

Chaos Phenomenon of the Monthly Rainfall in the Taolai River Basin*

Wenyan Li, Linshan Yang, Wenjin Yang

College of Earth and Environment Science, Lanzhou University, Lanzhou
Email: liwy10@lzu.edu.cn

Received: Mar. 21st, 2012; revised: Apr. 14th, 2012; accepted: Apr. 28th, 2012

Abstract: As one of the important sources, rainfall in upper reaches of inland rivers in arid regions of north-western China plays key roles in not only the surface runoff generation, water transformation and utilization, but also regional drought and flooding to some certain extent. For a better understanding of characteristics of the rainfall, the Taolai River basin is selected as the study area. The method of Chaos is used to determine the two key parameters of the Saturation Correlation Dimension and Kolmogorov Entropy based on the statistics of the observed monthly rainfall series from three representatively hydro-meteorological stations in the upper, middle and lower reaches of the river, respectively. Determination of the two key parameters resulted in relatively chaotic features for the time series of the monthly rainfall across the Taolai River basin. Furthermore, reciprocal of the Kolmogorov entropy described a possible temporal forecasting scale of 10 months in this region. This study can help to understand the complex rainfall regime and analyze precipitation-runoff processes in arid regions.

Keywords: Chaotic Theory; Saturation Correlation Dimension; Kolmogorov Entropy; Taolai River Basin

讨赖河流域月降水时间序列中的混沌现象*

李文艳, 杨林山, 杨文瑾

兰州大学资源环境学院, 兰州
Email: liwy10@lzu.edu.cn

收稿日期: 2012年3月21日; 修回日期: 2012年4月14日; 录用日期: 2012年4月28日

摘要: 降水是我国西北干旱内陆河流域出山径流的重要补给来源, 很大程度上影响着流域水资源的形成转化、开发利用以及旱涝灾害等过程。本文以讨赖河流域为研究区, 基于流域上、中、下游3个典型站点的月降水序列资料, 采用混沌理论分析方法, 以饱和关联维数和 Kolmogorov 熵为控制参量, 计算并探讨该区月降水序列中的混沌特性。计算结果表明, 讨赖河流域降水过程在月时间尺度上具有混沌特征, 3个典型站的 $1/\text{Kolmogorov}$ 值得出的流域降水的可预报长度为10个月左右。本研究有助于深入理解干旱内陆河流域复杂降水过程变化规律, 对降水-径流过程的研究具有序列特征方面的指导意义。

关键词: 混沌理论; 饱和关联度; Kolmogorov Entropy; 讨赖河流域

混沌运动是一种由确定性系统产生的、对初始条

件具有敏感依赖性、永不重复的、回复性非周期运动, 广泛存在于气象、水文、医学、电子、信息科学等众多领域。混沌理论及其应用消除了确定论和概率论之间的鸿沟, 将确定性和内在随机性统一于一体, 准确

*基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973计划)项(2009CB421306); 兰州大学中央高校基本科研业务费专项资金(lzujbky-2012-k41)。
作者简介: 李文艳(1989-), 女, 汉族, 甘肃庆阳人, 硕士研究生, 主要研究方向为干旱区水资源及水文模拟。

描述了整体稳定、局部不稳定的复杂动力系统, 深刻揭示了系统运动中有序和无序相互转化的辩证关系^[1]。混沌现象的发现, 开启了简化复杂现象的可能性, 拓展了人们对某些现象的认识和预测能力, 然而, 由于混沌理论是基于基本假定发展的, 因此关于水文过程中存在混沌现象的报道经常招到质疑^[2], 对于混沌理论目前尚无通用的严格定义, 一般认为, 将不是由随机性外因引起的, 而是由确定性方程(内因)直接得到的具有随机性的运动状态称为混沌, 即混沌是由确定性产生的貌似随机性的非周期行为^[3]。常用表征系统混沌特性的量有: 连续功率谱、饱和关联维数、Lyapunov 指数和 Kolmogorov 熵, 相应的关于混沌时间序列判别的基本方法有: 功率谱法、主分量分析(PAC)方法、Poincare 截面法、Lyapunov 指数法、c-c 方法等^[4], 上述量均为从某一方面判断水文序列是否为混沌序列的必要条件。

讨赖河属黑河水系一级支流, 为我国典型的干旱内陆河, 降水是该流域水量补给的一项主要来源, 因此降水在很大程度上影响着流域水资源开发和利用, 及与水有关的干旱、洪涝等自然现象, 研究讨赖河流域降水的演变特性, 对于其水文水资源系统的预报、模拟十分重要。本文结合讨赖河流域上、中、下游 3 个代表水文站的月降水资料, 从饱和关联维数及 Kolmogorov 熵这 2 方面对月降水时间序列的混沌特性进行分析。

1. 研究方法 with 理论

1.1. 相空间重构

相空间重构的基本思想是: 系统中任一分量的演化都是由与其相互作用着的其它分量决定的, 因此这些相关分量的信息就隐含在任一分量的发展过程中, 要重构一个等价的状态空间, 只需考察一个分量, 并将它在某些固定的时间延迟点上的测量作为新维处理, 它们确定了某个多维状态空间中的一点。重复这一过程并测量相对于不同时间的各延迟量, 就可以产生出许多这样的点, 它可以将吸引子的许多性质保存下来, 即用系统的一个观察量可以重构出原动力系统模型, 可以初步确定系统的真实相空间的维数^[5]。降水系统极其复杂, 可认为是一动力系统, 其系统演化的动力方程用动力系统控制方程描述^[6]:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, x_2, \dots, x_m), \quad i=1, 2, \dots, m \quad (1)$$

系统的时间演变由多个变量 (x_1, x_2, \dots, x_m) 所组成的 m 维相空间的轨迹来刻画。

$$X(t) \Rightarrow [x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)]^T \quad (2)$$

对于单变量降水时间序列, 只需将(1)式变换成 m 阶非线性微分方程, 即:

$$x^{(m)} = F(x, x', x'', \dots, x^{(m-1)}) \quad (3)$$

变换后的降水系统的新轨迹为:

$$X(t) \Rightarrow [x(t), x'(t), \dots, x^{(m-1)}(t)]^T \quad (4)$$

将(4)式离散化, 即为单变量延滞时间的降水时间序列 $\{x_i\} (i=1, 2, \dots, n)$ 的重构相空间:

$$X(t) \Rightarrow [x(t), x(t+\tau), x(t+2\tau), \dots, x(t+(m-1)\tau)]^T \quad (5)$$

$t=1, 2, \dots, N$, 即:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_1 = \{x_1, x_{1+\tau}, \dots, x_{1+(m-1)\tau}\} \\ \mathbf{X}_2 = \{x_2, x_{2+\tau}, \dots, x_{2+(m-1)\tau}\} \\ \dots \dots \dots \\ \mathbf{X}_l = \{x_l, x_{l+\tau}, \dots, x_{l+(m-1)\tau}\} \end{cases} \quad (6)$$

式中, τ 为滞时; l 为相点数, $l = n - (m-1)\tau$; \Rightarrow 表示等价于; $\mathbf{X}(t)$ 为 m 维相空间矢量。

式(5)描述了降水系统在 m 维相空间的演化轨迹。水文水资源系统相空间重构的关键在于确定滞时 τ 和嵌入维数 m 。实际工作中, τ 和 m 都不宜过大和过小。 τ 太小会导致关联维数被低估, τ 太大会导致相空间重建的相关信息丢失, 进而高估关联维数^[7], m 过小, 将无法容纳所研究系统的吸引子, 因而无法全面展示该系统的动力特性; m 过大, 除加大计算工作量外, 还将减少可使用数据长度, 使所建相空间中的相点显得过于稀疏^[8], 选取滞时 τ 的常用方法有自相关函数法和互信息法, 嵌入维数 m 常用关联指数法确定^[9], m 至少应大于其状态空间的饱和关联维 D_2 的 2 倍加 1, 即 $m > 2 \cdot D_2 + 1$ ^[10]。一般的作法是从小到大尝试不同的嵌入维数 m 值, 直到维数的变化对关联维数大小不产生显著的影响^[7]。

1.2. 饱和分维数 D_2 计算

一般地说, 混沌系统的维数为一个正的分, 而随机系统为无穷大, 确定性系统的维数则为 1~3 的整数^[11]。在所重构相空间的序列 X_1, X_2, \dots, X_l 中, 设 r_{ij} 为任意两向量之差的绝对值(即欧氏距离), 然后给定一个数 r_0 , r_0 的取值必须介于 r_{ij} 中的最大值和最小值之间。适当调整 r_0 的大小, 可算出一组 $\ln r_0$ 和 $\ln C(r)$ 的值, 从而通过式(7)计算关联维数 D_2 ^[12]。即 $\ln C - \ln r$ 图上无标度区曲线的斜率便是关联维数 D_2 ^[2]。

$$D_2(m) = \lim_{r \rightarrow 0} \ln C(r, m) / \ln(r_0) \quad (7)$$

$$C(r, m) = \frac{1}{l(l-1)} \sum_{i,j=1}^l H(r_0 - |X(i) - X(j)|) \quad (8)$$

$i, j = 1, 2, \dots, n$

式中, H 为 Heaviside 单位函数, 即:

$$H(X) = \begin{cases} =1, & x > 0 \\ =0, & x \leq 0 \end{cases} \quad (9)$$

1.3. Kolmogorov 熵

Kolmogorov 熵是表征混沌特性的另一个重要指标, 它是用来描述了混沌轨道随时间演化信息的产生率的, 可以通过度量系统运动的混乱程度来区分系统是规则运动、混沌运动还是随机运动的^[13]。一般情况下, $K=0$ 代表系统为规则运动, $K=\infty$ 表示系统为随机运动, $0 < K < \infty$ 便表征系统是混沌运动, 当系统为

混沌系统是, $1/K$ 为系统的可预报长度。Kolmogorov 熵的计算公式如下:

$$K_2 = \frac{1}{\tau} \ln \frac{C_m^2(r)}{C_{m+1}^2(r)} \quad (10)$$

2. 实例研究

2.1. 基本资料

以讨赖河流域上、中、下游 3 个代表水文站实测年降水量时间序列为例, 研究年降水量时间序列是否存在混沌特性。基本资料情况见表 1。

2.2. 相空间重构

设某站 i 年 j 月降水时间序列 $\{p_{ij}\} (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, 12)$; 将 $\{p_{ij}\}$ 表示成序列 $x_t (t = 1, 2, \dots, 12n)$ 。要重构相空间, 必须先确定滞时 τ 。本文选择用自相关系数法确定滞时 τ , 计算公式见式(11)。

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-\tau} (x_t - \bar{x})(x_{t+\tau} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2} \quad (11)$$

式中, r_k 表示第 k 阶自相关系数; \bar{x} 为 x_t 均值。自相关系数第一次接近 0 时对应的 τ 即为所求的滞时。由此得出的自相关函数图见图 1, 因此可知祁连与酒泉的最佳滞时为 3, 金塔的最佳滞时为 2。

Table 1. Data profiles of precipitation in the Taolai River Basin
表 1. 讨赖河流域典型代表站降水资料概况

	站名	资料长度(a)	起止时间
上游山区	祁连	50	1956~2005
中游平原	酒泉	55	1951~2005
下游平原	金塔	17	1989~2005

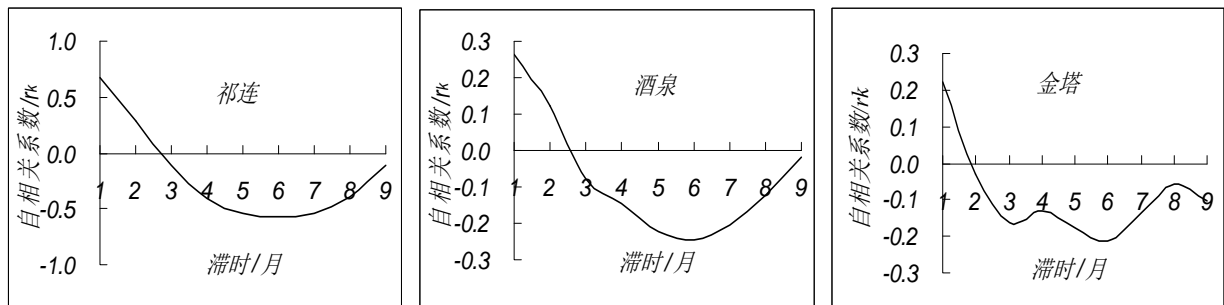


Figure 1. The autocorrelation function of monthly precipitation series in Taolai River Basin
图 1. 讨赖河流域月降水系列自相关函数

2.3. 饱和关联维数 D_2 计算

根据式(7)、(8)、(9)绘制祁连、酒泉、金塔 3 个站点在不同嵌入维数 m 下的 $\ln r - \ln C$ 的关系图, 见图 2。

由图 2 可以看出, 祁连, 酒泉和金塔这 3 个站在不同的嵌入维数 m 条件下, 其 $\ln r - \ln C$ 关系曲线均存在直线相关部分, 即存在无标度区, 由此说明讨赖河流域月降水系列的分布具有混沌特性。 $\ln r - \ln C$ 关系曲线中直线部分的斜率即为各嵌入维 m 所对应的关联维数, 由此绘制得到 3 个站的关联维数与嵌入维数的关系图如图 3 所示。

分析图 3 中各站点的嵌入维数 m 与关联维数的关系可以看出: 对于祁连站降水序列当 $m = 14$ 时, 关联维数 D 趋于稳定, 并达到饱和值 4.75, 即祁连站降水序列的饱和关联维数 $D_2 = 4.75$, 因此祁连站的月降水序列具有混沌特征, 在嵌入空间达到 14 维的条件下, 系统具有了稳定的混沌吸引子 4.75; 对于酒泉站降水序列, 当 $m = 17$ 时, 关联维数 D 趋于稳定, 并达到

饱和值 5.35, 即酒泉站降水序列的饱和关联维数 $D_2 = 5.35$, 因此酒泉站的月降水序列具有混沌特征, 在嵌入空间达到 17 维的条件下, 系统具有了稳定的混沌吸引子 5.35; 同样, 金塔站的月降水序列在 $m = 14$ 时, 关联维数 D 趋于稳定, 达到饱和值 3.09, 即金塔站月降水序列的饱和关联维数 $D_2 = 3.09$, 因此金塔站月降水序列具有混沌特征, 在嵌入空间达到 14 维的条件下, 系统具有了稳定的混沌吸引子 3.09。

2.4. Kolmogorov 熵计算

图 4 描述了 K 与 m 的变化关系, 由图 4 可以看出, 讨赖河流域上下游 3 个站点均呈现出随着 m 的增加, K 逐渐趋于稳定(即达到 K 的估计值 K_2)的特性, 且对于祁连站, 当 $m = 14$ 时, K 达到稳定值 0.102, 对于金塔和酒泉站, 当 $m = 17$ 时, K 值分别达到稳定值 0.095 和 0.098, 再次说明讨赖河流域降水系统具有混沌特性($0 < K < \infty$), 同时 3 个代表站降水系统的可预报长度均为 10 个月左右。

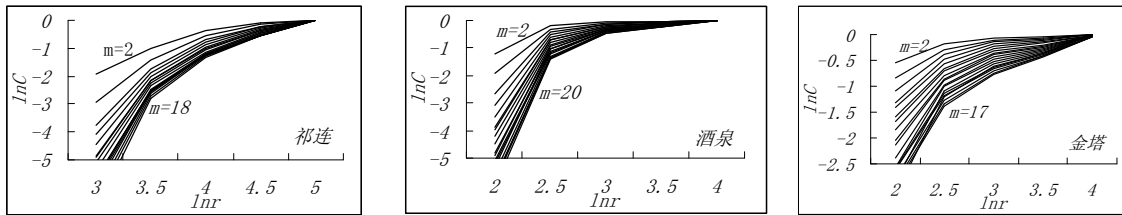


Figure 2. Diagram of $\ln r - \ln C$
图 2. $\ln r - \ln C$ 关系图

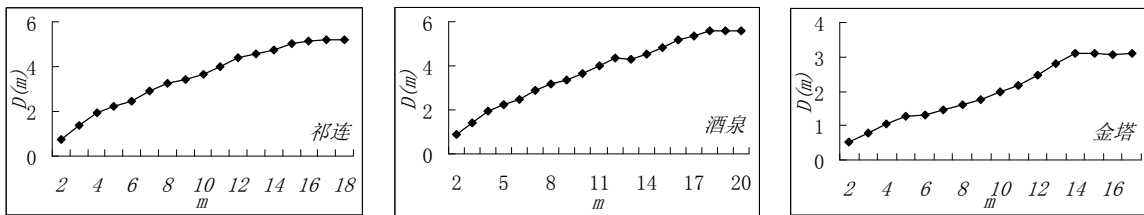


Figure 3. Relation diagram of m and D
图 3. $m - D$ 关系图

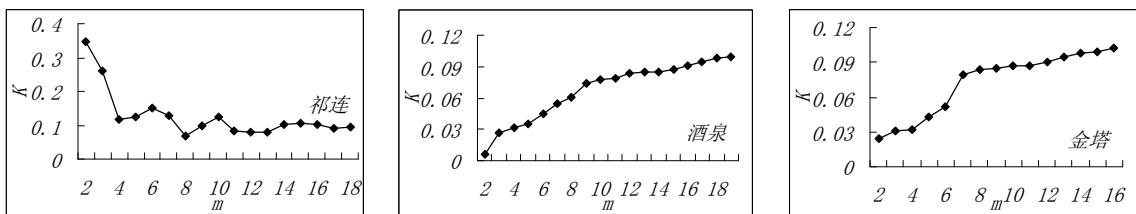


Figure 4. Relation diagram of K and m
图 4. K 与 m 的变化关系

Table 2. The calculated results of τ , D_2 and K_2
表 2. 滞时 τ , 饱和关联维数与 Kolmogorov 熵计算成果

站名	滞时 τ	饱和关联维数 D_2	Kolmogorov 熵 K_2	预报长度(月)
祁连	3	4.75	0.102	10
酒泉	3	5.35	0.095	10
金塔	2	3.09	0.098	10

3. 结论

通过混沌理论的计算方法, 对讨赖河流域上中下游 3 个典型代表水文站的月降水序列进行了分析和计算, 由计算得出的饱和关联维与 Kolmogorov 熵(表 2)可以看出, 讨赖河流域降水系统具有混沌特性, 并且该系统可预报长度为 10 个月左右。

由本次分析计算可以看出, 看似复杂多变降水系统可能是混沌动力演化的结果, 只有认识到降水系统的混沌特性, 才能更好地掌握降水的变化规律, 为水文预报做出贡献。

4. 致谢

在本篇文章完成之际, 要特别感谢国家重点基础研究发展计划(973 计划)项目(2009CB421306)和兰州大学中央高校基本科研业务费专项资金资助(lzujbky-2012-k41)。同时感谢在文章完成过程中我的导师李常斌副教授的细心指导, 并感谢合作者杨文瑾在数据整理方面给予的帮助, 最后感谢参考文献中所列的各位老师的研究方法与思路上给予的帮助。

参考文献 (References)

- [1] 李红霞, 许士国, 徐向舟, 等. 混沌理论在水文领域中的研究现状及展望[J]. 水文, 2007, 27(6): 1-5.
LI Hongxia, XU Tuguo, XU Xiangzhou, et al. Present situation and prospect of chaos theory in hydrology. Journal of China Hydrology, 2007, 27(6): 1-5. (in Chinese)
- [2] SIVAKUMAR, B. Chaos theory in hydrology: Important issues and interpretations. Journal of Hydrology, 2000, 227: 1-20.
- [3] 唐巍, 李殿璞, 陈学允. 混沌理论及其应用研究[J]. 电力系统自动化, 2000, 4: 67-70.
TANG Wei, LI Dianpu and CHEN Xueyun. Chaos theory and its application. Automation of Electric Power Systems, 2000, 4: 67-70. (in Chinese)
- [4] 石教智, 陈晓宏, 林汝颜. 东江流域降水时间序列的混沌特

- 征分析[J]. 中山大学学报, 2006, 45(4): 111-115.
SHI Jiaozhi, CHEN Xiaohong and LIN Ruyan. Chaotic characteristics of precipitation time series in the Dongjiang River Valley. Journal of Zhongshan University, 2006, 45(4): 111-115. (in Chinese)
- [5] 王海燕, 盛昭瀚. 混沌时间序列相空间重构参数的选取方法[J]. 东南大学学报, 2009, 30(5): 113-117.
WANG Haiyan, SHENG Shaohan. Choice of the parameters for the phase space reconstruction of chaotic time series. Journal of Southeast University, 2009, 30(5): 113-117. (in Chinese)
- [6] 袁鹏, 李谓新, 王文圣, 等. 月降水量时间序列中的混沌现象[J]. 四川大学学报, 2002, 34(1): 16-19.
YUAN Peng, LI Weixin, WANG Wensheng, et al. Chaos analysis of monthly precipitation time series. Journal of Sichuan University, 2002, 34(1): 16-19. (in Chinese)
- [7] 王红瑞, 宋宇, 刘昌明, 等. 混沌理论及在水科学中的应用与存在的问题[J]. 水科学进展, 2005, 15(3): 400-407.
WANG Hongrui, SONG Yu, LIU Changming, et al. Application and issues of chaos theory in hydro-science. Advances in Water Science, 2005, 15(3): 400-407. (in Chinese)
- [8] DHANYA, C. T., KUMAR, N. D. Nonlinear ensemble prediction of chaotic daily rainfall. Advances in Water Resources, 2010, 33(3): 327-347.
- [9] 黄国如, 芮孝芳. 流域降水径流时间序列的混沌识别及其预测研究进展[J]. 水科学进展, 2004, 15(2): 255-260.
HUANG Guoru, RUI Xiaofang. Study advances in diagnosis of chaotic behavior and its prediction for rainfall and stream flow time series in watershed. Advances in Water Science, 2005, 15(2): 400-407. (in Chinese)
- [10] 门宝辉, 赵夔京, 梁川. 长江上游川中地区降水时间序列的混沌分析[J]. 长江科学院院报, 2004, 21(1): 43-46.
MEN Baohui, ZHAO Xiejing and LIANG Chuan. Chaos analysis on precipitation time serial in Sichuan middle region of Yangtze River upstream reaches. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2004, 21(1): 43-46. (in Chinese)
- [11] 丁胜祥, 杨新意. 宜昌站月径流时间序列的混沌特性分析[J]. 人民长江, 2009, 40(22): 32-35.
DING Shengxiang, YANG Xinyi. Chaos analysis of monthly runoff time series at Yichang hydrologic station of the Yangtze River. Yangtze River, 2009, 40(22): 32-35. (in Chinese)
- [12] NG, W. W., PANU, U. S. and LENNOX, W. C. Chaos based analytical techniques for daily extreme hydrological observations. Journal of Hydrology, 2007, 342: 17-41.
- [13] 王平立, 宋斌, 王玲. 混沌时间序列的 Kolmogorov 熵的应用研究[J]. 计算机工程与应用, 2006, 21: 162-164.
WANG Pinli, SONG Bin and WANG Lin. Study on Kolmogorov entropy based on chaotic time series. Journal of Computer Engineering and Applications, 2006, 21: 162-164. (in Chinese)