{i+1}, x_{i+2}, \dots, x_{i+L}$ 时段的权重。在 SSA 情况下, 状态向量元素间的协方差矩阵变成了原序列 x_1, x_2, \dots, x_N 的迟后自协方差矩阵, 记为 \mathbf{T}_X , \mathbf{E}^k 是 \mathbf{T}_X 的归一化的特征向量^[8]。

2.1.2. 重建成分

SSA 最重要的应用功能是通过重建成分(Reconstructed Components, RC)实现的, 它在预报中用于提取有用信息, 过滤噪声。由于重建成分拟合了原序列自身的时间演变特征, 而不是事先人为地规定 x_t 必须线性演变或谐波型周期变化, 所以, SSA 重建的成分也称为对原序列的自适应滤波^[8]。

根据最小二乘法建立最优规则, 求解重建成分 RC, 第 k 个重建成分用 x^k 表示, 消去噪声后, 设有

$p(1 \leq p \leq L)$ 个具有贡献作用的重建成分, 则 p 个重建成分之和等于重建序列, 如公式(3)所示。

$$x_i = \sum_{k=1}^p x_i^k \quad (3)$$

2.2. 季节性一阶自回归模型(SAR(1))

由于月径流过程为非平稳过程, 各月径流的统计特性不同, 各月径流之间的相关关系也有差别。考虑到月径流的这种特性, 设 $\{Q_t\}_n$ 为月径流序列, 模型表达式为:

$$Q_{t,\tau} = \varphi_{0,\tau} + \varphi_{1,\tau} Q_{t,\tau-1} + \varepsilon_{t,\tau} \quad (4)$$

式中: t 代表年份, τ 代表月份; $Q_{t,\tau}$ 为第 t 年第 τ 月的月径流量; $\varphi_{0,\tau}$ 和 $\varphi_{1,\tau}$ 为第 τ 月的两个回归参数; $\varepsilon_{t,\tau}$ 为第 t 年第 τ 月的独立随机项。

式(4)中参数 $\varphi_{0,\tau}$ 和 $\varphi_{1,\tau}$ 的计算为

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{1,\tau} &= r_{1,\tau} \sigma_\tau / \sigma_{\tau-1} \\ \varphi_{0,\tau} &= \bar{Q}_\tau - \varphi_{1,\tau} \bar{Q}_{\tau-1} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: \bar{Q}_τ 、 $\bar{Q}_{\tau-1}$ 分别为第 τ 、 $\tau-1$ 月份的径流量均值; σ_τ 、 $\sigma_{\tau-1}$ 为第 τ 、 $\tau-1$ 月份的径流量标准差; $r_{1,\tau}$ 为第 τ 月的一阶相关系数

$$r_{1,\tau} = \frac{\sum_{t=1}^n (Q_{t,\tau} - \bar{Q}_\tau)(Q_{t,\tau-1} - \bar{Q}_{\tau-1})}{(n-1)\sigma_\tau \sigma_{\tau-1}} \quad (6)$$

将所求的相关系数及参数代入式(4)中, 即可得到预报方程, 实现月径流预报。

2.3. 小波神经网络(WNN)

小波变换分为连续小波变换和离散小波变换, 由于径流时间序列是离散样本, 故本文选择离散小波变换(DWT)。给定一个离散时间序列 $f(t)$, 离散小波变换的形式为

$$W_\psi f(a,b) = |a|^{-\frac{1}{2}} \sum_{t=1}^n f(t) \bar{\psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (7)$$

式中: n 是样本长度; $\bar{\psi}(t)$ 是小波函数 $\psi(t)$ 的复共轭函数; $W_\psi f(a,b)$ 是对应于不同时间尺度 a 不同位置 b 下得小波系数。通过小波变换可将复杂的时间序列分解成若干不同频率的细节信号序列和背景信号序列 $\{cD_1(t), cD_2(t), \dots, cD_p(t), cA_p(t)\}$, 细节信号(cD)描述的

是高频成分, 背景信号(cA)描述的是低频成分, P 为尺度数, 一般情况下, $2 \leq P \leq \text{int}[\lg n]$ ^[3]。

将 t 时刻的小波分解序列 $\{cD_1(t), cD_2(t), \dots, cD_p(t), cA_p(t)\}$ 作为人工神经网络的输入, 则输入节点数为 $P+1$, $t+T$ 时刻原始序列的径流作为网络输出(T 为预见期), 则输出节点数为 1。一般情况下, 三层网络模型可刻画任意复杂的非线性函数, 能解决水科学计算、预测和模拟工作。故本文采用三层 BP 神经网络, 隐层节点数根据试错法确定, 网络权重由 Levenberg-Marquardt 算法确定。

2.4. 混沌支持向量机模型(C-SVM)

已知一个训练集

$X = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_l, y_l)\} \subset R^{m-1} \times R$, 其中 x_i (第 i 组输入值) 为重构相空间中第 i 行元素的前 $m-1$ 个径流量数值, y_i (输出值) 为第 i 行元素的第 m 个径流量数值, m 为嵌入维数。使之通过训练后用一个非线性回归函数 $f(\cdot)$ 描述 x_i 与 y_i 之间的非线性映射, 对于已知的 x_i , 通过 $f(\cdot)$ 找出对应的 y_i , 即待测径流量^[5]。

根据支持向量机理论, 利用拉格朗日函数法可得回归函数的表达式为:

$$f(x) = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) K(x, x_i) + b \quad (8)$$

式中: α_i 、 α_i^* 为拉格朗日乘子; $K(x, x_i) = \phi(x)^T \phi(x_i)$, 为核函数, 描述了高维特征空间的内积。

重构相空间后, 由上式可得支持向量机的一步预测模型为:

$$x_{t+1} = \sum_{i=1}^{n-(m-1)\tau} (\alpha_i - \alpha_i^*) K(x_t, x_i) + b \quad (9)$$

式中: n 为序列长度; τ 为延迟时间;

$x_t = (x_t, x_{t+\tau}, x_{t+2\tau}, \dots, x_{t+(m-1)\tau})$ 。故由式(9)可得到对 $t+2$ 点的预测为:

$$x_{t+2} = \sum_{i=1}^{n-(m-1)\tau} (\alpha_i - \alpha_i^*) K(x_t, x_{i+1}) + b \quad (10)$$

依此类推, 可知第 p 步的混沌支持向量机预测模型为:

$$x_{t+T} = \sum_{i=1}^{n-(m-1)\tau} (\alpha_i - \alpha_i^*) K(x_t, x_{i+T-1}) + b \quad (11)$$

式中: T 为预见期。

3. 实例研究

三峡水库坝址控制流域面积 100 万 km², 多年平均流量 14,300 m³/s, 多年平均径流量 4510 亿 m³。三峡水库总库容 393 亿 m³, 水面平均宽度仅 1.1 km, 属河道型水库, 库容系数不足 4%。本文采用三峡水库 1882~2010 年的入库径流资料, 共计 129 年, 1548 个月。

3.1. 数据预处理

径流序列进行标准化处理后, 运用奇异谱分析法进行资料的预处理。奇异谱分析法在分解原始径流序列的过程中, 窗口长度 L 的选取具有至关重要的作用, 只有选取合适的窗口长度 L , 才能明显地分解出隐藏在原始序列中的振荡成分。在目前的研究中, L 通常在 [3,10] 这一区间中选取^[9]。如图 1 所示, 根据选取 L 的经验规则, 当 L 取某值时, 小于该值下的奇异值能够被明显区分出来, 那么此值即为所求, 故本文选取

窗口长度 $L = 6$ 。

原始序列被分解成不同重建成分(RC)后, 需找出重建成分中的贡献部分, 重组一个已滤去噪声的新序列作为模型的输入。应用互相关函数法(CCF)从 L 个重建成分中找出最优的 p 个贡献成分。根据线性相关理论, 当 RC 作为模型的输入时, CCF 值的正负反应相应的 RC 对模型的输出是做积极还是消极的贡献。如表 1 所示, 滞时为 1 时, CCF 的平均值为 0.25, 这表明所有正的 CCF 值的 RC 与原始序列呈正相关。即当 p 等于 1 时, RC2 的 CCF 值为 0.81, 是所有 RC 中 CCF 的最大值, 则选其(一般情况下, RC1 对应最大特征值; RC2 是第二大特征值)作为重组序列; 若 p 等于 2, RC1 的 CCF 值为 0.80, 是第二大正值, 则选取 RC2 和 RC1 的总和作为模型的输入; 以此类推, RC3 的 CCF 的值为 0.13, 是第三大正值, 因此当 $p = 3$ 时, RC2、RC1 和 RC3 的总和即为模型的输入。选取检验期模型的均方误差(RMSE)作为模型精度的检验标准, 如图 2,

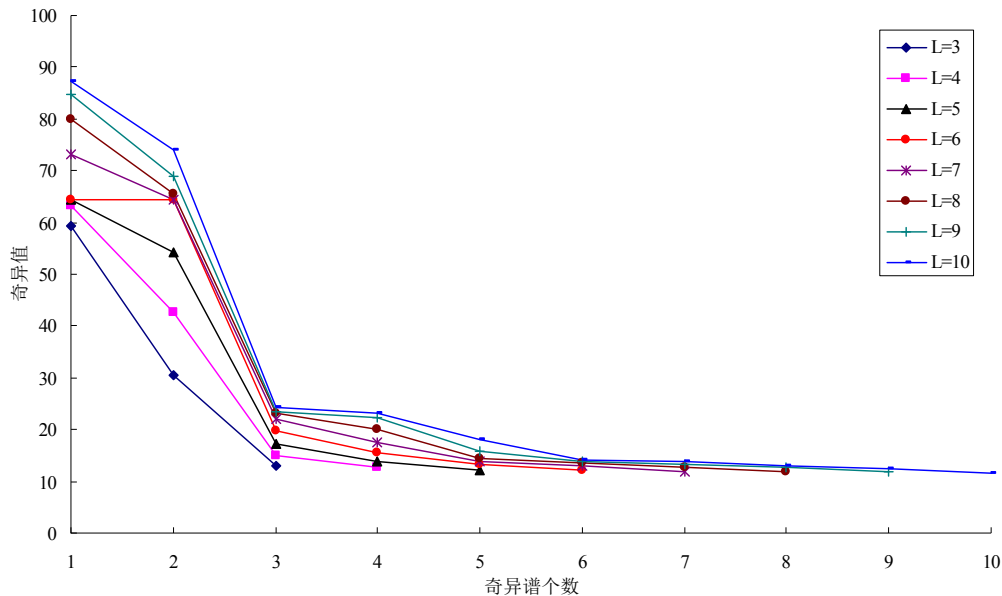


Figure 1. Singular spectrum as a function of lag using various window lengths L
图 1. 不同窗口长度 L 下奇异值的变化规律

Table 1. The values of CCF between each RC and the average over all RCs
表 1. 每个重建成分 RC 的互相关函数值及其所有成分的互相关函数均值

滞时	RC1	RC2	RC3	RC4	RC5	RC6	均值
0	0.95	0.94	0.33	0.27	0.21	0.16	0.48
1	0.80	0.81	0.13	-0.01	-0.12	-0.14	0.25
2	0.42	0.48	-0.14	-0.18	-0.04	0.10	0.10
3	-0.06	0.03	-0.19	0.00	0.11	-0.05	-0.02

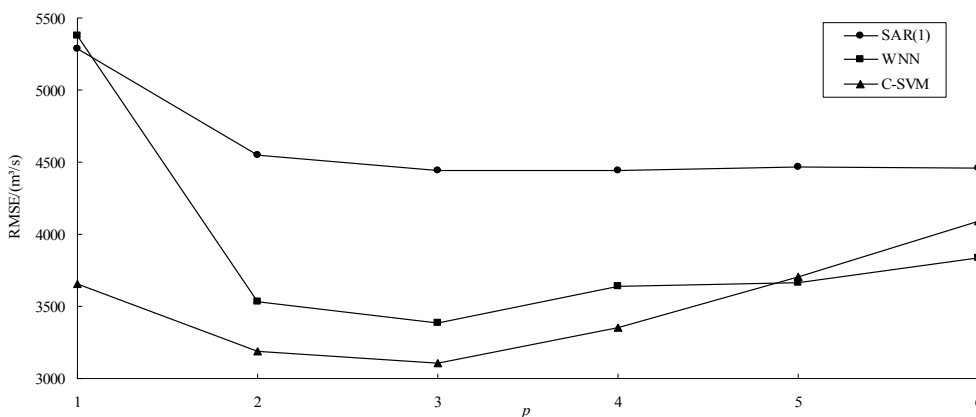


Figure 2. Performances of SAR(1), WNN and C-SVM in terms of RMSE as a function of p
 图 2. SAR(1)、WNN 和 C-SVM 模型的均方误差随 p 的变化图

对于季节性一阶自回归、小波神经网络和混沌支持向量机模型, 当 $p = 3$ 时三个模型的均方误差都达到最小, 故模型的最优重建成分个数都为 3。

3.2. 模型应用

根据三峡水库的月径流资料, 划分 1882 年 1 月~2000 年 12 月的径流资料作为训练期, 剩下的 10 年作为检验期。选取年均最大月径流相对误差(RE_{max})、年均最小月径流相对误差(RE_{min})、确定性系数(DC)和水量平衡系数(WB)作为评价指标, 运用三个模型模拟预测原始序列和重建序列, 产生 6 种不同的组合结果, 见表 2。

3.2.1. SAR(1)模拟预测结果

如图 3 和表 2 所示, 在训练期, 季节性一阶自回归模型模拟原始序列具有较高的精度, 确定性系数达到 87.8%, 水量平衡系数为 100%。当原始序列经过 SSA 处理后, 模型的精度有所提升, 但效果并不明显, 尤其表现在检验期。这说明 SSA 对 SAR(1)模型精度的提高影响较小。

3.2.2. WNN 模拟预测结果

由于本文的资料长度为 1548 个月, 根据尺度数 P 的计算公式可知, 取尺度数 $P = 4$, 则模型的输入层节点数为 5。采用 Db5 作为小波函数, 则径流序列被分解为 $cD_1(t), cD_2(t), \dots, cD_4(t), cA_4(t)$, 为模型的输入。根据试错法, 从 1~15 逐次增加隐层的节点数, 模型精度达到最优时所对应的节点数即为所求。当最优重建成分的个数 p 从 1 取到 6 时, 模型的结构列于表 3 中。网络的权重采用 L-M 算法确定。

如图 4 和表 2 所示, 与其它模型相比, WNN 模型模拟原始序列时, 在检验期具有较高的精度, 确定性系数 DC 达到 80%, 水量平衡系数 WB 为 107.8%。然而, 该模型的年平均最小月径流相对误差 RE_{min} 只达到 50%左右, 表明 WNN 模型在枯水期的模拟精度不高; 当原始序列经过 SSA 处理后, 模型精度大幅提高, 尤其表现在检验期, 确定性系数 DC 从 80%提高到 84.4%, 同时水量平衡系数更接近于 100%。此外, RE_{min} 在训练期和检验期分别减小到 7%和 26%。这表明 SSA 能够有效地提高 WNN 模型的精度, 在枯水期效果更为明显。

Table 2. Comparison of model performances during training and testing periods (%)
 表 2. 训练期和检验期各模型的模拟预测精度(%)

模型	训练期				检验期			
	RE_{max}	RE_{min}	DC	WB	RE_{max}	RE_{min}	DC	WB
SAR (1)	12	-7	87.8	100.0	3	5	72.9	113.0
SAR-SSA	14	-3	91.0	100.0	5	9	73.2	113.0
WNN	12	-51	84.8	106.5	17	-46	80.0	107.8
WNN-SSA	18	-7	86.9	99.3	20	-26	84.4	103.3
C-SVM	12	5	89.7	100.2	15	12	77.2	109.5
C-SVM-SSA	11	-7	90.3	100.3	9	-7	86.9	103.1

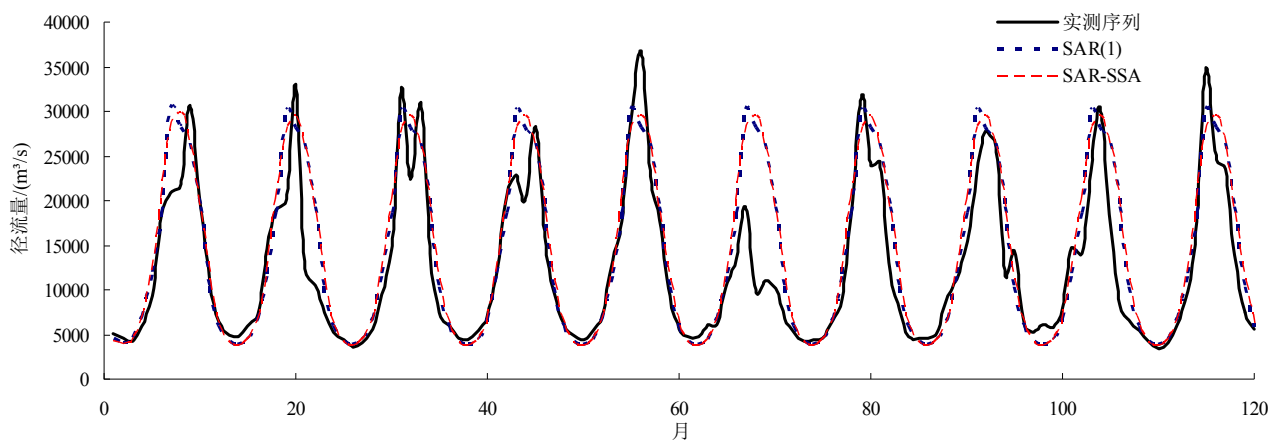


Figure 3. Comparison of prediction inflow hydrographs using SAR(1) and SAR-SSA models during testing period
图 3. SAR(1)模型在检验期模拟预测原始和重建序列的对比图

Table 3. The parameter values of WNN and C-SVM models
表 3. WNN 模型和 C-SVM 模型的结构参数表

p	τ	网络结构	λ_{\max}	m	(C, ε, σ)
1	3	5-3-1	0.009	8	(10, 0.01, 3)
2		5-5-1	0.014	7	(10, 0.01, 2.5)
3		5-6-1	0.032	8	(100, 0.001, 2)
4		5-6-1	0.061	8	(100, 0.001, 0.3)
5		5-7-1	0.045	9	(100, 0.001, 0.5)
6		5-7-1	0.056	9	(100, 0.001, 5.5)

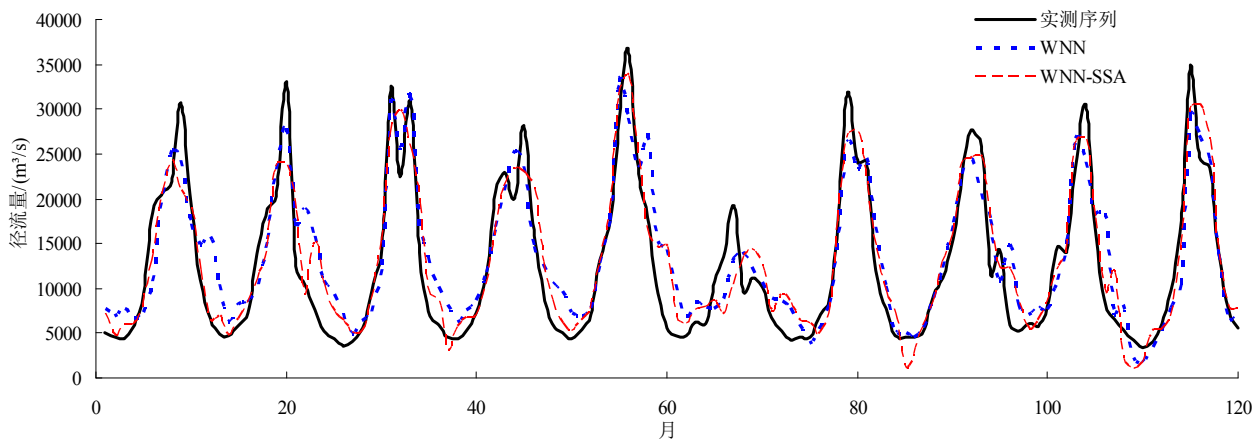


Figure 4. Comparison of prediction inflow hydrographs using WNN and WNN-SSA models during testing period
图 4. WNN 模型在检验期模拟预测原始和重建序列的对比图

3.2.3. C-SVM 模拟预测结果

运用 C-SVM 模型时, 首先要判定径流时间序列是否具有混沌特性。本文运用 Wolf 方法进行混沌性识别, 若最大的 Lyapunov 指数(λ_{\max})大于 0, 则该序列具有混沌特性。基于混沌理论, 重构相空间把一维时间序列转变为多维, 需确定延迟时间 τ 和关联维数

m , 本文分别采用自相关函数法和饱和关联维数法确定。重构相空间后, 运用 SVM 模型进行预测, 该模型含有三个参数(C, ε, σ), C 和 ε 由网格搜索法确定, σ 根据试错法确定。当最优重建成分个数 p 从 1 取到 6 时, 各情况下的模型参数列于表 3 中。

如图 5 和表 2 所示, 对于原始序列, C-SVM 模型

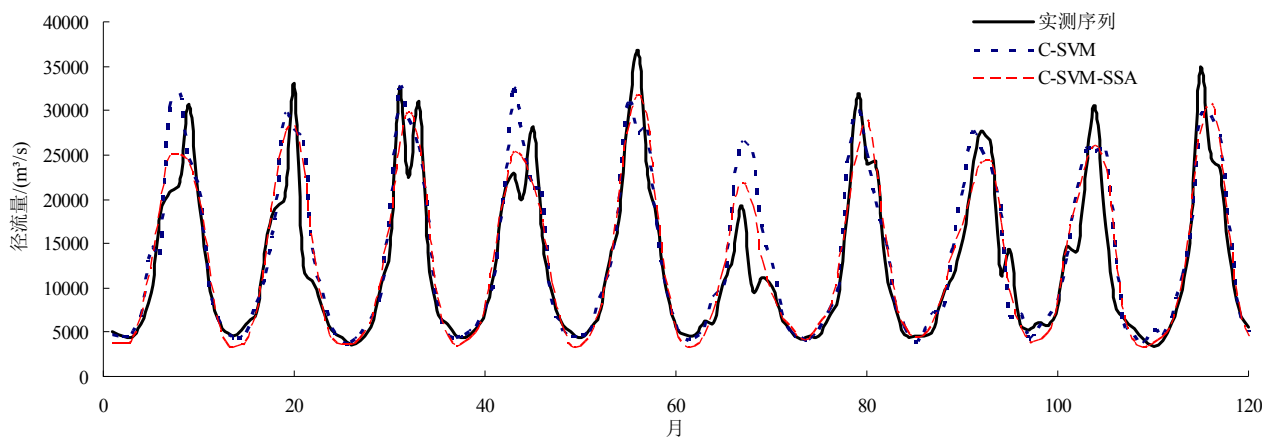


Figure 5. Comparison of prediction inflow hydrographs using C-SVM and C-SVM-SSA models during testing period
图 5. C-SVM 模型模拟预测原始和重建序列的对比图

在训练期表现较好, 具有较高的精度; 当原始序列经过 SSA 处理后, 训练期的精度变化不大, 但是检验期的精度明显提高, 主要表现在年均最大月径流相对误差 RE_{\max} 、年均最小月径流相对误差 RE_{\min} 和水量平衡系数都有所减小, 而确定性系数 DC 从 77.2% 提高到 86.9%, 在三个模型中达到最高。此外, 从图 5 中可以看出重建序列的预测曲线和实测曲线拟合的较好, 这说明 SSA 能够显著增加 C-SVM 模型的精度。

4. 结论

径流资料在观测、收集和模拟过程中不可避免地产生误差, 使得径流预测的精度较低。为了探求提高模型精度的方法, 本文基于三峡水库多年入库径流资料, 运用奇异谱分析法对径流序列预处理, 消去序列噪声, 并分别采用季节性一阶自回归模型、小波神经网络模型和混沌支持向量机模型进行模拟预测。结果表明, 运用奇异谱分析法对原始序列进行预处理, 可以不同程度地提升各个模型的预测精度; 针对各个模型的精度表现, 季节性一阶自回归模型模拟的趋势比较平稳, 在各个拐点处表现较差; 小波神经网络模型在枯水期模拟预测的精度较差; 混沌支持向量机模型克服了前两个模型的缺点, 具有较高的确定性系数和较低的相对误差, 是一种比较理想的月径流预测模型, 为制定比较准确有效的发电计划提供参考依据。

参考文献 (References)

[1] 李超群, 郭生练, 张俊, 等. 改进的 NLPM-ANN 模型及其在

径流预报中的应用研究[J]. 武汉大学工学学报, 2009, 42(1): 1-5.

- LI Chaoqun, GUO Shenglian, ZHANG Jun, et al. A modified NLPM-ANN model and its application to flood forecasting. Engineering Journal of Wuhan University, 2009, 42(1): 1-5. (in Chinese)
- [2] CANNAS, B., FANNI, A., SEE, L., et al. Data preprocessing for river flow forecasting using neural networks: Wavelet transforms and data partitioning. Physics and Chemistry of the Earth, 2006, 31(18): 1164-1171.
- [3] WANG, W. S., JIN, J. L. and LI, Y. Q. Prediction of inflow at Three Gorges Dam in Yangtze River with wavelet network model. Water Resources Management, 2009, 23: 2791-2803.
- [4] 三峡梯调通信中心, 中国科学院兰州寒区旱区环境与工程研究所. 三峡梯级水库调度中长期水气象预报业务系统技术报告[R], 2005.
- TGR, CAS. The middle and long-term hydrometeorological forecasting system for the Three Gorges cascade reservoirs, 2005. (in Chinese)
- [5] 于国荣, 夏自强. 混沌时间序列支持向量机模型及其在径流预测中应用[J]. 水科学进展, 2008, 19(1): 116-121.
- YU Guorong, XIA Ziqiang. Prediction model of chaotic time series based on support vector machine and its application to runoff. Advance in Water Resource, 2008, 19(1): 116-121. (in Chinese)
- [6] WU, C. L., CHAU, K. W. Rainfall-runoff modeling using artificial neural network coupled with singular spectrum analysis. Journal of Hydrology, 2011, 399: 394-409.
- [7] GOLYANDINA, N., NEKRUTKIN, V. and ZHIGLJAVSKY, A. Analysis of time series structure: SSA and the related techniques. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2001.
- [8] 汪芸, 郭生练, 李响. 奇异谱分析在中长期径流预测中的应用研究[J]. 人民长江, 2011, 42(5): 4-7.
- WANG Yun, GUO Shenglian and LI Xiang. Application of singular spectrum analysis method in mid-long term runoff prediction. Yangtze River, 2011, 42(5): 4-7. (in Chinese)
- [9] CHAU, K. W., WU, C. L. Hydrological predictions using data-driven models coupled with data preprocessing techniques. Saarbrücken: LAP Lambert Academic Publishing, 2010.