

Application of Autoregressive Model for Low Flow Prediction*

Bingdong Lin¹, Lizhen Xia¹, Hehai Xie^{2#}

¹WenZhou Hydrological Station, Wenzhou

²Pearl River Hydraulic Research Institute, Guangzhou

Email: wzlb298@163.com, #xiehehai@gmail.com

Received: Feb. 21st, 2013; revised: Mar. 17th, 2013; accepted: Apr. 5th, 2013

Copyright © 2013 Bingdong Lin et al. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Abstract: The water resources problem becomes increasingly prominent due to the development of socio-economic and population growth. Low flow prediction is becoming important since it can provide based evidence for the water resources quantity and hydrological processes in dry-season. The estuarine salt tide in the Pearl River Delta traced occurs every year due to the reduction of runoff, which affects the regional production and life. The autoregressive model is used to simulate and predict daily average flow at Guigang hydrologic station. The self-regression order parameter of p is obtained and tested. Results show that the relative difference of peak flow is less than 20%, the relative error of runoff depth is less than 5%, and the uncertainty coefficient value is greater than 0.75. This shows that the auto-regressive model is applicable for the low flow simulation and prediction in the Guigang hydrological station.

Keywords: Low Flow; Time Series; Autoregressive Model; Hydrological Prediction

自回归模型在枯季径流模拟预测中的应用*

林炳东¹, 夏丽珍¹, 解河海^{2#}

¹温州市水文站, 温州

²珠江水利科学研究院, 广州

Email: wzlb298@163.com, #xiehehai@gmail.com

收稿日期: 2013年2月21日; 修回日期: 2013年3月17日; 录用日期: 2013年4月5日

摘要: 枯季水文径流预测是现在水文预测预报的一个重要组成部分, 随着社会经济发展和人口增加, 水资源问题越来越突出, 因此开展枯季水文径流模拟预测为准确把握流域枯季水资源水量和水文过程提供了依据。西江流域是珠江水系的第一大支流, 近年来由于径流量减少, 特别是枯季径流变化较大, 珠江三角洲河口咸潮上溯年年发生, 影响区域生产生活, 因此有必要开展枯季径流模拟预测研究。自回归模型是一种基于时间序列的预测预报方法, 为了研究模型在此区域枯季径流模拟预测的适用性, 采用自回归模型对贵港站日平均流量进行研究与分析, 所率定的自回归阶数 p , 经验证是合适的, 模拟预测结果表明: 洪峰相对误差小于 20%, 径流深相对误差小于 5%, 确定性系数值大于 0.75, 精度较好。说明自回归模型在贵港水文站枯季径流模拟预测中是适用的。

关键词: 枯季径流; 时间序列; 自回归模型; 水文预测

*基金项目: 水利部公益性行业项目(200901032): 咸潮动态监测与预测预报技术研究; 水利部公益性项目(201101019): 岩溶地区水土资源保护与利用研究。

#通讯作者。

作者简介: 林炳东(1971-)男, 浙江人, 工程师, 从事水文水资源方面的工作。

1. 引言

枯水与洪水同属水文极值范畴, 针对枯水的研究却不及洪水。1953年 Riggs^[1]介绍了枯水径流的预报方法, 并首次对枯水径流的水文过程进行划分。国内关于枯水研究始见于1959年赵人俊^[2]的文章, 随后学术界关于枯水方面的文章和研究日渐增多。李秀云^[3,4]等对枯水的形成原理和影响因素作了深入的探讨, 指出枯水流量与流域面积具有显著的函数关系; 黎坤^[5]等通过对北江天然径流变化规律的分析, 从宏观上探讨了大气环流、地形地貌、太阳黑子活动周期等现象对北江径流量变化的影响。殷福才^[6]、王萍^[7]、黄国如等^[8]分别从不同视角对枯水研究进展进行追踪。枯水较洪水预报要困难的多, 而且预报误差通常是洪水预报误差的两倍, 目前尚没有一个比较精确的预报模型, 仍多采用应用比较成熟的经验模型和概率模型^[9-12]。近年来, 受大气环流及人为因素影响, 珠江流域不断爆发干旱灾害, 干旱预警预报工作急需开展。

西江发源于云南省曲靖市乌蒙山脉的马雄山, 到广东省思贤滘, 河长2074.8 km, 流域面积35.5万 km²。多年平均降雨量1200~2200 mm之间, 全流域平均为1470 mm, 降雨年内分配汛期集中在4~9月, 降水量超过1000 mm, 占全年降水量的80%以上。流域降水分布由东向西逐步减少。西江流域枯水期一般为10月至翌年3月, 局部河流可延至5月。枯水径流多年平均值803亿 m³, 占全流域年径流量3360亿 m³的24%, 西江梧州站在枯水期出现最小流量720 m³/s(水文年鉴, 1942年3月3日)。

2. 自回归模型

时间序列预测法是在分析时间序列变量的基础上, 运用一定的数学方法建立预测模型, 使时间趋势向外延伸, 从而获得序列的发展变化趋势, 确定变量的预测值。时间序列预测法也叫历史延伸法或外推法。时间序列预测法的基本特点是: 假定事物的过去趋势会延伸到未来; 预测所依据的数据具有不规则性; 抛开了研究对象与其影响因素之间的因果过系。

影响水文中长期预报的因素及其复杂, 预报对象的影响因子常常很难确定或难以获得资料。因此, 时间序列预测法在实际工作中应用较多。自回归模型(Automatic Regressive Model, 简称AR)是一种时间序

列预测法, 它从20世纪60年代初以来广泛应用于水文学中。这类模型具有时间相依的非常直观的形式, 不仅能反映水文序列的一些主要统计特性, 而且是从水文现象物理过程的分析 and 概化来建立随机模型, 其参数具有一定的物理意义, 在平稳序列的中长期预报中应用广泛。

1) 自回归模型结构

平稳时间序列 $\{y_t\}$ 的一般自回归模型形式如下:

$$\left. \begin{aligned} y_t &= \mu + \varphi_1(y_{t-1} - \mu) + \varphi_2(y_{t-2} - \mu) \\ &\quad + \cdots + \varphi_p(y_{t-p} - \mu) + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &\sim N(0, \sigma_\varepsilon^2) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: μ 为平稳时间序列的均值; $\varphi_k (k=1, 2, \dots, p)$ 为模型回归系数; p 为阶数; ε_t 为残差, 服从均值为1、方差为 σ_ε^2 正态分布的独立随机变量。由式(1)构成的模型称为 p 阶自回归模型, 简称 $AR(p)$ 模型。

自回归模型的参数估计方法有矩法、极大似染法和最小二乘法等, 但应用比较多的是矩法。

2) 自回归模型的识别

在自回归模型中, 其阶数 p 的选定很重要, 它反映了选定的模型是否能够较好地体现序列的统计特性。阶数 p 决定了 $AR(p)$ 模型参数的个数, 一般而言, 模型参数越多, 拟合效果越好。然而, 随着参数的增多, 率定参数需要的信息量亦随之增加。在信息量一定的情况下, 参数越多, 参数的估计误差越大, 得到的预报模型越不可靠; 但另一方面, 参数越少, 拟合的残差就越大。因为, 对 $AR(p)$ 模型而言, 需要找到一种合适的方法来选定模型的阶数。

日本人赤池(H. Akaike)^[13]对 $AR(p)$ 模型阶数的确定提出来 AIC (Akaike Information Criterion)准则。其计算公式为:

$$AIC(p) = n \ln(\sigma_\varepsilon^2) + 2p \quad (2)$$

式中: n 为样本容量; \ln 为自然对数; σ_ε^2 为残差的方差; p 为 $AR(p)$ 模型的阶数($p=1, 2, \dots, n-1$)。按 AIC 准则, 是 AIC 达到最小值的模型被认为是最好的模型

另外, 根据经验分析, 模型阶数 p 可在 $\left[\frac{n}{10}, \frac{n}{4}\right]$ 内取值(n 为样本容量), 当 $n \geq 50$ 时, 可取 $p < \left[\frac{n}{4}\right]$, 常

取 $\left[\frac{n}{10}\right]$ 左右; 当 $n < 50$ 时, 常取 $\left[\frac{n}{4}\right]$ 左右。

当两个 AIC 值相当时, 表明这两种模型的差别并不明显, 可通过模型的自相关函数与实测序列的自相关函数对比分析, 如果 AIC 值小的模型更能反映实测序列, 则可选取该模型; 但如果 AIC 值较大的拟合得好一些, 则需要对模型的实用性进行分析, 分析模型能否保持实测序列的各种统计特性。

若通过模型识别获得 AR 模型阶数为 p , 则 $AR(p)$ 模型表示为:

$$\hat{y}_t = \mu + \hat{\phi}_1(y_{t-1} - \mu) + \hat{\phi}_2(y_{t-2} - \mu) + \dots + \hat{\phi}_p(y_{t-p} - \mu) \quad (3)$$

式中: μ 为均值; $\hat{\phi}_i (i=1,2,\dots,p)$ 为回归系数。

自回归模型程序化框图见图 1。

3. 自回归模型预测预报

贵港站模拟和验证主要参数见表 1, 模拟和验证过程见图 2。从表 1 和图 2 可以看出模拟预测 p 值基本稳定为 18, 洪峰误差除 2007 年外, 都控制在 20% 以内, 径流误差控制在 5% 以内, 确定性系数在 0.75 以上, 本模型结果满足预报精度要求。

4. 结论

文章采用自回归模型进行日平均流量研究与分析, 对自回归模型的构建和率定验证进行了详细的描述, 把模型应用到西江流域的郁江子流域的贵港水文站, 所率定的自回归阶数 p 均值为 18, 采用 2000 年

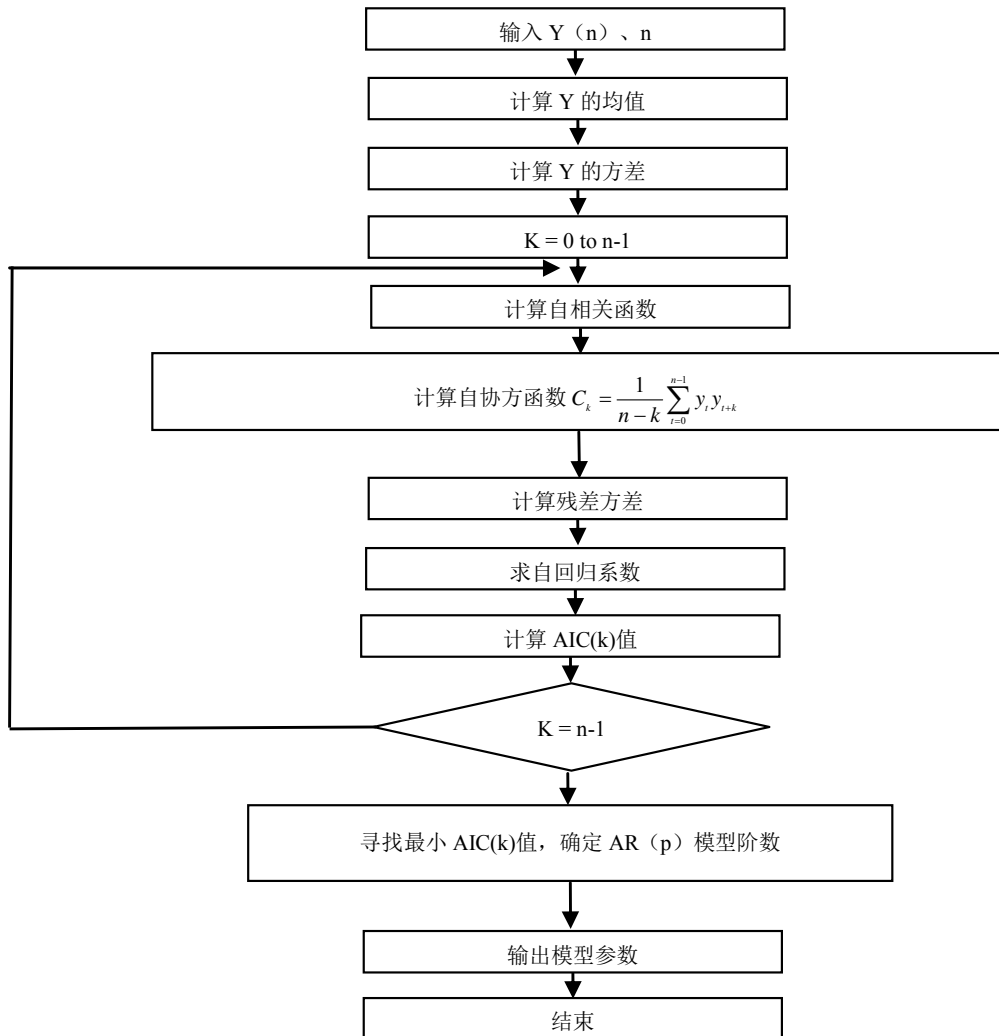
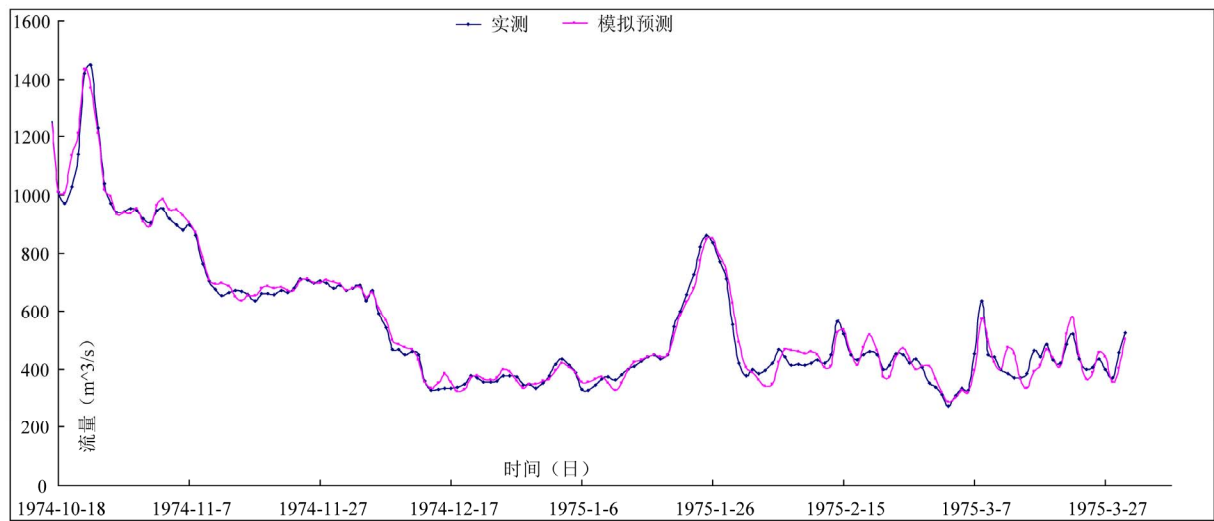


Figure 1. Auto regressive model program diagram
图 1. 自回归模型程序框图



(a)



(b)



(c)



Figure 2. Comparison of simulated and predicted low flow hydrograph in Guigang hydrologic station: (a) The simulated and predicted low flow hydrograph from October 1974 to March 1975; (b) The simulated and predicted low flow hydrograph from October 1985 to March 1986; (c) The simulated and predicted low flow hydrograph from October 2002 to March 2003; (d) The simulated and predicted low flow hydrograph from October 2010 to March 2011

图 2. 贵港水文站预测与模拟预测过程线对比图: (a) 1974 年 10 月至 1975 年 3 月枯水期模拟预测图; (b) 1985 年 10 月至 1986 年 3 月枯水期模拟预测图; (c) 2002 年 10 月至 2003 年 3 月枯水期模拟预测图; (d) 2010 年 10 月至 2011 年 3 月枯水期模拟预测图

Table 1. List of parameter of AR model and prediction results at Guigang hydrologic station
表 1. 贵港水文站自回归模型的参数与预测结果

枯水期	p	洪峰误差(%)	径流误差(%)	确定性系数
1974-10-1	18	5.51	-0.89	0.960
1975-10-1	18	-5.13	-1.03	0.978
1977-10-1	18	-3.32	-0.75	0.980
1979-10-1	18	2.42	-1.92	0.963
1980-10-1	18	7.91	-1.09	0.982
1981-10-1	18	5.79	-1.82	0.956
1982-10-1	18	14.37	-1.57	0.971
1983-10-1	23	3.04	-2.39	0.774
1984-10-1	19	-9.18	-1.57	0.907
1985-10-1	18	6.87	-1.12	0.987
1991-10-1	19	16.32	-1.96	0.860
2002-10-1	18	6.90	-0.93	0.980
2003-10-1	18	-2.00	-2.07	0.763
2004-10-1	18	18.10	-2.58	0.781
2005-10-1	18	7.36	-1.51	0.786
2006-10-1	18	16.38	-2.96	0.778
2007-10-1	18	20.94	-1.96	0.872
2008-10-1	18	16.40	-2.06	0.983
2009-10-1	18	0.38	-1.89	0.922
2010-10-1	18	4.96	-1.00	0.966

以后的数据进行验证, 经模拟和验证洪峰相对差小于20%, 径流深相对误差小于5%, 确定性系数值大于0.75, 精度较好, 说明自回归模型在贵港水文站的枯季径流模拟中是适用的。

参考文献 (References)

- [1] RIGGS, H. C. A method of forecasting low-flow of streams. Transactions American Geophysical Union, 1953, 34(3): 427-434.
- [2] 赵人俊. 枯水[J]. 地理知识, 1959, 1: 40-41.
ZHAO, Renjun. Low flow. Geography Knowledge, 1959, 1: 40-41. (in Chinese)
- [3] 李秀云, 汤奇成, 傅肃性, 等. 中国河流的枯水研究[M]. 北京: 海洋出版社, 1993: 5-10, 33-34.
LI Xiuyun, TANG Qicheng, FU Suxing, et al. Research of low flow in China. Beijing: Ocean Press, 1993: 5-10, 33-34. (in Chinese)
- [4] 李秀云, 傅肃性, 李丽娟, 等. 河流枯水极值分析与模型预测研究[J]. 资源科学, 2000, 22(5): 74-77.
LI Xiuyun, FU Suxing, LI Lijuan, et al. Analysis of river low flow extremes and study on model prediction. Resources Science, 2000, 22(5): 74-77. (in Chinese)
- [5] 黎坤, 江涛, 刘德地, 等. 北江天然径流量的变化特征及其影响因素[J]. 水文, 2005, 25(3): 20-25.
LI Kun, JIANG Tao, LIU Dedi, et al. Analysis of the natural runoff changing characteristics and concerned influencing factors in Beijiang river basin. Hydrology, 2005, 25(3): 20-25. (in Chinese)
- [6] 殷福才, 王在高, 梁红. 枯水研究进展[J]. 水科学进展, 2004, 2: 249-253.
YIN Fucui, WANG Zaigao and LIANG Hong. Advances in low flow research. Advances in Water Science, 2004, 2: 249-253. (in Chinese)
- [7] 王萍, 毛草. 珠江流域的枯水研究与展望[J]. 水文, 2008, 3: 65-66.
WANG Ping, MAO Ge. Advances in low flow research of Peal River. Hydrology, 2008, 3: 65-66. (in Chinese)
- [8] 黄国如, 陈永勤. 枯水径流若干问题研究进展[J]. 水电能源科学, 2005, 23(4): 61-63.
HUANG Guoru, CHEN Yongqin. Review of some problems about low runoff. Hydroelectric Energy Science, 2005, 23(4): 61-63. (in Chinese)
- [9] 朱俊林, 余汉章. 枯水径流的序列分析和预测[J]. 湖北大学学报(自然科学版), 1996, 18(2): 190-193.
ZHU Junlin, YU Hanzhang. Analysis and prediction of low flow time series. Journal of Hubei University (Natural Science Edition), 1996, 18(2): 190-193. (in Chinese)
- [10] 汤奇成, 李秀云. 西北干旱地区枯水径流的自回归相关初步分析[J]. 自然资源学报, 1987, 2: 25-132.
TANG Qicheng, LI Xiuyun. The preliminary analysis on the auto regression correlation coefficient of dry-season runoff in arid region, northwestern China. Journal of Natural Resources, 1987, 2: 125-132. (in Chinese)
- [11] 冯国章, 王双银, 韦华艳. 多元自回归模型在枯水径流预报中的应用[J]. 自然资源学报, 1996, 11(2): 184-186.
FENG Huozhang, WANG Shuangyin and WEI Huayan. Application of the multivariate auto regression model to low flow forecast. Journal of Natural Resources, 1996, 11(2): 184-186. (in Chinese)
- [12] 黄国如, 陈永勤, 解河海. 东江流域枯水径流的频率分析[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2005, 45(12): 1633-1635.
HUANG Guoru, CHEN Yongqin and XIE Hehai. Low flow frequency analysis in Dongjiang basin. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2005, 45(12): 1633-1635. (in Chinese)
- [13] AKAIKE, H. Fitting autoregressive models for prediction. The Annals of Mathematical Statistics, 1969, 21(1): 243-247.