

# Study on the Precipitation Forecast Based on BP-Neural Network and Wavelet Analysis\*

Haijing Xiong<sup>1</sup>, Shicheng Wang<sup>2</sup>, Dong Wang<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Anhui Huai River Water Technology Limited Company, Bengbu

<sup>2</sup>Hydrological Bureau, Huaihe River Commission, Bengbu

<sup>3</sup>Department of Hydrosocieties, School of Earth Sciences and Engineering, State Key Laboratory of Pollution Control and Resource Reuse, Nanjing University, Nanjing  
Email: xionghaijing@126.com

Received: Jul. 29<sup>th</sup>, 2012; revised: Aug. 14<sup>th</sup>, 2012; accepted: Sep. 1<sup>st</sup>, 2012

**Abstract:** Jiangsu province is located in the Yangtze and Huaihe River basins, which is one of the areas most severely affected by droughts and floods. Therefore, it is important to study on the precipitation forecast in this area for the flood control with drought relief. In this paper, the precipitation forecast model based on BP Neural Network and Wavelet Neural Network is established with the precipitation data from four rainfall stations in Jiangsu Province, which include the Xuzhou, Ganyu, Dongtai and Nanjing Stations. The following conclusions can be obtained by the example analysis: 1) The minimum relative error of BP neural network is 1.16%, the maximum relative error is 16.35%, the determine coefficient is 0.87, the mean square error is 4.27%; 2) The minimum relative error of WNN neural network is 0.7%, the maximum relative error is 88.65%, the determine coefficient is 0.94, the mean square error is 4.2%. The results show that: 1) It is feasible to apply the back propagation neural network precipitation forecast model. To a certain extent, this model can reflect the trends of the precipitation; 2) There is more error of WNN in some years, so a variety of forecasting methods in practice are used to mutual authentication and mutual checking to improve forecast accuracy.

**Keywords:** Back Propagation Neural Network; Wavelet Neural Network; Annual Precipitation; Rainfall Forecast

## BP 神经网络和小波分析在年降水预报中的应用研究\*

熊海晶<sup>1</sup>, 王式成<sup>2</sup>, 王 栋<sup>3</sup>

<sup>1</sup>安徽淮河水资源科技有限公司, 蚌埠

<sup>2</sup>淮河水利委员会水文局, 蚌埠

<sup>3</sup>南京大学地球科学与工程学院水科学系, 南京

Email: xionghaijing@126.com

收稿日期: 2012 年 7 月 29 日; 修回日期: 2012 年 8 月 14 日; 录用日期: 2012 年 9 月 1 日

**摘 要:** 江苏省地处江淮流域, 是受旱涝灾害影响最为严重的地区之一。在该地区开展降水预报的研究, 对防汛抗旱具有重要意义。本文采用江苏省徐州站、赣榆站、东台站和南京站的降水数据, 建立了 BP 神经网络和小波神经网络降水预报模型。通过实例分析得出: 1) BP 网络模型预报的最小相对误差为 1.16%, 最大相对误差为 16.35%, 最优确定性系数 0.87, 均方误差 4.27%; 2) WNN 网络模型预报的最小相对误差为 0.7%, 最大相对误差为 88.65%, 最优确定性系数 0.94, 均方误差 4.2%。结果表明: 1) BP 神经网络模型预报降水具有可行性, 该模型能在一定程度上反映降水变化的趋势; 2) WNN

\*基金项目: 国家自然科学基金资助项目(41071018); 水利公益项目(201201074); 南京大学青年骨干教师培养计划和优秀中青年学科带头人培养计划资助项目。

作者简介: 熊海晶(1988-), 女, 江苏如皋人, 安徽淮河水资源科技有限公司, 助理工程师, 主要从事水文水资源的研究。

模型在某些年份预报误差较大, 可在实践中将多种预报方法相互验证, 相互校核, 提高预报精度。

**关键词:** BP 神经网络; 小波神经网络; 年降水量; 降水预报

## 1. 引言

年降水量作为水资源管理、洪涝灾害预报以及水文情势预报分析的重要参数, 决定了一个地区的天然水资源丰富程度。水资源是基础性的自然资源和战略性的经济资源。因此, 准确地预报降水, 一方面可为开发利用水资源提供科学依据, 另一方面又可为防汛抗旱提供合理参考。

20 世纪 80 年代以前, 国内外对降水预报的研究多以实测数据的统计分析为基础。然而, 经济社会的快速发展导致人类活动对自然系统的影响逐渐加大, 气象因素更加错综复杂, 降水的影响因子逐渐增多, 导致降水系统的复杂性增强, 从而使得建立降水预报模型的难度增加, 进而加大了降水预报研究工作的难度。

20 世纪 80 年代初 Morlet 提出小波分析理论<sup>[1]</sup>, 小波分析理论是数学中的“显微镜”, 具有良好的时、频多分辨能力。1992 年, Zhang 等结合了小波分析和神经网络的优势, 提出了小波神经网络(WNN)<sup>[2]</sup>。

## 2. 研究方法简介

### 2.1. BP 神经网络

BP 神经网络是一种多层前向反馈型神经网络, 其神经元的传递函数是 S 型函数, 输出的是 0 到 1 之间的连续值, 它可以实现从输入到输出的任意非线性映射。BP 神经网络具有广泛的适应性和有效性, 主要应用于模式识别与分类、数据压缩和函数逼近等方面。BP 网络体现了神经网络最精华的部分, 在实际应用中, 很多模型都采用 BP 网络及其变式。

BP 神经网络是一种分层型的典型多层网络, 具有输入层、隐含层和输出层, 层与层之间多采用全连接的方式, 同一层单元之间不存在相互连接。本文选取 LM(Levenberg-Marquardt)算法。

### 2.2. 小波分析

#### 2.2.1. 小波函数

小波函数  $\varphi(t)$  指的是具有震荡特性、能够迅速衰

减到 0 的一类函数, 即  $\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) dt = 0$ 。常用的小波函数有 Haar 小波、Morlet 小波、Mexocan Hat 小波、Daubechies 小波等。

#### 2.2.2. 小波变换

小波变换采用改变时间 - 频率窗口形状的方法, 很好的解决了时间分辨率和频率分辨率的矛盾, 在时间域和频率域里都具有很好的局部化性质。对信号中的低频成分, 采用宽的时间窗, 得到高的频率分辨率; 对信号中的高频成分, 采用窄的时间窗, 得到低的频率分辨率。

若  $\varphi_{a,\tau}(t)$  为子小波, 对于时间序列  $f(t) \in L^2(R)$ , 其连续小波变换为:

$$W_f(a, b) = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\varphi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt$$

式中:  $\overline{\varphi}(t)$  为  $\varphi(t)$  的复共轭函数;  $W_f(a, b)$  为对应于不同尺度不同位置的小波变换系数。一般的时间序列是离散的, 则离散小波变换形式为:

$$W_f(a, b) = |a|^{-\frac{1}{2}} \Delta t \sum_{k=1}^N f(k\Delta t) \overline{\varphi\left(\frac{k\Delta t - b}{a}\right)}$$

式中:  $N$  为离散点数;  $\Delta t$  为抽样时间间隔。

#### 2.2.3. 小波分解与重构

小波分解常用快速变换算法计算, 其中有著名的 Mallat 算法<sup>[3]</sup>和 A. Trous 算法<sup>[4]</sup>。这里采用 Mallat 算法。对任意水文时间序列  $f(t) \in V_0 (t=1, 2, \dots, n)$ , 可以将其分解成高频部分  $w_i$  和低频部分  $c_i$ , 然后把高、低频率系数进行进一步分解, 如此重复就可以得到任意尺度(或分辨率)上的高频部分和低频部分。其算法为:

$$c_{i+1,k} = \sum_m h_0(m-2k) c_{i,m}$$

$$w_{i+1,k} = \sum_m h_1(m-2k) c_{i,m}$$

$$c_{i+1,k} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_0^*(m-2k) c_{i,k} + \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_1^*(m-2k) c_{i,k}$$

式中:  $i, k, m$  为正整数, 是高频成分;  $h_0(m-2k)$ 、

$h_1(m-2k)$  分别为离散低通和高通滤波器系数;  $h_0^*(m-2k)$ 、 $h_1^*(m-2k)$  均是共轭滤波器系数;  $c_i(t)$  为在尺度  $i$  的背景信号的低频成分;  $w_i(t)$  为在尺度  $w_i(t)$  下的细节信号(高频成分)。

小波重构是小波分解的逆变换, 也就是把分解得到的近似系数  $c_i(t)$  和细节系数  $w_i(t)$  得到原始的水文时间序列  $f(t)$ 。与小波分解过程相比, 小波重构过程首先从尺度最低的近似系数  $c_i(t)$  和细节系数  $w_i(t)$  开始通过作用低频和高频重构滤波器恢复出上一尺度的近似信号  $c_{i-1}(t)$ , 将这个过程继续下去, 直到得到原始水文时间序列  $f(t)$ 。

### 3. 实例分析

本文选用江苏省徐州站(1960~2009年)、赣榆站(1957~2009年)、东台站(1953~2009年)和南京站(1951~2009年)的多年降水数据, 对其建立 BP 和 WNN 降水预报模型。

#### 3.1. BP 神经网络应用实例

##### 3.1.1. 建模原理与方法

运用 BP 神经网络建立降水预报模型, 研究内容与建模步骤如下。

###### 1) 数据样本的选取

本文选取最大日降水、最大月降水、最大连续 4 个月降水和最大连续 2 个月降水这 4 个因子作为预报模型的输入变量, 选取年降水作为输出变量。徐州站(1960~2004年)、赣榆站(1957~2004年)、东台站(1953~2004年)和南京站(1951~2004年)的降水数据作为学习样本, 2005~2009年的降水数据作为检验样本。

###### 2) 数据的归一化处理

样本数据的归一化是为了加快训练网络的收敛性, 同时由于降水受到一些偶然因素的影响, 资料序列不够稳定, 数据波动较大, 如果直接采用降水实测数据作为目标值进行预报, 误差非常大, 因此将降水数据归一化到[0.05, 0.95]区间内, 可以达到较高的预报精度。

###### 3) 建立 BP 网络模型

理论上, 一个 3 层的 BP 网络模型能够实现任意的连续映射<sup>[5]</sup>。增加隐含层节点数和隐含层层数可以

提高模型精度, 但是隐含层过多会导致网络复杂化, 伴随着隐含层的增加而产生的连接权和阈值会增加网络训练时间。本文选取一个隐含层, 即建立三层 BP 神经网络。

###### 4) 网络训练

网络训练就是模式顺传播和误差逆传播的反复交替的过程。为了提高网络的性能, 避免陷入局部最小, 本文采用改进的 BP 算法, 即

$$\omega_{ij}(t+1) = \omega_{ij}(t) + \Delta\omega_{ij}(t+1) + \mu\Delta\omega_{ij}(t)$$

$$\Delta\omega_{ij} = \eta \frac{\partial E}{\partial \omega}$$

式中:  $\mu$  为动量因子;  $E$  为误差函数。

时间  $t$  网络的误差函数定义为

$$E(t) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^q (y_j(t) - d_j(t))^2$$

式中:  $y_j(t)$  为输出层第  $j$  个神经元在时刻  $t$  的实际输出;  $d_j(t)$  为该时刻的希望输出;  $q$  为输出层的神经元数。当  $E(t) \leq \varepsilon$  时, 网络停止训练, 此时的网络模型就是所需要的。

###### 5) 隐含层节点数

隐含层节点数采用试凑法确定。先设置较少的隐节点训练网络, 然后逐渐增加隐节点数, 用同一样本集进行训练, 从中确定网络误差最小时对应的隐节点数。

###### 6) 建模

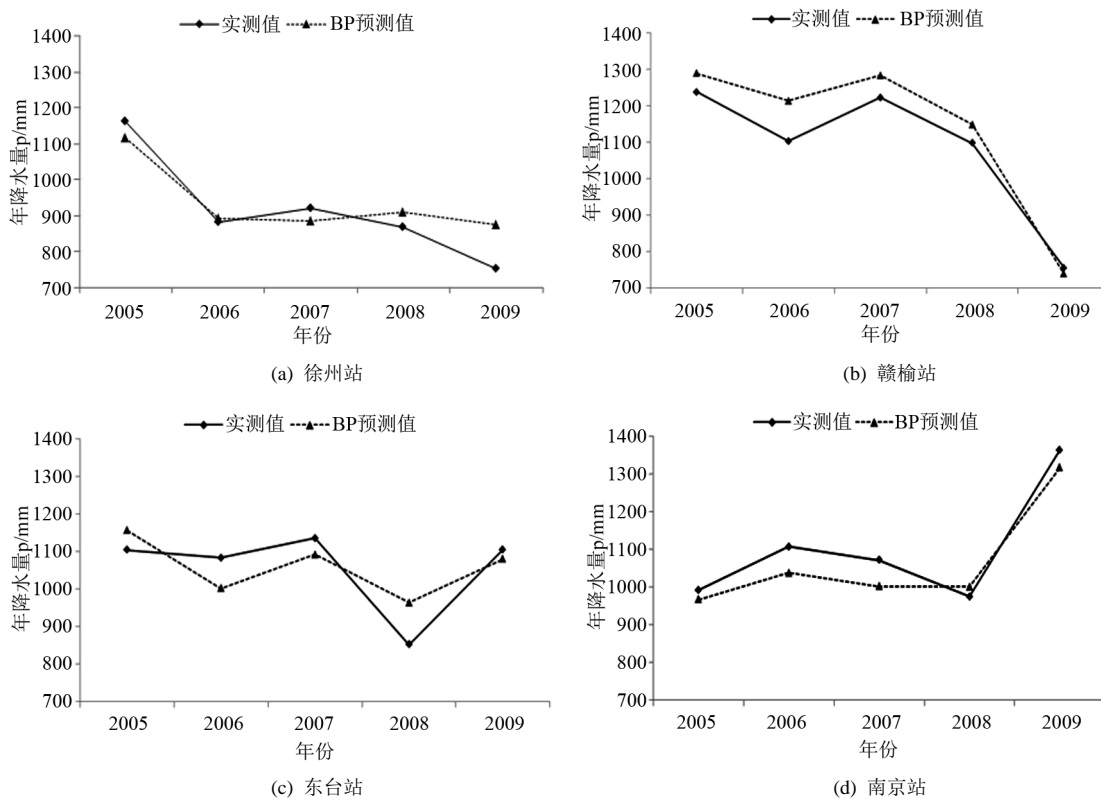
输入层和输出层的传递函数分别为 `tansig` 和 `purelin`, 训练函数采用 `trainlm`, 网络采用 `net=newff(p_train, t_train, [i 1], {'tansig', 'purelin'}, 'trainlm', 'learnkd')` 格式, 网络训练为 `[net, tr]=train(net, p_train, t_train)`; 网络仿真为 `y(i, :)=sim(net, p_test)`; 训练参数设置如下: 学习率 `net.trainParam.lr=0.1`, 最大训练次数 `net.trainParam.epochs=5000`, 目标误差 `net.trainParam.goal=0.001`, 显示步长 `net.trainParam.show=50`。

##### 3.1.2. 模型预报结果分析

各站 2005~2009 年降水的预报值及相对误差, 如表 1 和图 1 所示。

**Table 1. Result and error of precipitation forecast based on BP-Neural Network (mm)**  
**表 1. BP神经网络降水预报结果及误差(mm)**

测站	项目	2005年	2006年	2007年	2008年	2009年
徐州站	实测值	1162.9	879.8	921.1	867.6	750.9
	预报值	1116.0	890.0	885.2.4	908.4	873.7
	相对误差(%)	4.03	1.16	3.90	4.70	16.35
赣榆站	实测值	1237.5	1102.7	1222.1	1097.5	755.8
	预报值	1288.3	1213.7	1282.8	1147.8	739.5
	相对误差(%)	4.11	10.07	4.97	4.58	2.16
东台站	实测值	1104.1	1083	1135.2	852.0	1104.6
	预报值	1155.7	1001.3	1092.3	963.2	1079.8
	相对误差(%)	4.67	7.54	3.78	13.05	2.25
南京站	实测值	992.3	1106.8	1070.9	975.0	1363.5
	预报值	966.8	1037.9	1001.5	1001.0	1317.0
	相对误差(%)	2.57	6.23	6.48	2.67	3.41



**Figure 1. Observed and forecasted precipitations for each station during 2005-2009**  
**图 1. 2005 年~2009 年各测站实测降水和 BP 网络预报降水**

### 3.2. 小波神经网络应用实例

#### 3.2.1. 数据序列的小波分解

计算仍采用徐州站、赣榆站、东台站和南京站的降水序列, 样本的划分与前面的 BP 神经网络降水预报模型完全一致。小波函数选用 db4<sup>[6]</sup>, 当分解到第 3

层时, 能够清晰看出降水序列的趋势, 因此对降水序列进行了 3 层的小波分解。各站小波分解如图 2 所示。

#### 3.2.2. 数据序列的小波重构

对分解后的降水序列进行重构得到小波重构的各子序列  $\{a_3, d_3, d_2, d_1\}$ 。

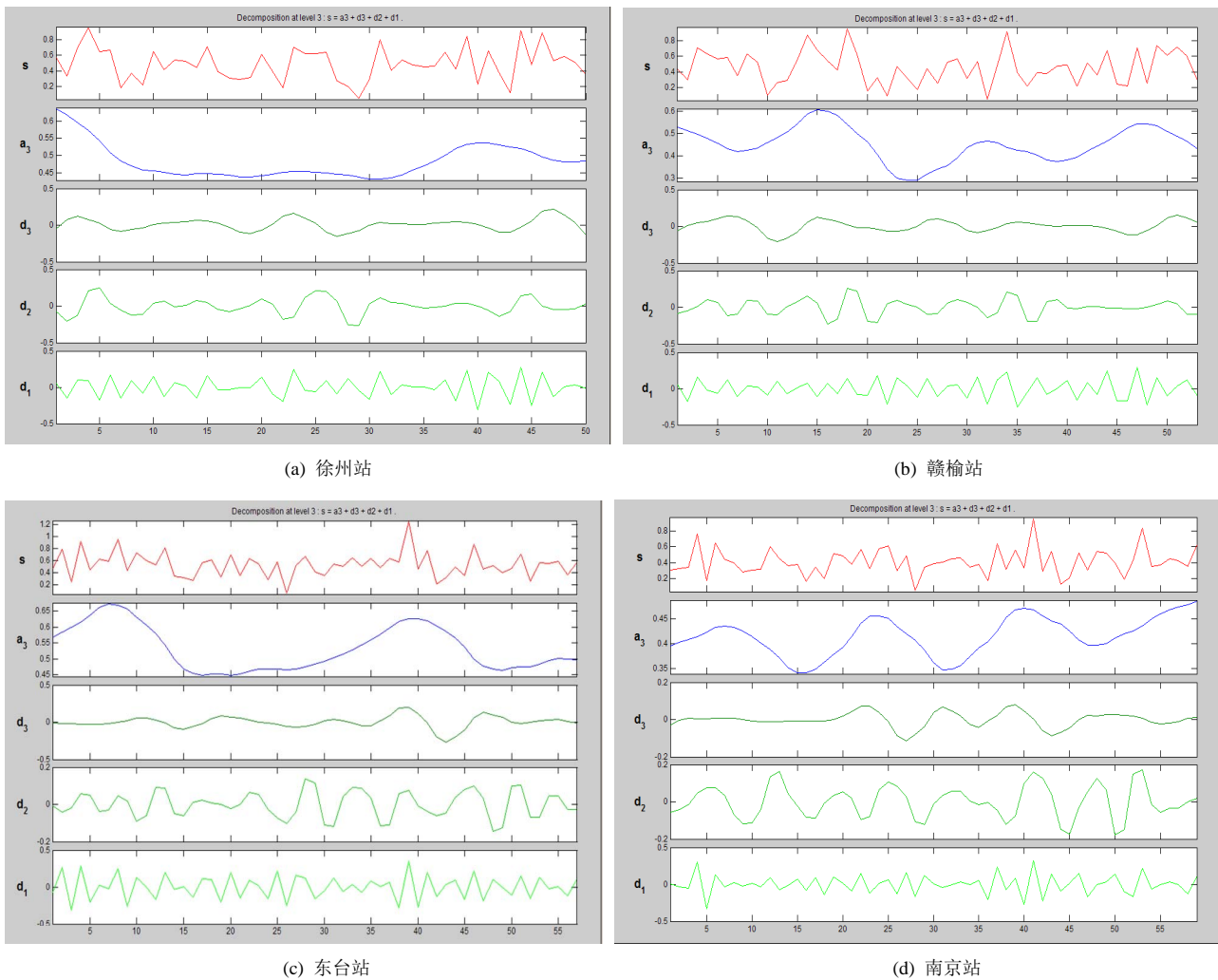


Figure 2. Wavelet decomposition for each station  
图 2. 各测站年降水小波分解图

### 3.2.3. BP 降水预报模型

对重构后的降水数据建立 BP 神经网络模型, 以  $t$  时刻小波重构序列  $\{a_3, d_3, d_2, d_1\}$  作为 BP 网络的输入,  $t + T$  时刻原始序列的值作为 BP 网络的输出 ( $T$  为预报的预见期), 进行预报, 得到小波神经网络降水预报模型结果如表 2 所示。

### 3.3. BP/WNN 模型对比

将各测站的 BP/WNN 模型的预报值与实测值进行对比, 结果如表 3 和图 3 所示。

进一步采用确定性系数 DC、均方误差 MSE 和平均绝对误差 MAE 对模型的预报精度进行比较。计算得到降水预报模型的确定性系数、均方误差和平均绝对误差如所表 4 所示。

## 4. 结语

本文运用 BP/WNN 神经网络对年降水序列建立了降水预报模型, 对模型的研究表明:

1) BP 神经网络模型预报效果良好, 能够大致反映降水序列变化的趋势。但 BP 网络对于降水较低值的预报效果不太理想。主要原因由于 BP 网络作为前馈网络, 它的输出只取决于网络的输入和权重, 这就存在了一些局部极小点, 导致面临局部极小值问题; 此外“试错法”增加了确定最优值的难度, 进而影响了模型精度。

2) WNN 模型在某些年份预报误差较大, 导致整体的预报模拟精度低于 BP 神经网络。但 WNN 模型构建比 BP 网络模型简单, 造成预报序列最值误差很

**Table 2. Precipitation forecasts of WNN( mm)**  
**表 2. 小波神经网络降水预报模型结果(mm)**

测站	项目	2005 年	2006 年	2007 年	2008 年	2009 年
徐州站	实测值	1162.9	879.8	921.1	867.6	750.9
	预测值	1095.6	889	924.3	861.2	771.2
	相对误差(%)	5.79	2.2	0.7	1.57	7.01
赣榆站	实测值	1237.5	1102.7	1222.1	1097.5	755.8
	预测值	1189	1152.5	1073.3	1116.6	1048.7
	相对误差(%)	5.97	7.35	18.67	2.85	88.65
东台站	实测值	1104.1	1083	1135.2	852	1104.6
	预测值	1098.6	1096.9	1097.1	1097	1097.8
	相对误差(%)	0.77	2.02	5.14	53.41	0.96
南京站	实测值	992.3	1106.8	1070.9	975	1363.5
	预测值	1041.4	1130.8	1095	1012.1	1100.1
	相对误差(%)	9.28	3.73	3.97	7.24	29.23

**Table 3. The results of BP/WNN precipitation forecasts (mm)**  
**表 3. 各站 BP/WNN 降水预报模型结果对比(mm)**

站点	年份	实测值	BP		WNN	
			预测值	相对误差(%)	预测值	相对误差(%)
徐州站	2005	1162.9	1116.0	4.03	1095.6	5.79
	2006	879.8	890.0	1.16	889.0	2.20
	2007	921.1	885.2	3.90	924.3	0.70
	2008	867.6	908.4	4.70	861.2	1.57
	2009	750.9	873.7	16.35	771.2	7.01
赣榆站	2005	1237.5	1288.3	4.11	1189.0	5.97
	2006	1102.7	1113.7	10.07	1152.5	7.35
	2007	1222.1	1232.8	4.97	1073.3	18.67
	2008	1097.5	1147.8	4.58	1116.6	2.85
	2009	755.8	739.5	2.16	1048.7	88.65
东台站	2005	1104.1	1155.7	4.67	1098.6	0.77
	2006	1083.0	1001.3	7.54	1096.9	2.02
	2007	1135.2	1092.3	3.78	1097.1	5.14
	2008	852.0	963.2	13.05	1097.0	53.41
	2009	1104.6	1079.8	2.25	1097.8	0.96
南京站	2005	992.3	966.8	2.57	1041.4	9.28
	2006	1106.8	1037.9	6.23	1130.8	3.73
	2007	1070.9	1001.5	6.48	1095.0	3.97
	2008	975.0	1001.0	2.67	1012.1	7.24
	2009	1363.5	1317.0	3.41	1100.1	29.23

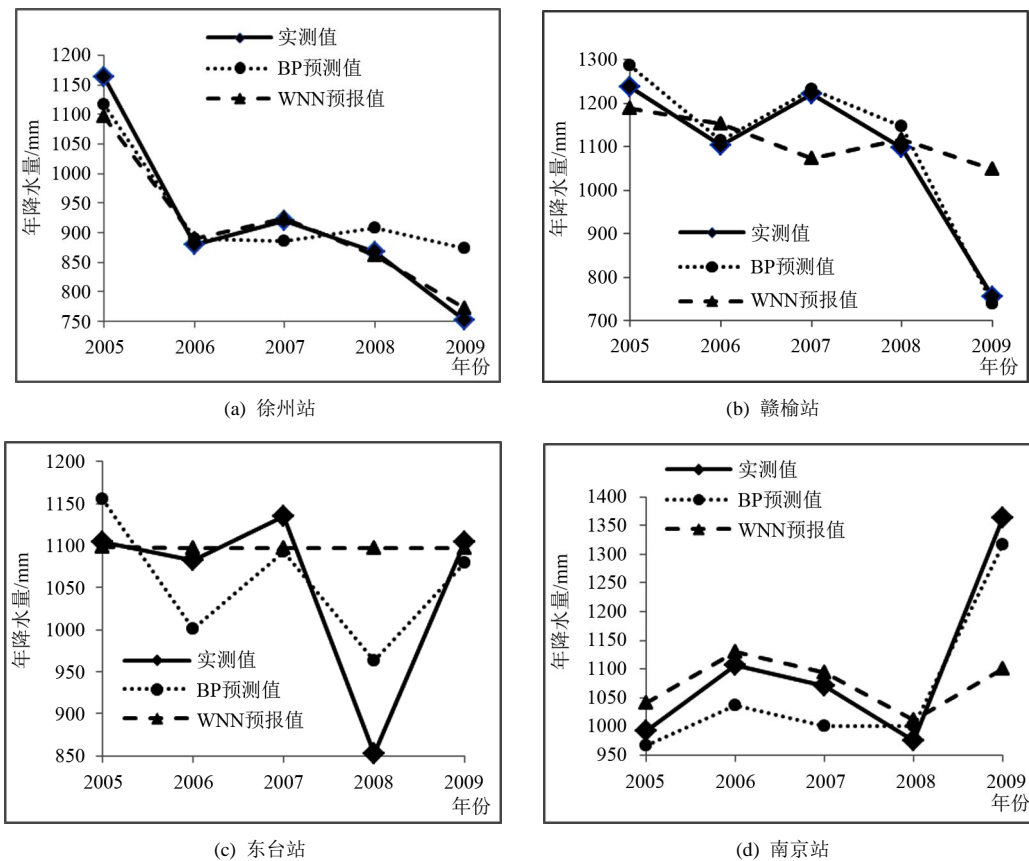


Figure 3. Comparison of observed and forecasted precipitations for each station  
图 3. 各测站 BP/WNN 实测值与预报值对比图

Table 4. Comparison of BP/WNN precipitation forecasts for each station  
表 4. 各测站 BP/WNN 降水预报模型模拟精度对比

站点	模型	最小相对误差	最大相对误差	DC	MAE	MSE
徐州站	BP	1.16%	16.35%	0.78	6.03%	63.7
	WNN	0.7%	7.01%	0.94	4.2%	31.8
赣榆站	BP	2.16%	10.07%	0.86	5.18%	65.3
	WNN	2.85%	88.65%	0.25	24.7%	150.4
东台站	BP	2.25%	13.05%	0.55	6.26%	69.5
	WNN	0.77%	53.41%	-0.16	12.46%	111.1
南京站	BP	2.57%	6.48%	0.87	4.27%	51.1
	WNN	3.73%	29.23%	0.24	10.69%	121.9

大的原因可能是小波分解后的系数在重构过程存在失真, 以及小波基函数和小波分解层数的选择是人为确定的。

### 参考文献 (References)

[1] 崔锦泰. 小波分析导论[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1995.  
CUI Jingtai. Introduction of wavelet analysis. Xi'an: Xi'an Communication University Press, 1995. (in Chinese)

[2] ZHANG, Q. H., BENVENISE, A. Wavelet network. IEEE Trans on Neural Network, 1992, 3(6): 889-897.  
[3] CHUI, C. K. An introduction to wavelet. Boston: Academic Press, 1992.  
[4] AUSSSEN, A., MURTAGH, F. Combining neural network forecasts on wavelet-transformed time series. 1997, 113-121.  
[5] KITAHARA, M., ACHENBACH, J. D. and GUO, Q. C. Neural network for crack-depth determination from ultrasonic back-scattering data. Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, 1992, 11: 701-708.  
[6] DAUBECHIES, I. Orthonormal bases of compactly supported wavelets. Communications on Pure and Applied Mathematics, 1988, 41(7): 909-996.